Analyse dimensionnelle et loi d'échelle

1 Questions de cours

Exercice 1
Faire un tableau donnant les dimensions typiques des objets qui peuplent l'univers et les temps mis pour les traverser à la vitesse de la lumière. Commenter le tableau.

Exercice 2
Démontrer le théorème de Pythagore en utilisant l'analyse dimensionnelle.

Exercice 3
Par analyse dimensionnelle, donner la loi de variation de la période d'un pendule simple oscillant en fonction des grandeurs pertinentes du système.

Exercice 4
Parler des interactions fondamentales.

Exercice 5
Comparer les intensités relatives des forces gravitationnelle et électromagnétique.

Exercice 6
Tous les mammifères sautent pratiquement à la même hauteur. Faire un modèle simple du saut à pieds joints et établir cette loi d'échelle.

2 Exercices

Exercice 1
Relier ensemble les distances suivantes : parsec (pc), année-lumière (al) et unité astronomique (ua). Rappel : le parsec est la distance depuis laquelle on voit la distance Terre-Soleil (ua) sous un angle de 1 seconde d'arc (1/3600 degrés).

Exercice 2
Donner dans le système d'unité international (dit MKSA : m, kg, s, A) les unités des grandeurs suivantes : J, N, Pa, Ω, H (Henry), R (constante des gaz parfaits), ϵ_0.

Exercice 3
Donner la loi de variation de la vitesse du son dans un gaz en fonction de sa pression et de sa densité.

Exercice 4

De quels paramètres physiques dépend la période d'oscillation d'une masse attachée à un ressort de masse négligeable ? En déduire, par analyse dimensionnelle, la loi de variation de cette période en fonction de ces paramètres.

Exercice 5

Mêmes questions pour la célérité d'un ébranlement transversal le long d'une corde tendue.

Exercice 6

Vous souhaitez vivre sur une planète X où la pesanteur est dix fois moindre que la pesanteur terrestre. Estimer son rayon en fonction de celui de la Terre dans les cas suivants :

i. les deux planètes ont la même masse ;

ii. les deux planètes ont la même densité.

Exercice 7

Supposons qu'il n'y ait pas autant de charges négatives que positives dans l'univers et que l'excès de charge positives soit, en proportion de leur masse, le même pour tous les objets. Quel devrait être cet excès de charge pour que :

i. l'interaction électrostatique entre la Terre et la Lune compense leur attraction gravitationnelle ?

ii. la force électrostatique que nous exercerions sur un de nos amis situé à 1 m soit comparable à notre poids ?

Exercice 8

Dans l'expression de la force de Stokes, $\vec{F} = -6\pi R\,\eta\,\vec{v}$, quelle est l'équation aux dimensions du coefficient de viscosité η, R étant une longueur et $\vec{v}$ une vitesse ?

Exercice 9

Un mobile de masse m tourne sur un cercle de rayon R sous l'action d'une force $\vec{F}$.

i. Trouver par analyse dimensionnelle la loi de variation de la période de révolution T de ce mobile en fonction de m, R et $F = \|\vec{F}\|$.

ii. En prenant pour $\vec{F}$ la force de gravitation qu'exerce un objet fixe de masse M sur le mobile, ré-exprimer T en fonction de m, M, R et G.

iii. Même question si $\vec{F}$ est la force de Coulomb qu'exerce un objet fixe de charge Q sur un mobile de charge q et de masse m.

iv. En vertu de quel principe le résultat établi en *ii* est-il indépendant de m ? Citer très brièvement les bases sur lesquelles ce principe a été proposé.

Exercice 10

Considérons un arbre d'une hauteur de 10 m. Cet arbre se trouve à une distance d de l'observateur.

i. Calculer de façon **exacte** l'angle sous lequel l'arbre est vu par l'observateur.

ii. En supposant que $d \ll h$, donner l'expression **approchée** à l'ordre 1 de cet angle.

iii. À partir de quelle distance l'erreur relative sur l'angle est inférieure à 10 % ? 1 % ?