Cosmologie Moderne
Cours 6

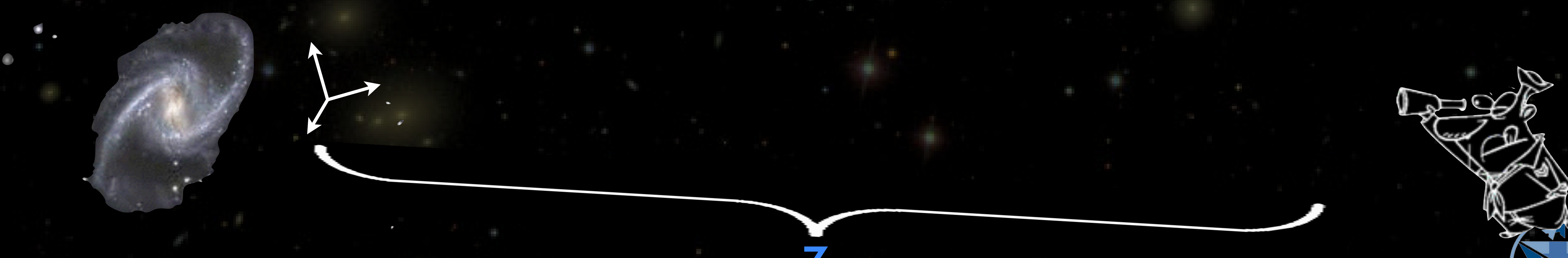
J.-Ch. Hamilton, APC
hamilton@apc.univ-paris7.fr

redshift

- Le temps n’est pas une observable cosmologique
- On mesure des décalages vers le rouge (redshift)
- Les longueurs d’onde des photons «suivent» le paramètre d’échelle

$$1+z=\frac{a_0}{a}$$

- Le redshift est directement l’effet de l’expansion
  - ★ résultante de tous les effets doppler infinitésimaux entre tous les référentiels de Minkowski entre moi et un objet cosmologique
    - Ce n’est pas vraiment une «vitesse de récession des galaxies»
    - Ce n’est pas vraiment la «boîte» qui gonfle ni l’espace qui se crée...
    - C’est la résultante à grande échelle de l’expansion : pas de redshift localement car pas d’expansion

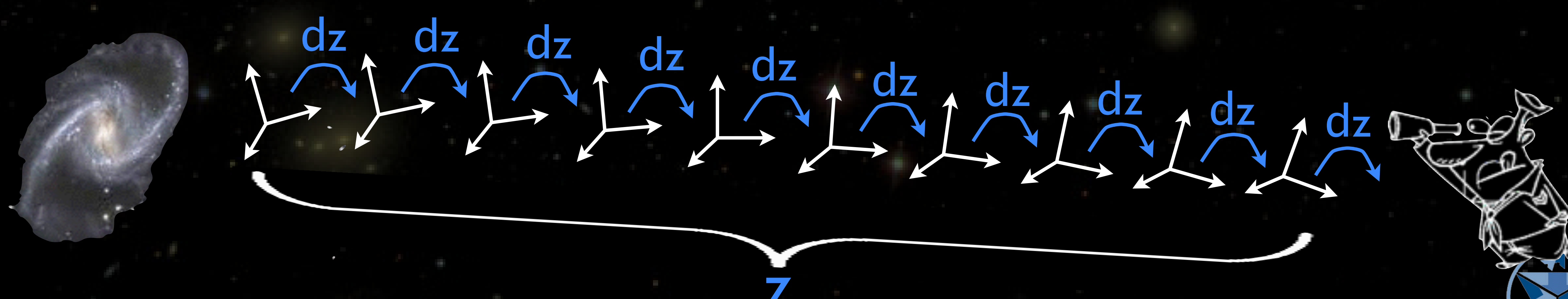


redshift

- Le temps n’est pas une observable cosmologique
- On mesure des décalages vers le rouge (redshift)
- Les longueurs d’onde des photons «suivent» le paramètre d’échelle

$$1+z=\frac{a_0}{a}$$

- Le redshift est directement l’effet de l’expansion
  - ★ résultante de tous les effets doppler infinitésimaux entre tous les référentiels de Minkowski entre moi et un objet cosmologique
    - Ce n’est pas vraiment une «vitesse de récession des galaxies»
    - Ce n’est pas vraiment la «boîte» qui gonfle ni l’espace qui se crée...
    - C’est la résultante à grande échelle de l’expansion : pas de redshift localement car pas d’expansion



Redshift

- On <u>mesure</u> des décalages vers le rouge (redshift) de raies: $$\lambda_0 = \lambda_1 \times (1+z)$$
- Comment interpréter cela dans FLRW ?
  - ★ Utilisons des horloges: une source distante émet des photons périodiquement
    - Je détecte un photon à $t=t_0$ ici en $r=0$
    - Il a été émis à $t=t_1$ là=bas en $r=R$
    - Je peux relier les deux en utilisant la métrique de FLRW pour un photon:

$$ds^2 = 0 \Leftrightarrow c\frac{dt}{a} = \frac{dr}{\sqrt{1-kr^2}}$$

$$\Rightarrow \qquad c\int_{t_1}^{t_0} \frac{dt}{a} = \int_R^0 \frac{dr}{\sqrt{1-kr^2}}$$

Redshift (suite)

- Le second photon est détecté ici à $t=t_0+\lambda_0/c$, il a été émis en $r=R$ à $t=t_1+\lambda_1/c$
- Je peux écrire de la même manière

$$c\int_{t_1+\lambda_1/c}^{t_0+\lambda_0/c}\frac{dt}{a}=\int_R^0\frac{dr}{\sqrt{1-kr^2}}$$

- Donc finalement:

$$c\int_{t_1}^{t_0}\frac{dt}{a}=c\int_{t_1+\lambda_1/c}^{t_0+\lambda_0/c}\frac{dt}{a}$$

- donc:

$$c\int_{t_1}^{t_1+\lambda_1/c}\frac{dt}{a}+c\int_{t_1+\lambda_1/c}^{t_0}\frac{dt}{a}=c\int_{t_1+\lambda_1/c}^{t_0}\frac{dt}{a}+c\int_{t_0}^{t_0+\lambda_0}\frac{dt}{a}$$

- et finalement:

$$c\int_{t_1}^{t_0}\frac{dt}{a}=c\int_{t_1+\lambda_1/c}^{t_0+\lambda_0/c}\frac{dt}{a}$$

Redshift (suite)

- Le second photon est détecté ici à $t=t_0+\lambda_0/c$, il a été émis en $r=R$ à $t=t_1+\lambda_1/c$
- Je peux écrire de la même manière

$$c\int_{t_1+\lambda_1/c}^{t_0+\lambda_0/c}\frac{dt}{a}=\int_R^0\frac{dr}{\sqrt{1-kr^2}}$$

- Donc finalement:

$$c\int_{t_1}^{t_0}\frac{dt}{a}=c\int_{t_1+\lambda_1/c}^{t_0+\lambda_0/c}\frac{dt}{a}$$

- donc:

$$c\int_{t_1}^{t_1+\lambda_1/c}\frac{dt}{a}+\cancel{c\int_{t_1+\lambda_1/c}^{t_0}\frac{dt}{a}}=\cancel{c\int_{t_1+\lambda_1/c}^{t_0}\frac{dt}{a}}+c\int_{t_0}^{t_0+\lambda_0}\frac{dt}{a}$$

- et finalement:

$$c\int_{t_1}^{t_0}\frac{dt}{a}=c\int_{t_1+\lambda_1/c}^{t_0+\lambda_0/c}\frac{dt}{a}$$

Redshift (suite)

- Au final, si on considère que a est constant pendant l'intégration (infinitésimale):

$$\frac{t_1 + \lambda_1/c}{a_1} - \frac{t_1}{a_1} = \frac{t_0 + \lambda_0/c}{a_0} - \frac{t_0}{a_0}$$

- où a_0 est le paramètre d'échelle aujourd'hui, ici et a_1 à l'émission en r=R

- Finalement: $$\frac{\lambda_1}{a_1} = \frac{\lambda_0}{a_0}$$

- ou encore: $$\frac{\lambda_0}{\lambda_1} = \frac{a_0}{a_1}$$

- or le redshift est expérimentalement: $$\frac{\lambda_0}{\lambda_1} = 1 + z$$

- et est donc le rapport des facteurs d'échelle: $$1 + z = \frac{a_0}{a_1}$$

NB: pas d'effet Doppler ici…

Redshift (suite)

- Au final, si on considère que a est constant pendant l'intégration (infinitésimale):

$$\frac{t_1 + \lambda_1/c}{a_1} - \frac{t_1}{a_1} = \frac{t_0 + \lambda_0/c}{a_0} - \frac{t_0}{a_0}$$

- où a_0 est le paramètre d'échelle aujourd'hui, ici et a_1 à l'émission en r=R
- Finalement:

$$\frac{\lambda_1}{a_1} = \frac{\lambda_0}{a_0}$$

- ou encore:

$$\frac{\lambda_0}{\lambda_1} = \frac{a_0}{a_1}$$

- or le redshift est expérimentalement:

$$\frac{\lambda_0}{\lambda_1} = 1 + z$$

- et est donc le rapport des facteurs d'échelle:

$$1 + z = \frac{a_0}{a_1}$$

NB: pas d'effet Doppler ici…

Géométrie et contenu

- Densité critique: $\rho_c = \dfrac{3H^2}{8\pi G}$

$$H^2 = \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = H_0^2\left(\frac{\rho}{\rho_c} - \frac{k}{a^2 H_0^2} + \frac{\Lambda}{3H^2}\right), \\ = H_0^2\left(\Omega_m + \Omega_k + \Omega_\Lambda\right)$$

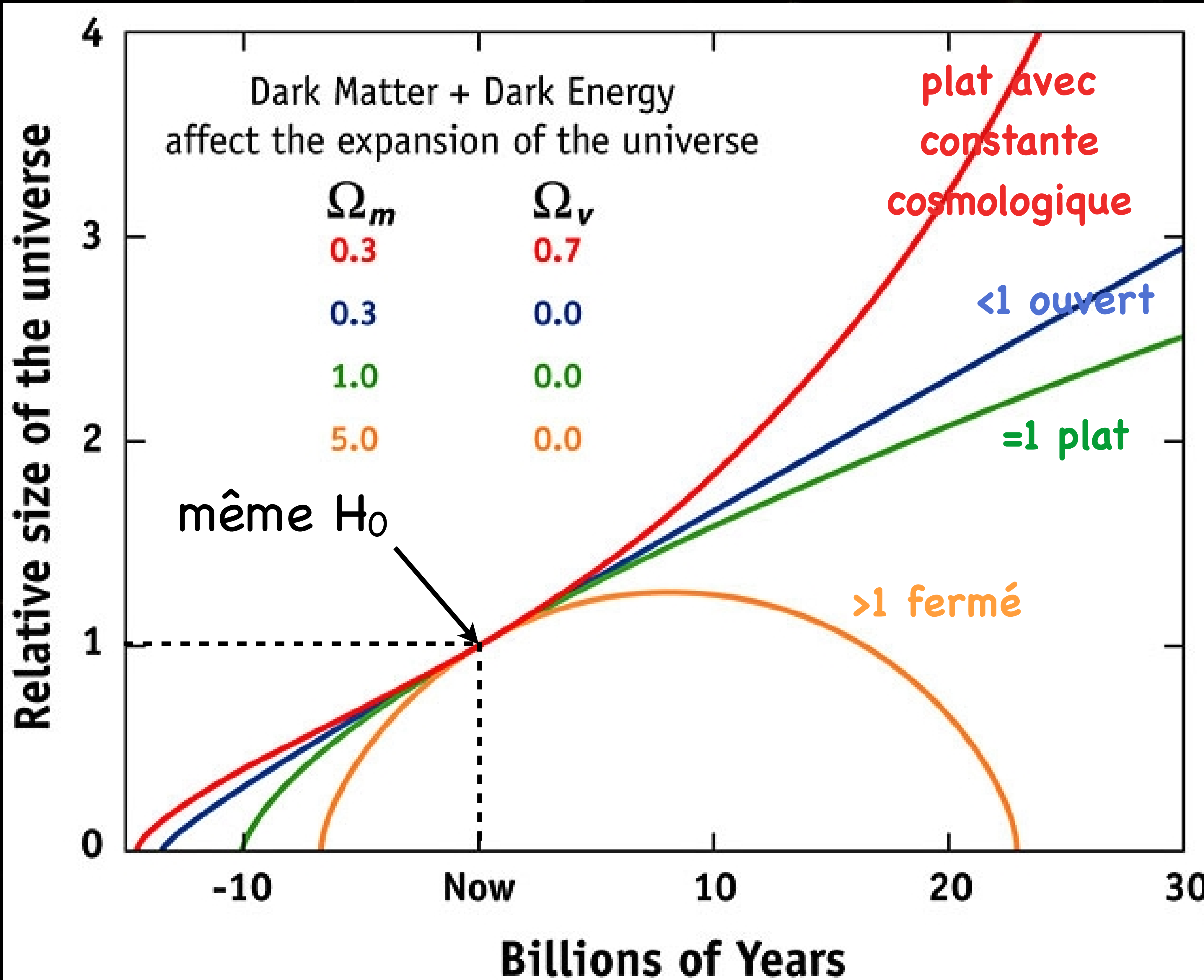
- Densités des espèces dans l'Univers

$$\Omega_m = \frac{\rho}{\rho_c}, \quad \Omega_k = \frac{-k}{a^2 H^2}, \quad \Omega_\Lambda = \frac{\Lambda}{3H^2}$$

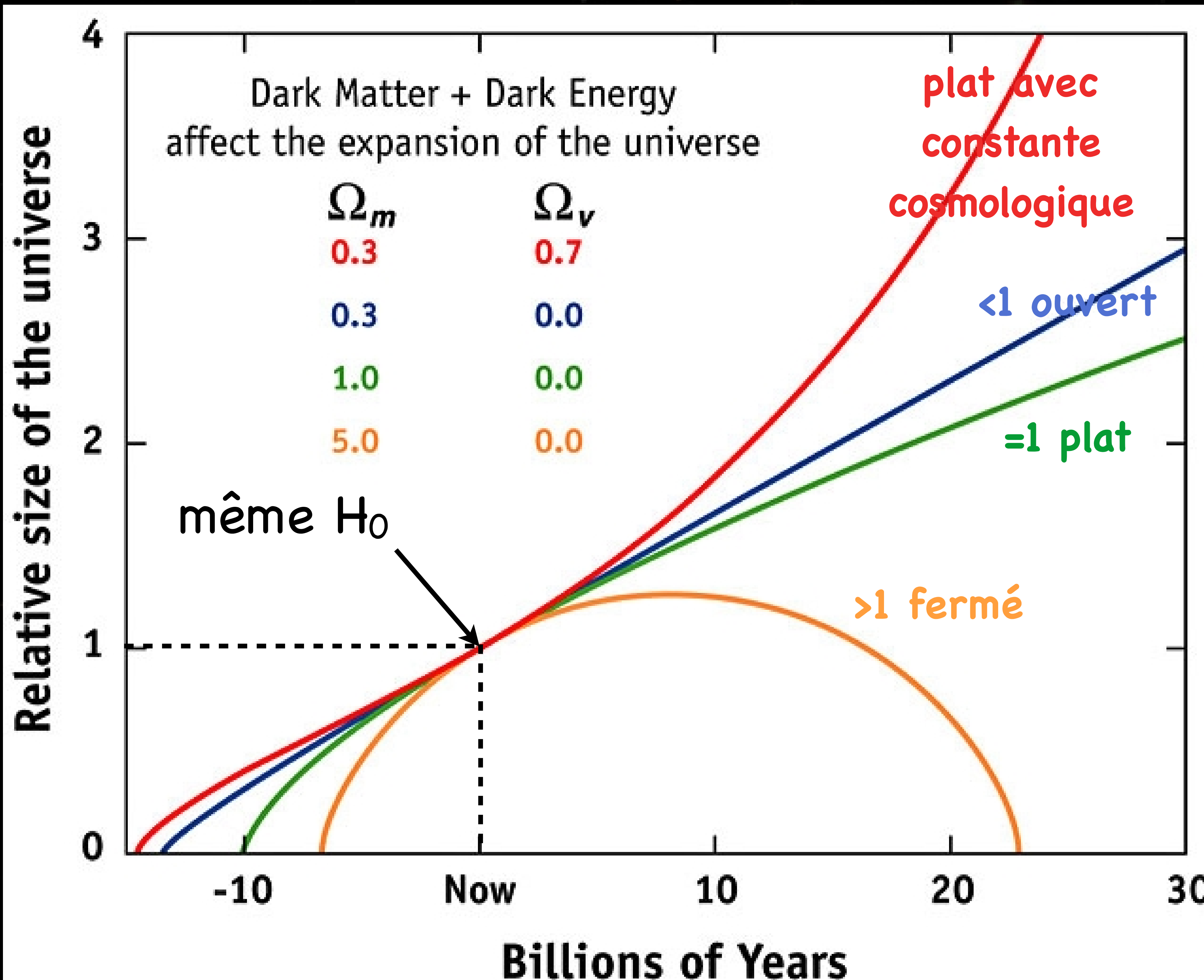
→ On a toujours: $\Omega_k = 1 - (\Omega_m + \Omega_\Lambda)$

En particulier, pour un Univers plat: $\Omega_m + \Omega_\Lambda = 1$

Facteur d'échelle en FLRW



Facteur d’échelle en FLRW



Mesures actuelles