

# Cosmologie Moderne

## Cours 2



J.-Ch. Hamilton, APC  
hamilton@apc.univ-paris7.fr

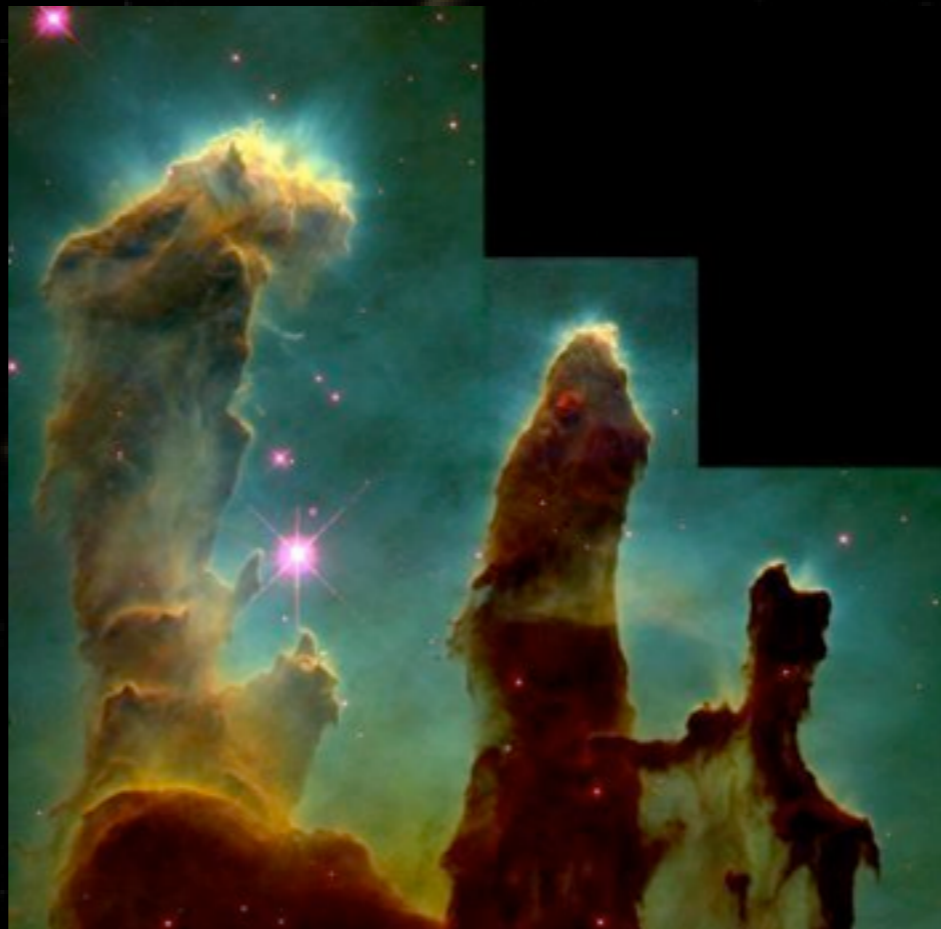
# Vue d'ensemble de la cosmologie

- Les échelles en cosmologie
- Les piliers de la cosmologie
  - ★ Relativité Générale
  - ★ Expansion de l'Univers
  - ★ Principe cosmologique
  - ★ Schéma de principe de la cosmologie observationnelle
- L'Univers de Friedman-Lemaître
  - ★ Métrique de F.L.
  - ★ Redshift
  - ★ Équations de Friedman
  - ★ Histoire de l'expansion
  - ★ Big-Bang
- F.A.Q. de cosmologie
- Histoire thermique de l'Univers



# Pilliers de la cosmologie

- La relativité Générale (théorie)
- L'expansion de l'Univers (observation)
- Le principe cosmologique (hypothèse puis observation)



# Pilliers de la cosmologie

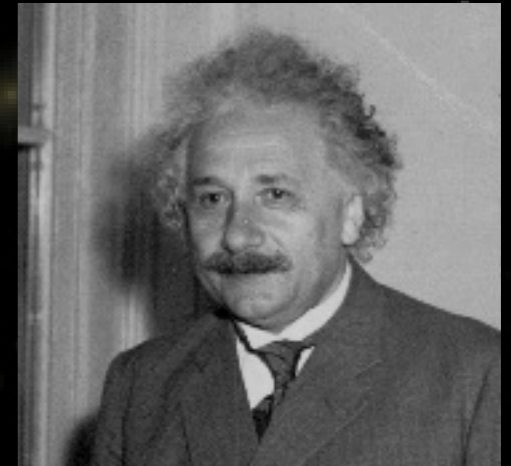
- La relativité Générale (théorie)
- L'expansion de l'Univers (observation)
- Le principe cosmologique (hypothèse puis observation)



# Relativité Générale

- Oeuvre d'A. Einstein en 1915

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R - \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}$$



A. Einstein

- Fait suite à la relativité restreinte

- ★ Relativité restreinte :

- Description des mouvements entre référentiels inertiels (en mouvement non accélérés les uns par rapport aux autres)
- Pas de forces de fait ...

- ★ Relativité générale :

- Extension aux référentiels accélérés
- Mais en fait beaucoup plus que ça :
  - Nouvelle interprétation de la notion de force
  - Espace temps courbé
  - Théorie géométrique de la gravitation

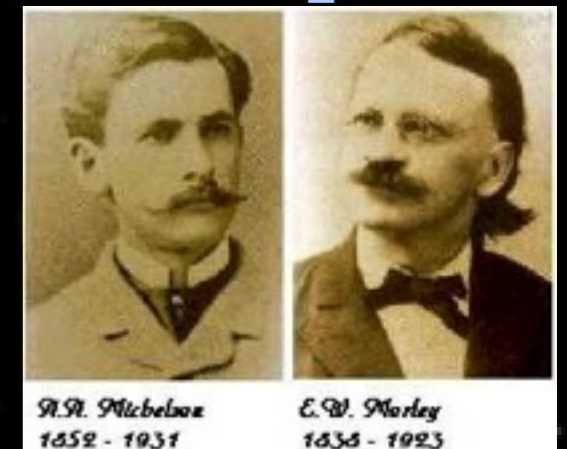
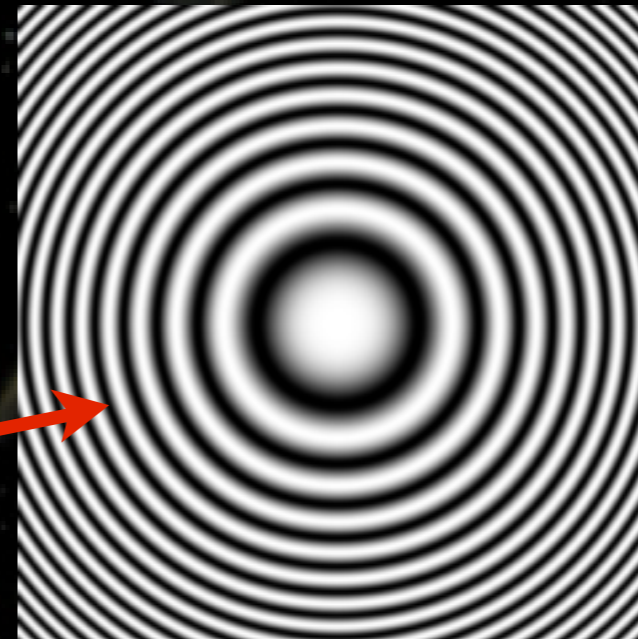
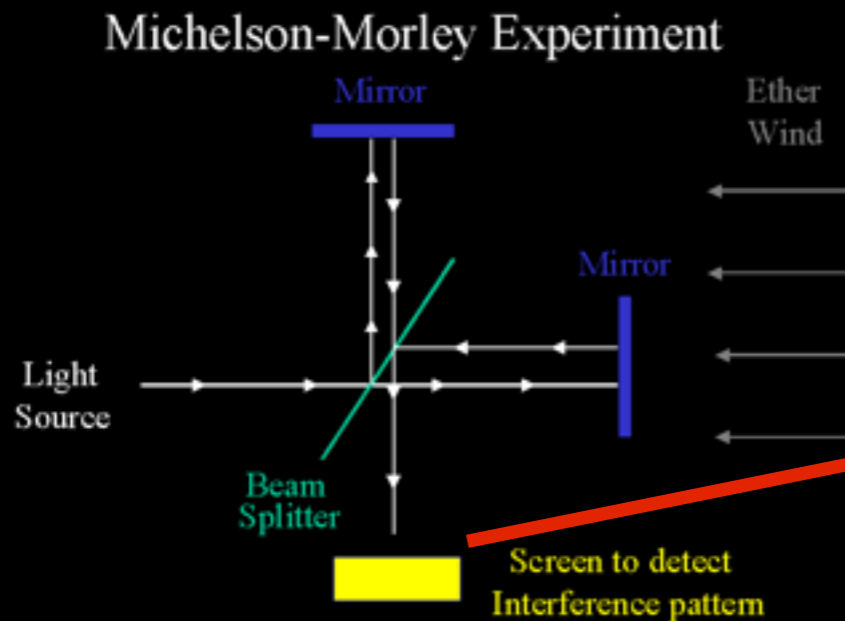


Film «Les triplettes de Belleville»  
S. Chomet (2003)



# Relativité restreinte

- Expérience de Michelson et Morley [1881-1887]
  - ★ Mesure de la vitesse de la lumière par rapport à l'éther

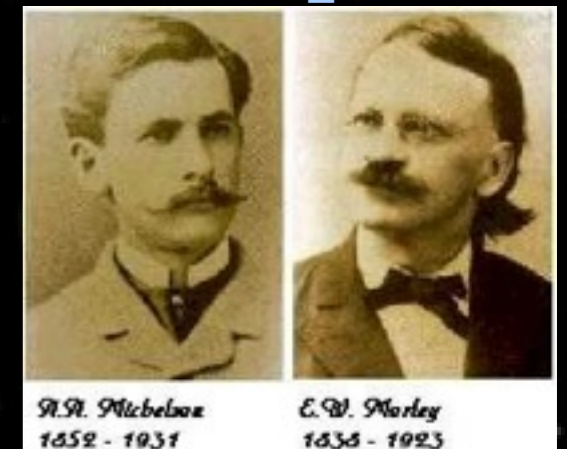
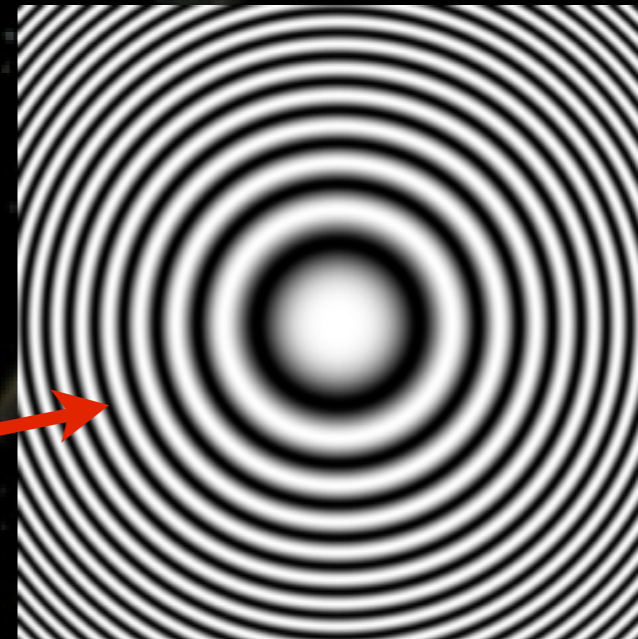
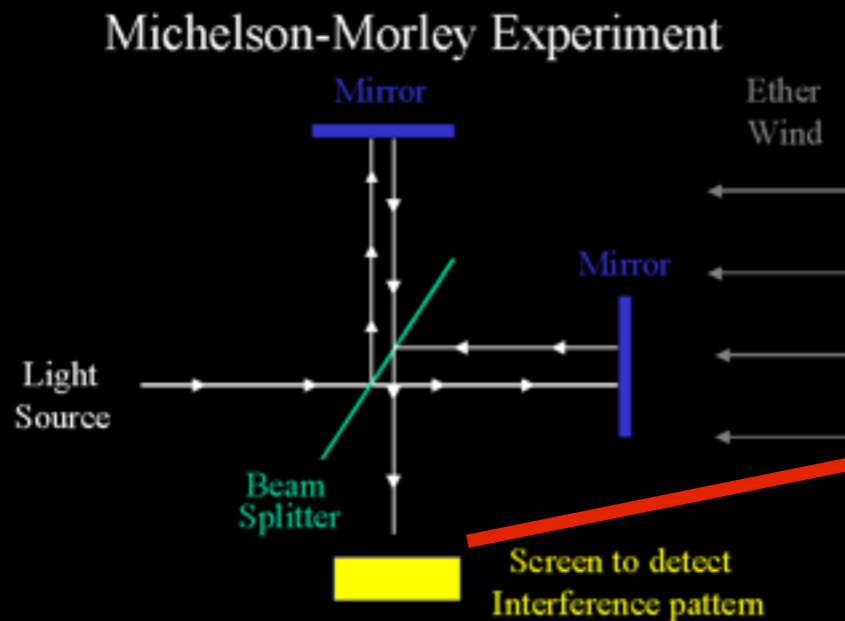


Déplacement attendu :  
0.4 frange



# Relativité restreinte

- **Expérience de Michelson et Morley [1881-1887]**
  - ★ Mesure de la vitesse de la lumière par rapport à l'éther



Déplacement attendu :  
0.4 frange

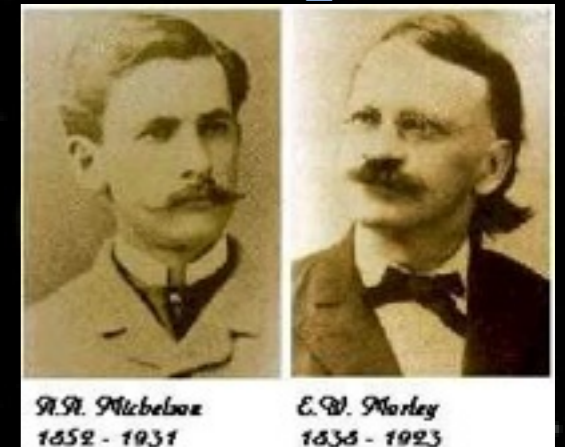
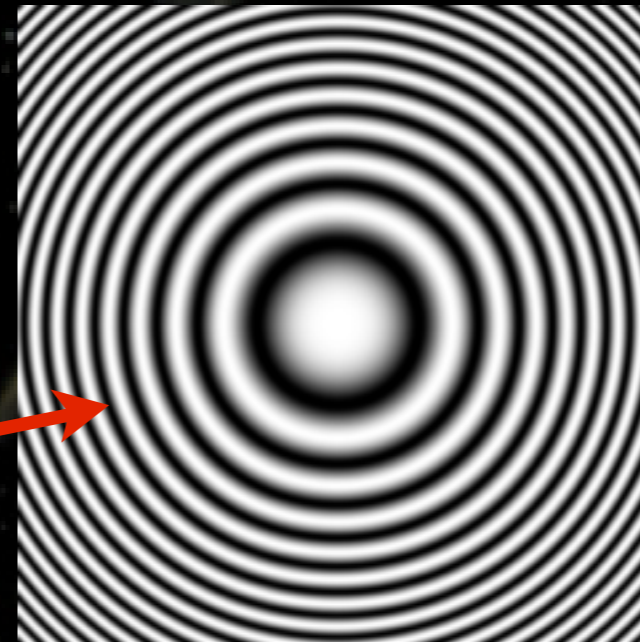
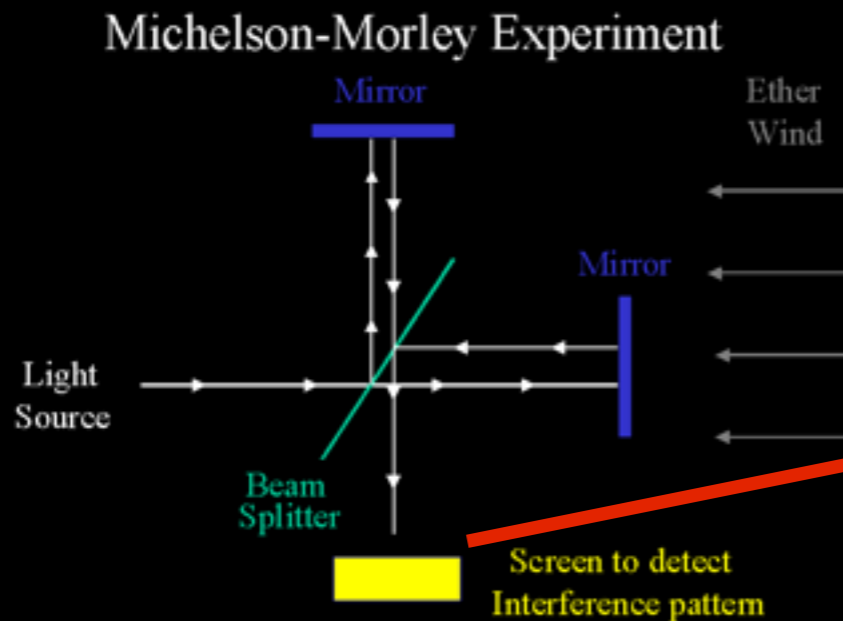
Déplacement Observé :  
rien ...



# Relativité restreinte

- Expérience de Michelson et Morley [1881-1887]

- ★ Mesure de la vitesse de la lumière par rapport à l'éther



Déplacement attendu :  
0.4 frange  
Déplacement Observé :  
rien ...

- La vitesse de la lumière est une constante quel que soit le référentiel

- ★ ex/ un train vient vers moi à la vitesse  $c/2$  et on m'envoie un photon depuis ce train. Je mesure la vitesse du photon :  $c$  et non pas  $3c/2$
- ★ bizarre ...
- ★ Mach propose d'abandonner le concept d'éther mais ça n'explique rien...





# Relativité restreinte

- Lorentz propose une nouvelle loi de composition des vitesses:

$$\vec{v}'_0 = \frac{\vec{v}_0 + \vec{v}_1}{1 + \frac{\vec{v}_0 \cdot \vec{v}_1}{c^2}} \quad \text{au lieu de} \quad \vec{v}'_0 = \vec{v}_0 + \vec{v}_1$$

- ★ Qui respecte : si  $v_0 = c$  alors  $v'_0 = c$
- ★ et qui donne la composition des vitesses classique dans la limite des faibles vitesses
- ★ Mais aucune explication n'est proposée

- Einstein propose la relativité restreinte

- ★ (plus ou moins en même temps que Poincaré, mais c'est l'objet de controverses)
- ★ Les transformations de Lorentz découlent des nouveaux principes
- ★ C'est une révolution conceptuelle
  - Plus de temps ni d'espace ... mais l'espace-temps ...
  - La physique cesse d'être vraiment intuitive: la nature est plus complexe qu'il n'y paraît



H.A. Lorentz



H. Poincaré



A. Einstein



# Relativité restreinte

- **Trois postulats:**

- ★ L'éther est un concept inutile qui ne représente rien
- ★ La vitesse de la lumière est la même quel que soit le référentiel
- ★ Les lois de la physique sont les mêmes pour tous les référentiels inertiels

- ➔ Transformations de Lorentz

- ➔ La vitesse de la lumière est infranchissable

- Sinon la causalité est violée : un effet peut précéder sa propre cause dans un certain référentiel

- ➔ L'espace et le temps absolus cessent d'exister, on parle d'espace-temps

- Variété à 4 dimensions dont la métrique est celle de Minkowski (voir plus loin)

- ➔ **Nombreux phénomènes et effets contre-intuitifs:**

- Dilatation des temps, impossibilité de synchroniser des horloges entre référentiels
- Contraction des longueurs
- Paradoxe des jumeaux

- ➔ Tous vérifiés expérimentalement avec une précision impressionnante

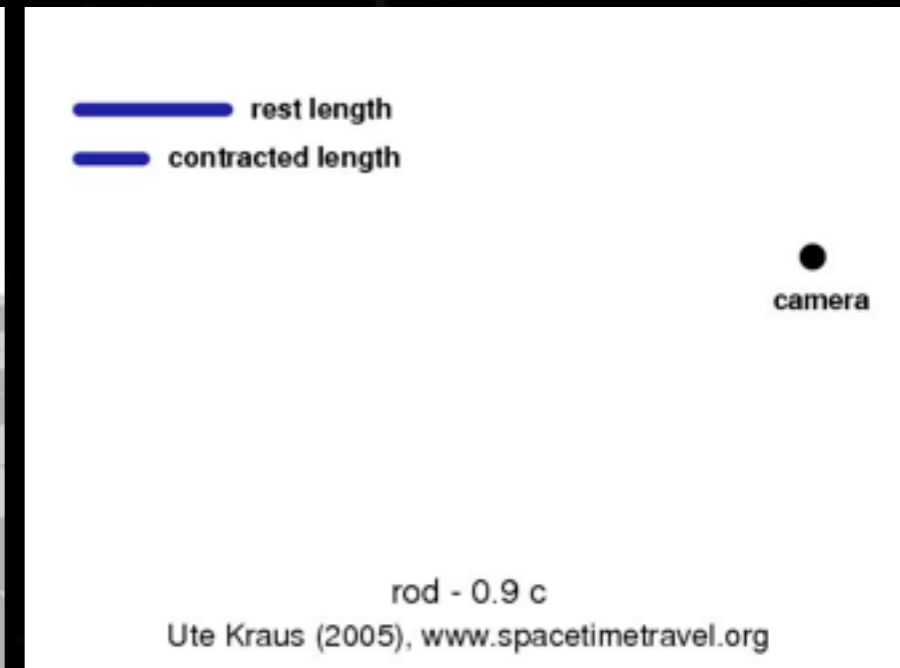
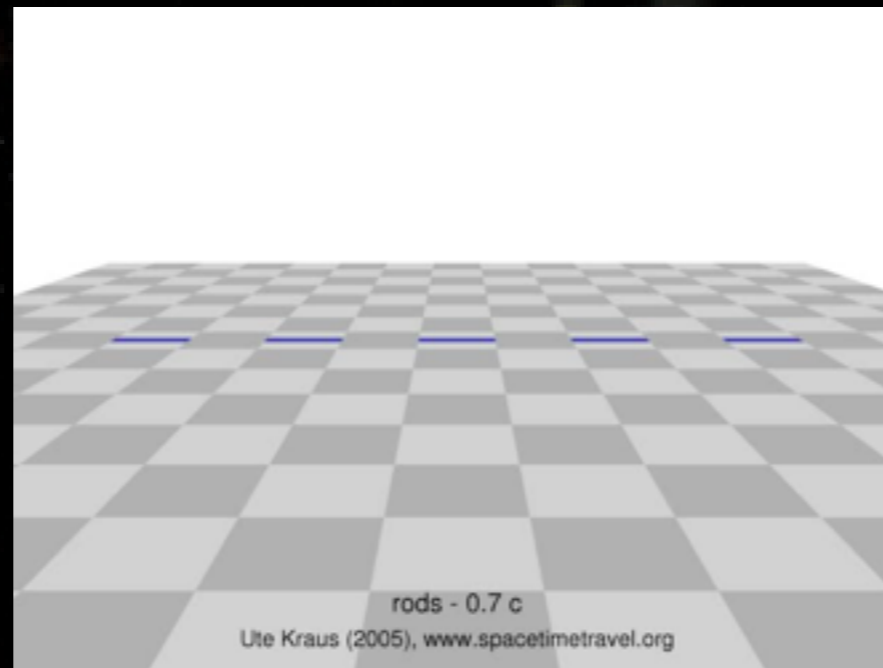
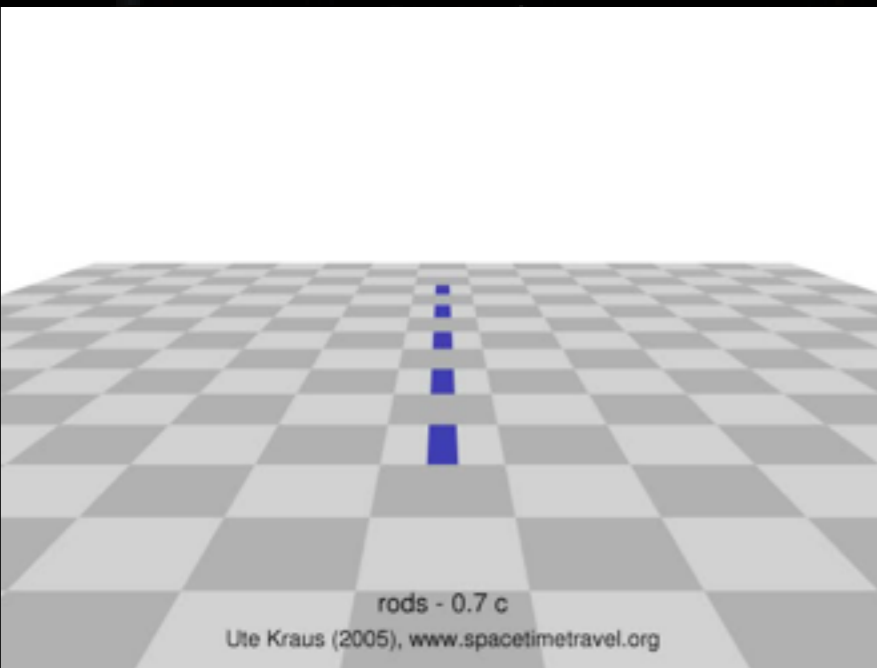


# Effets curieux en Relativité

- $c \gg$  toutes les vitesses dont on a l'expérience
  - ★ 300 000 km en une seconde c'est  $\sim 8$  fois le tour de la Terre à l'équateur
  - ★ Dans la vie pratique on peut raisonnablement considérer  $c$  comme infinie
  - ★ Pas en astronomie et dans les technologies de précision
- On peut faire un parallèle avec la vitesse du son
  - ★ Si on est suffisamment loin de la source sonore, deux observateur ne vont pas observer de simultanéité entre deux sons. Ils ne vont même pas forcément les classer dans le même ordre chronologique.
- Ex/
  - ★ un voiture de 5m de long :
    - roulant à 100 km/h est  $2 \times 10^{-14}$ m plus courte qu'au repos (1/10 000ème de la taille d'un atome)
    - roulant à  $0,9c$  sa longueur est de 2,20m



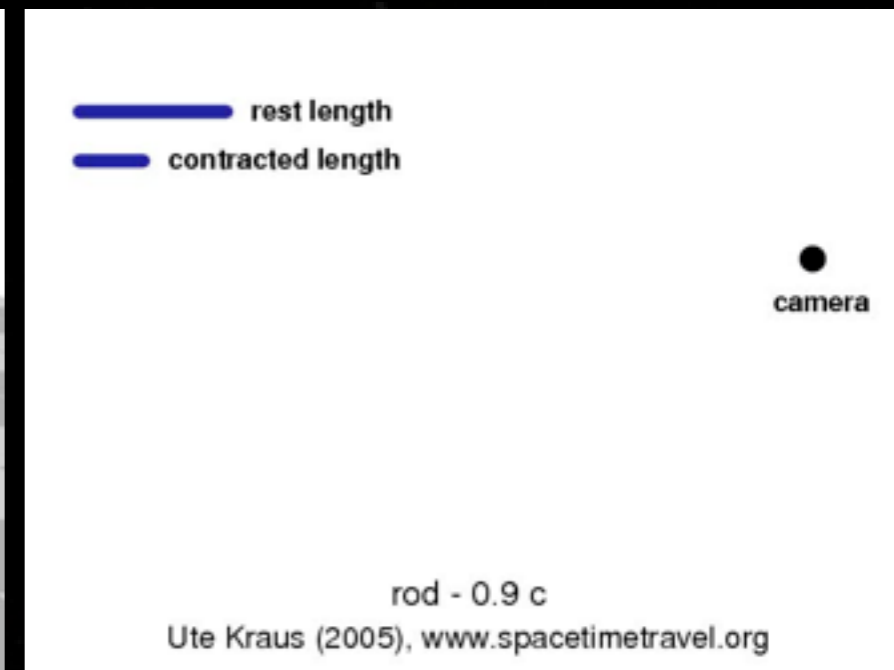
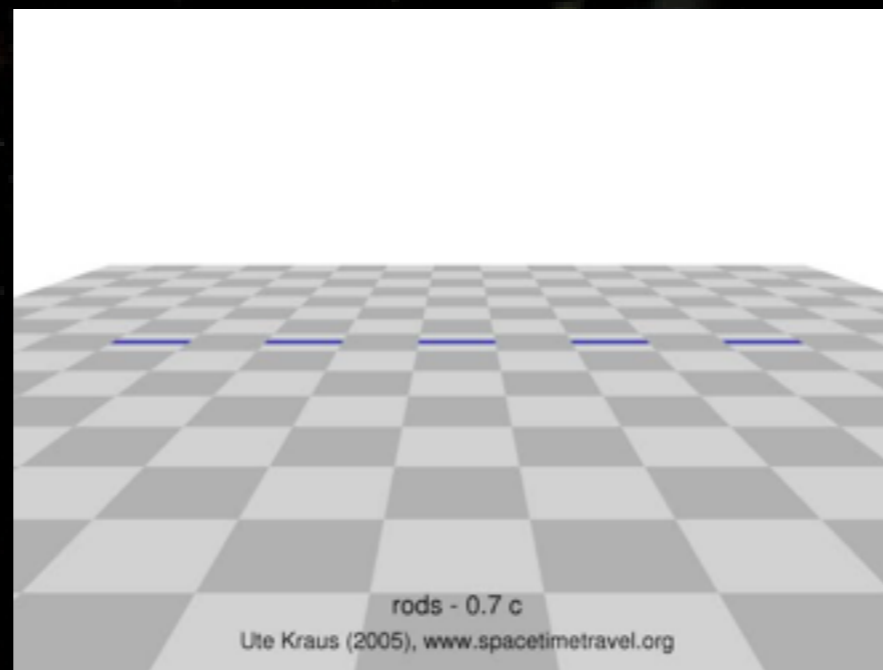
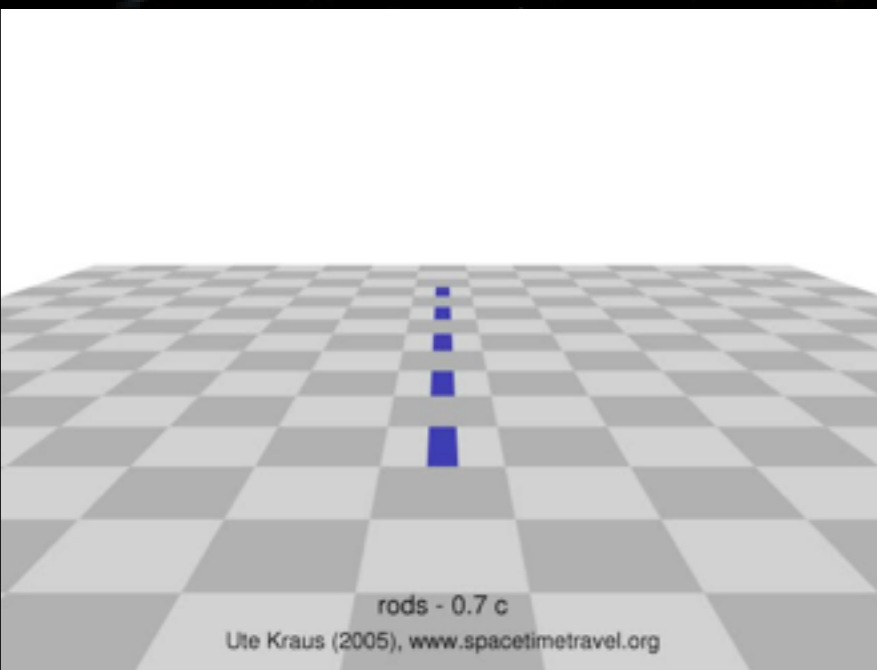
# Contraction des longueurs



Les objets se déplacent significativement pendant le trajet de la lumière



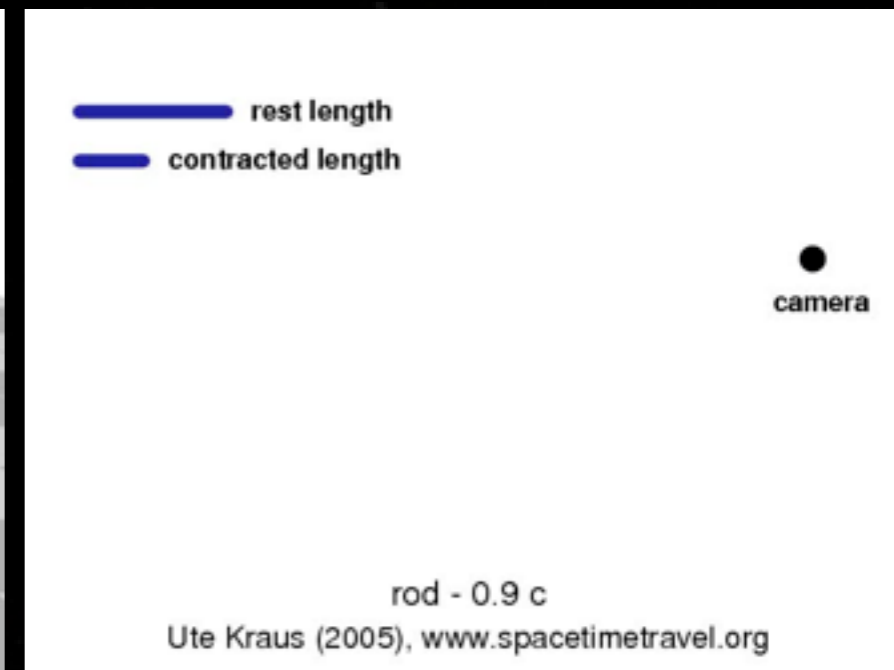
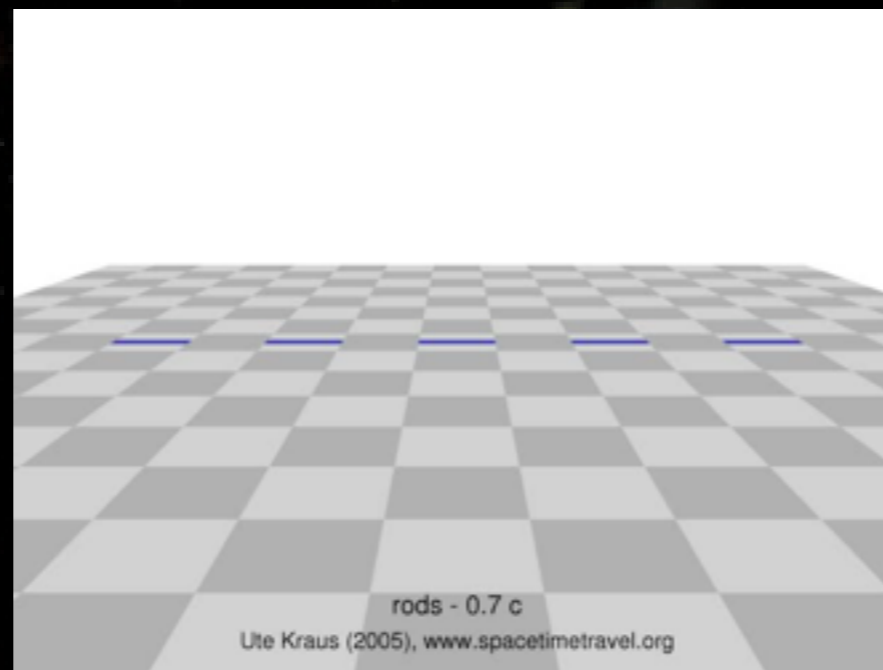
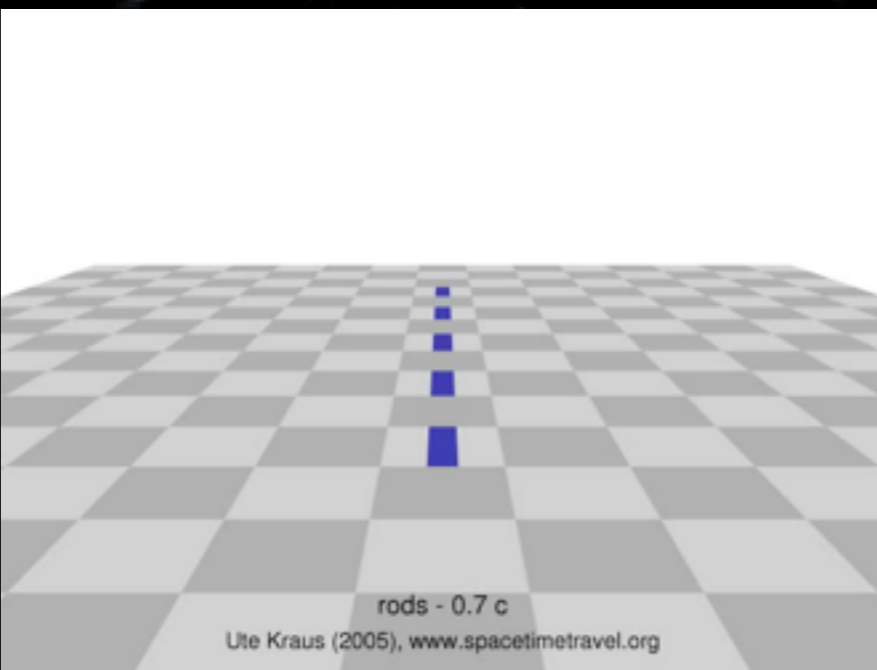
# Contraction des longueurs



Les objets se déplacent significativement pendant le trajet de la lumière



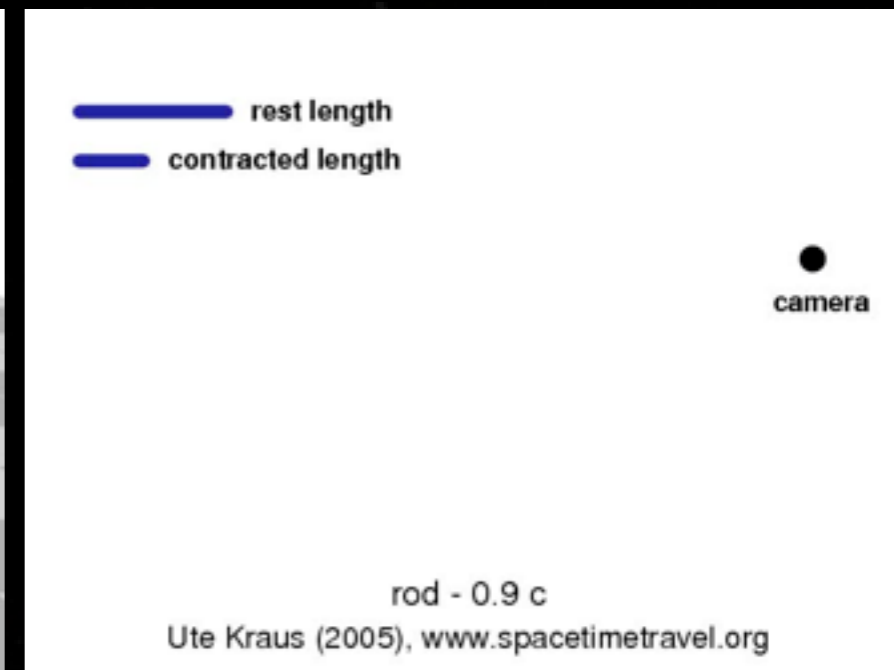
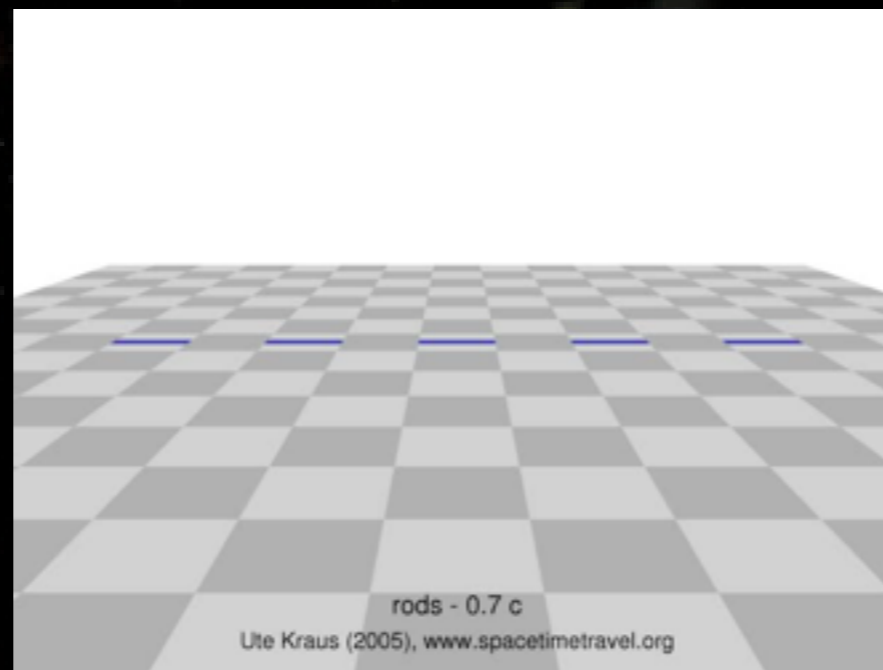
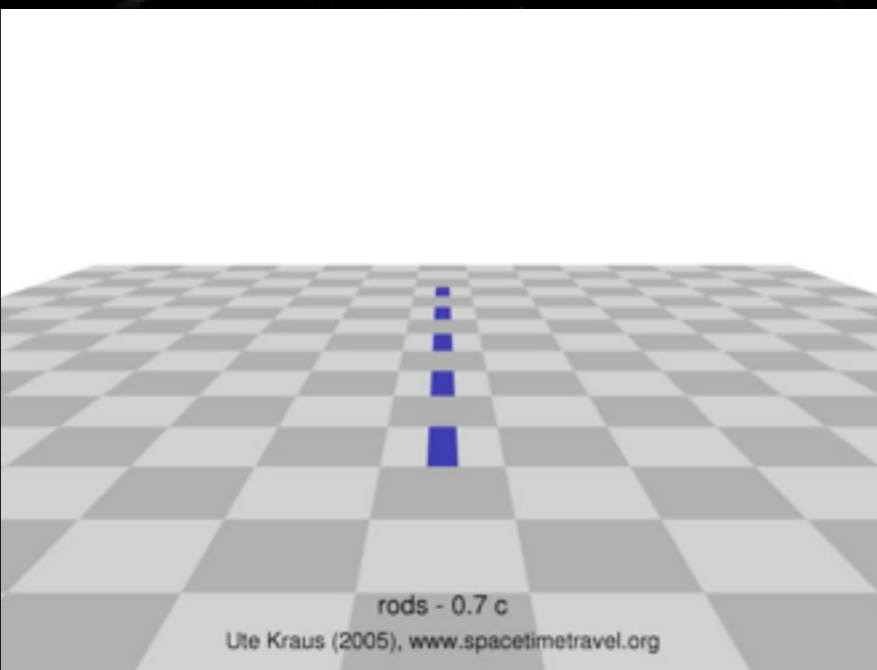
# Contraction des longueurs



Les objets se déplacent significativement pendant le trajet de la lumière



# Contraction des longueurs



Les objets se déplacent significativement pendant le trajet de la lumière



# Relativité restreinte

- Dilatation des temps

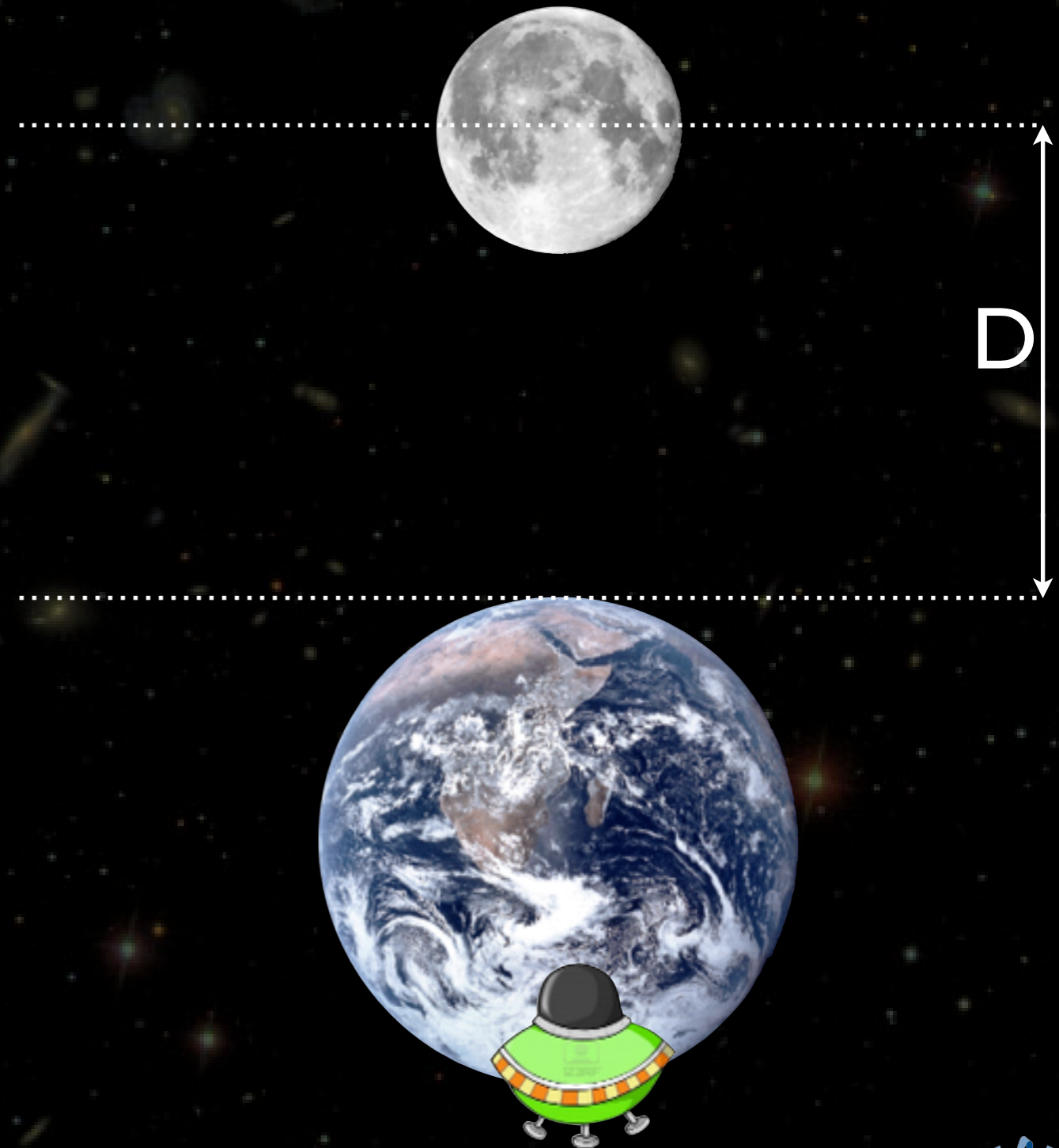
- ★ Signal entre la Terre et la Lune

- Vitesse  $c$
- Il s'agit d'une horloge

- ★ Observateur lié à la Terre

- Aller-retour en  $\sim 3$  sec

$$\Delta t = 2D/c$$





# Relativité restreinte

- Dilatation des temps

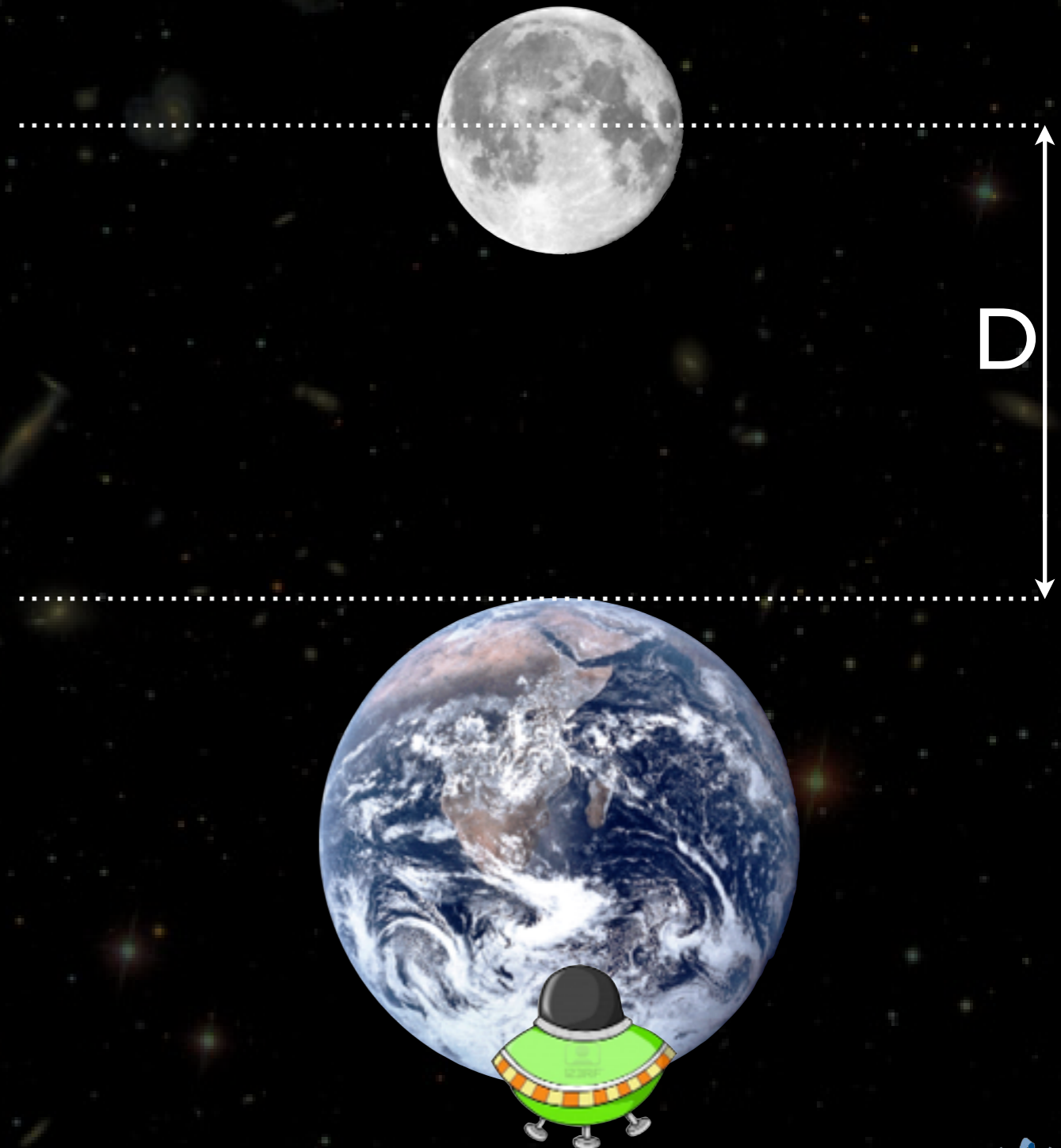
- ★ Signal entre la Terre et la Lune

- Vitesse  $c$
- Il s'agit d'une horloge

- ★ Observateur lié à la Terre

- Aller-retour en  $\sim 3$  sec

$$\Delta t = 2D/c$$



# Relativité restreinte

- Dilatation des temps

- ★ Signal entre la Terre et la Lune

- Vitesse  $c$
- Il s'agit d'une horloge

- ★ Observateur lié à la Terre

- Aller-retour en  $\sim 3$  sec

$$\Delta t = 2D/c$$

- ★ Observateur en mouvement



# Relativité restreinte

- Dilatation des temps

- ★ Signal entre la Terre et la Lune

- Vitesse  $c$
- Il s'agit d'une horloge

- ★ Observateur lié à la Terre

- Aller-retour en  $\sim 3$  sec

$$\Delta t = 2D/c$$

- ★ Observateur en mouvement



# Relativité restreinte

- Dilatation des temps

- ★ Signal entre la Terre et la Lune

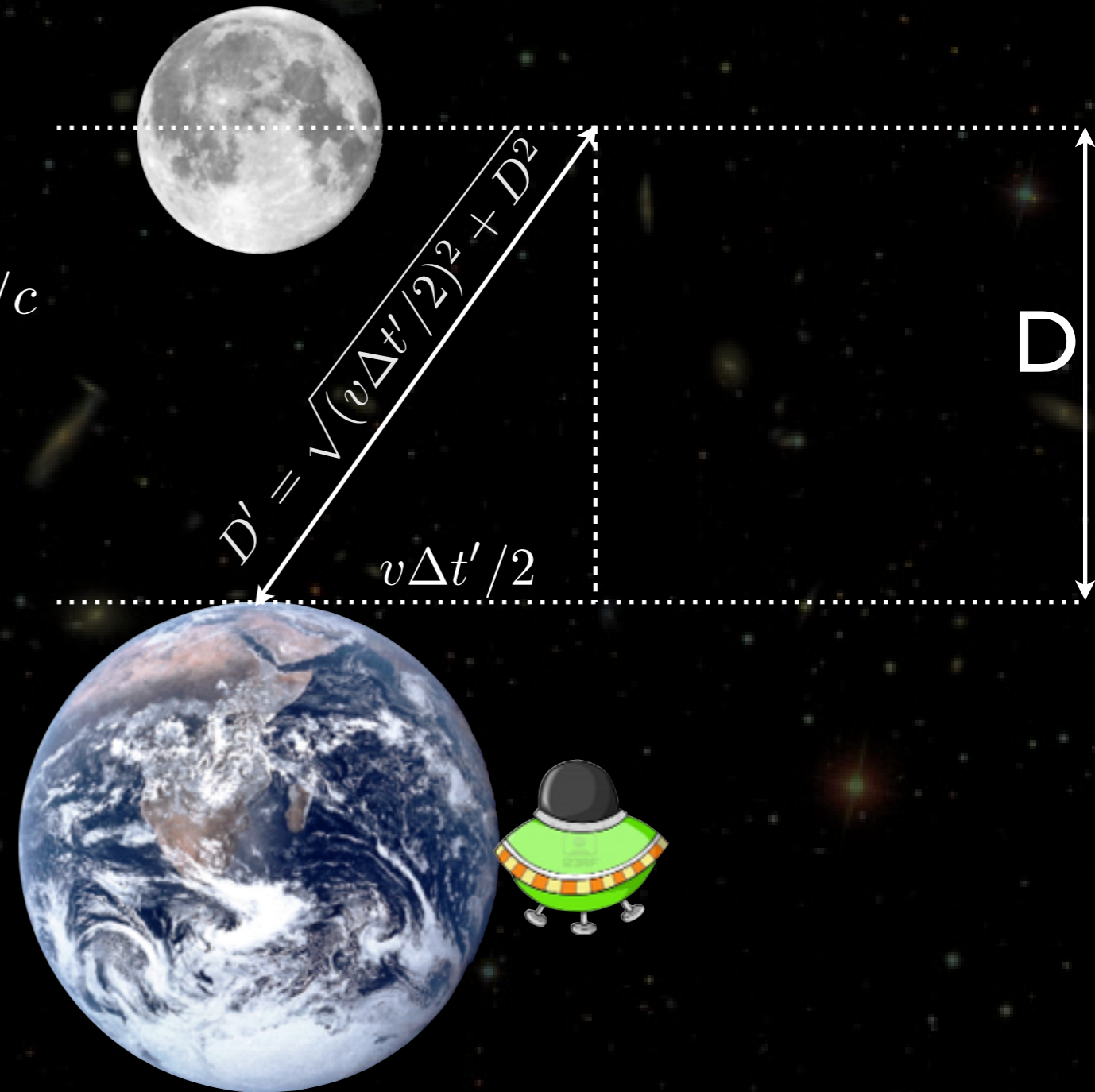
- Vitesse  $c$
- Il s'agit d'une horloge

- ★ Observateur lié à la Terre

- Aller-retour en  $\sim 3$  sec  $\Delta t = 2D/c$

- ★ Observateur en mouvement

- vitesse  $c$ , distance plus longue
- Horloge plus lente !!



# Relativité restreinte

- Dilatation des temps

- ★ Signal entre la Terre et la Lune

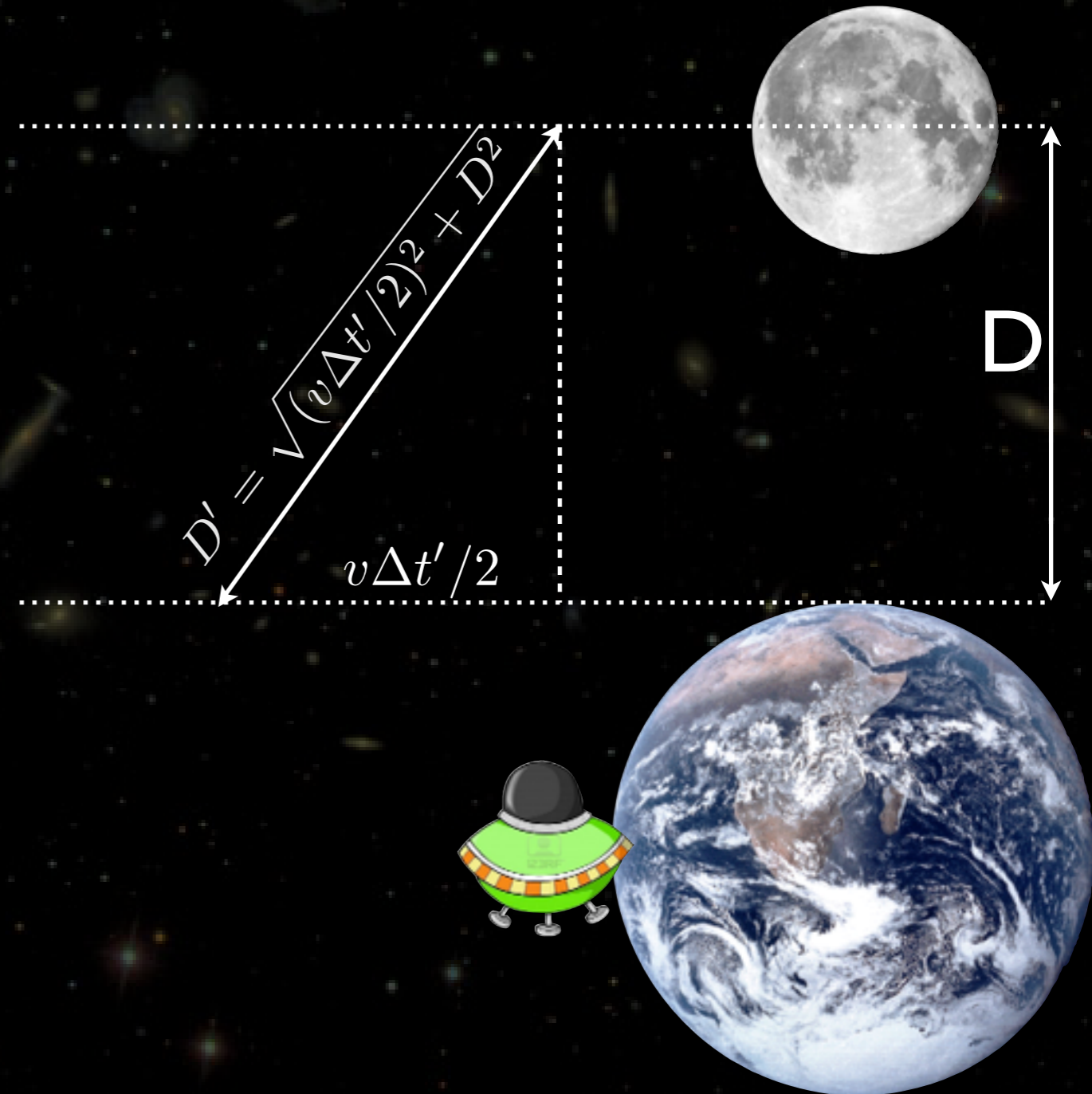
- Vitesse  $c$
- Il s'agit d'une horloge

- ★ Observateur lié à la Terre

- Aller-retour en  $\sim 3$  sec  $\Delta t = 2D/c$

- ★ Observateur en mouvement

- vitesse  $c$ , distance plus longue
- Horloge plus lente !!



# Relativité restreinte

- Dilatation des temps

- ★ Signal entre la Terre et la Lune

- Vitesse  $c$
- Il s'agit d'une horloge

- ★ Observateur lié à la Terre

- Aller-retour en  $\sim 3$  sec  $\Delta t = 2D/c$

- ★ Observateur en mouvement

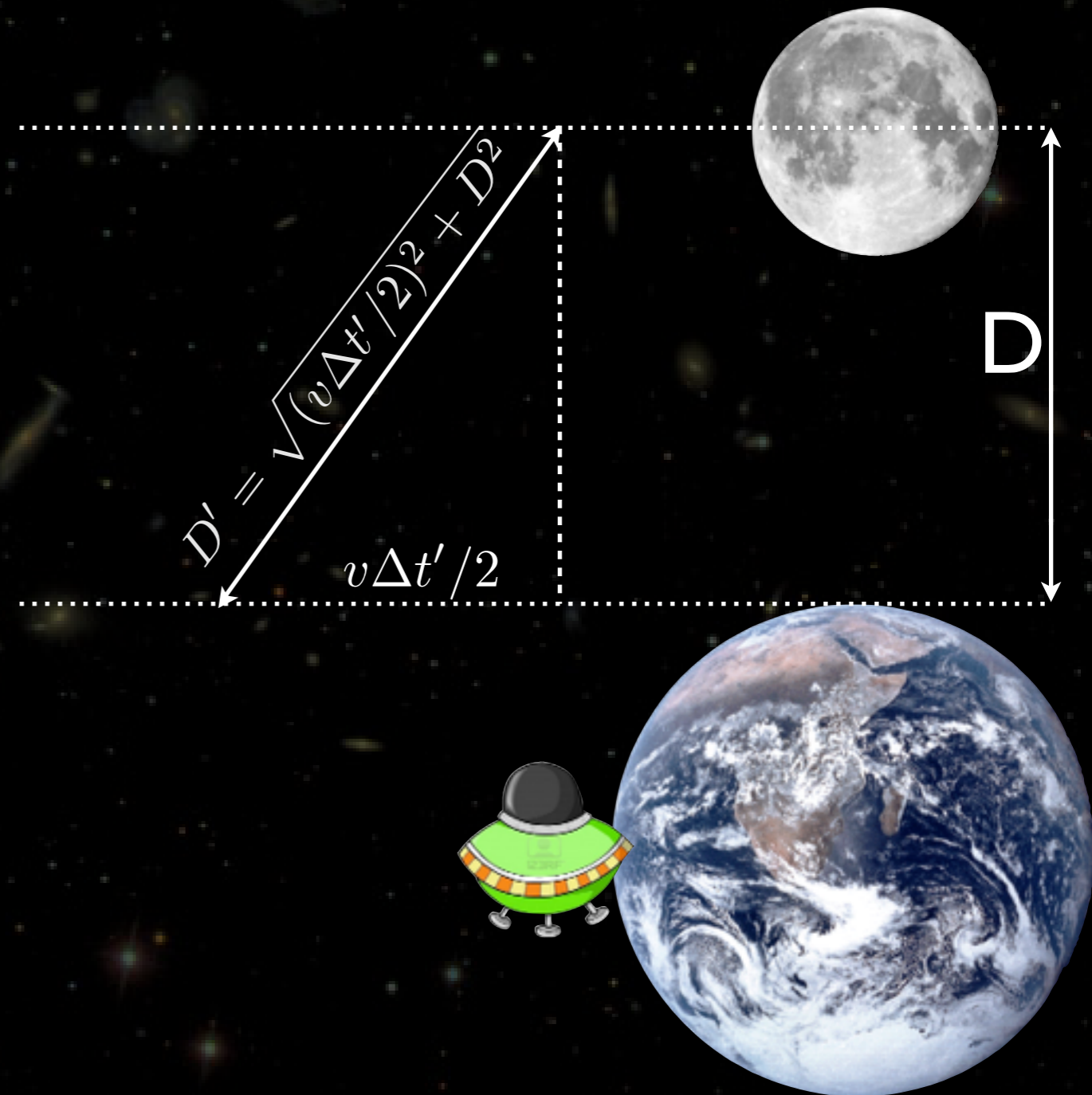
- vitesse  $c$ , distance plus longue
- Horloge plus lente !!

Theoreme de Pythagore :  $\left(\frac{v\Delta t'}{2}\right)^2 + D^2 = D'^2$

or  $\Delta t' = \frac{2D'}{c} \Rightarrow D' = \frac{c\Delta t'}{2}$

$\Rightarrow \frac{v^2 \Delta t'^2}{4} + D^2 = \frac{c^2 \Delta t'^2}{4}$

$\Rightarrow \Delta t'^2 = \frac{4D^2}{c^2 - v^2} \Leftrightarrow \Delta t' = \frac{\Delta t}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$



# Relativité restreinte

- Dilatation des temps

- ★ Signal entre la Terre et la Lune

- Vitesse  $c$
- Il s'agit d'une horloge

- ★ Observateur lié à la Terre

- Aller-retour en  $\sim 3$  sec  $\Delta t = 2D/c$

- ★ Observateur en mouvement

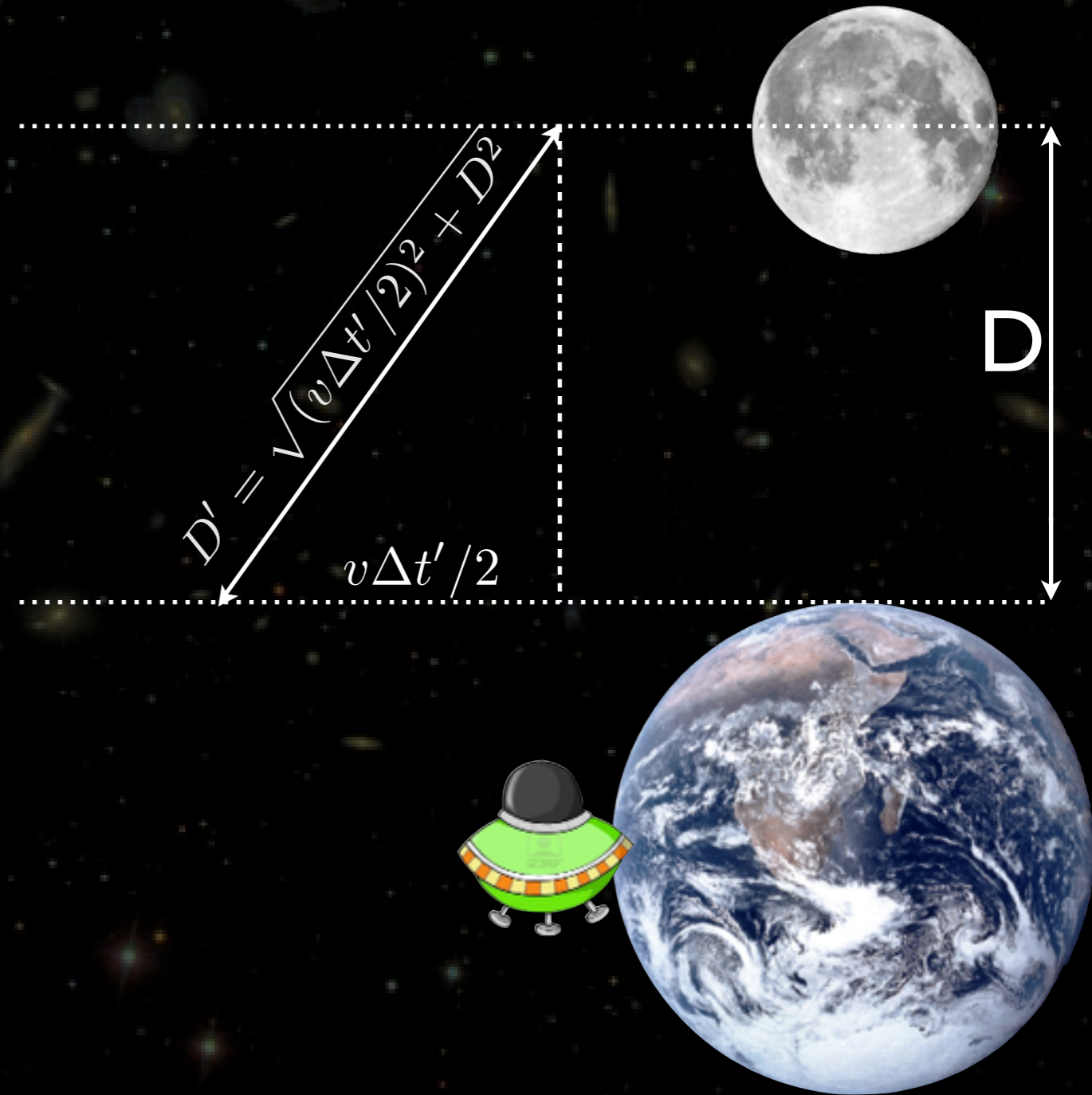
- vitesse  $c$ , distance plus longue
- Horloge plus lente !!

Theoreme de Pythagore :  $\left(\frac{v\Delta t'}{2}\right)^2 + D^2 = D'^2$

or  $\Delta t' = \frac{2D'}{c} \Rightarrow D' = \frac{c\Delta t'}{2}$

$\Rightarrow \frac{v^2 \Delta t'^2}{4} + D^2 = \frac{c^2 \Delta t'^2}{4}$

$\Rightarrow \Delta t'^2 = \frac{4D^2}{c^2 - v^2} \Leftrightarrow \Delta t' = \frac{\Delta t}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$



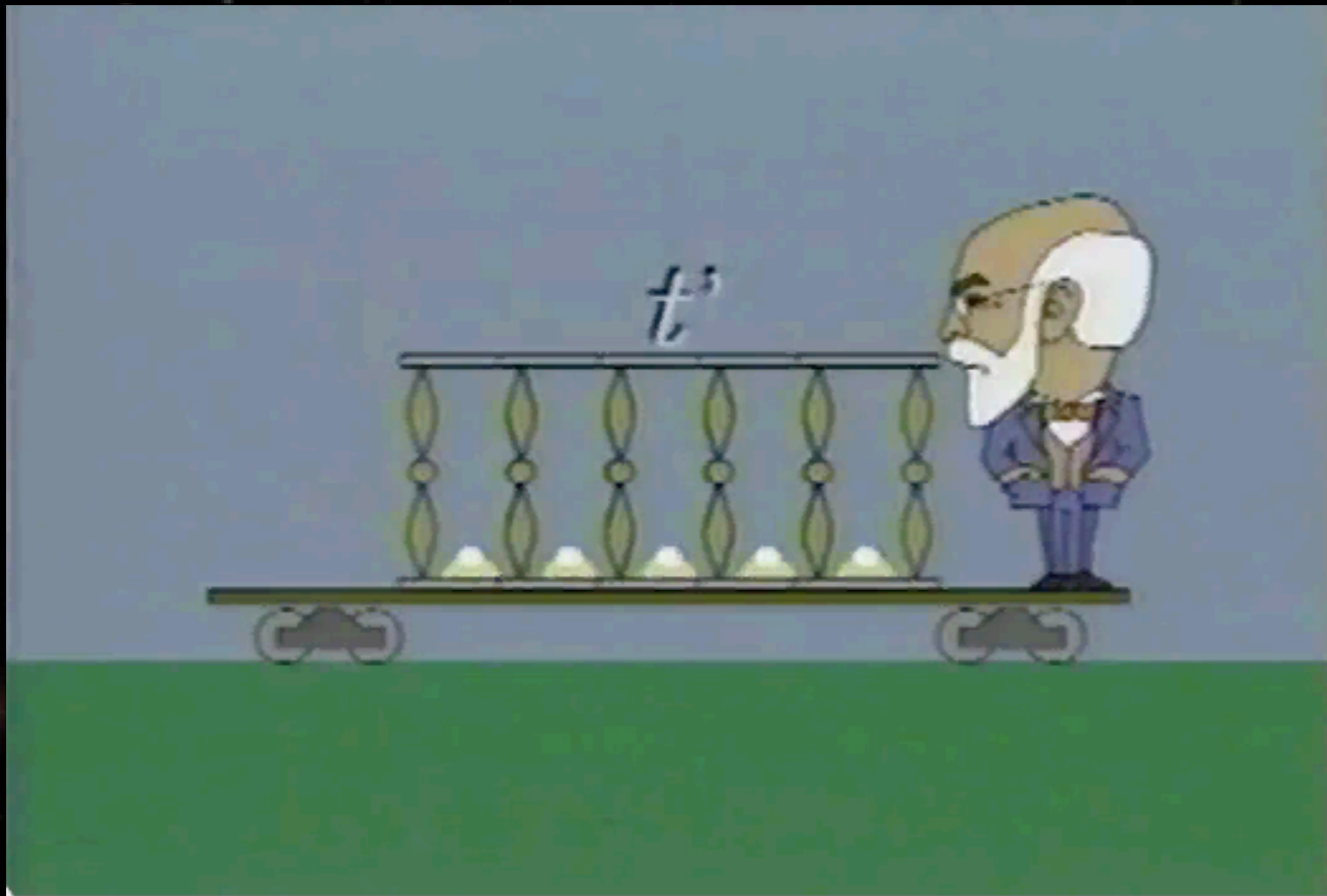
facteur 2.3 pour  $v=0.9 c$  (paradoxe des jumeaux)

1.00000005 pour  $v=100$  km/h ...



# Relativité restreinte

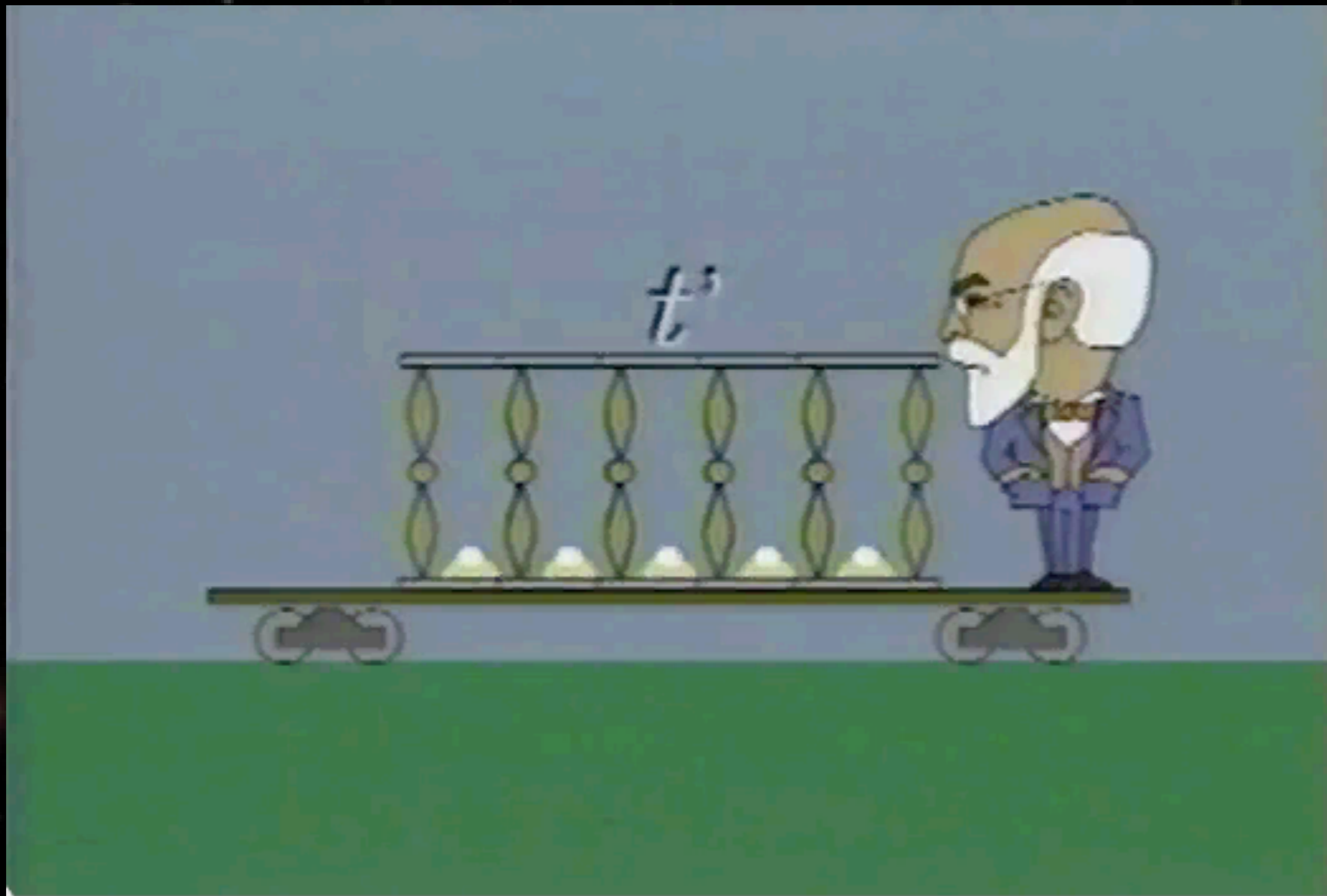
- Impossibilité de synchroniser des horloges pour tous les référentiels



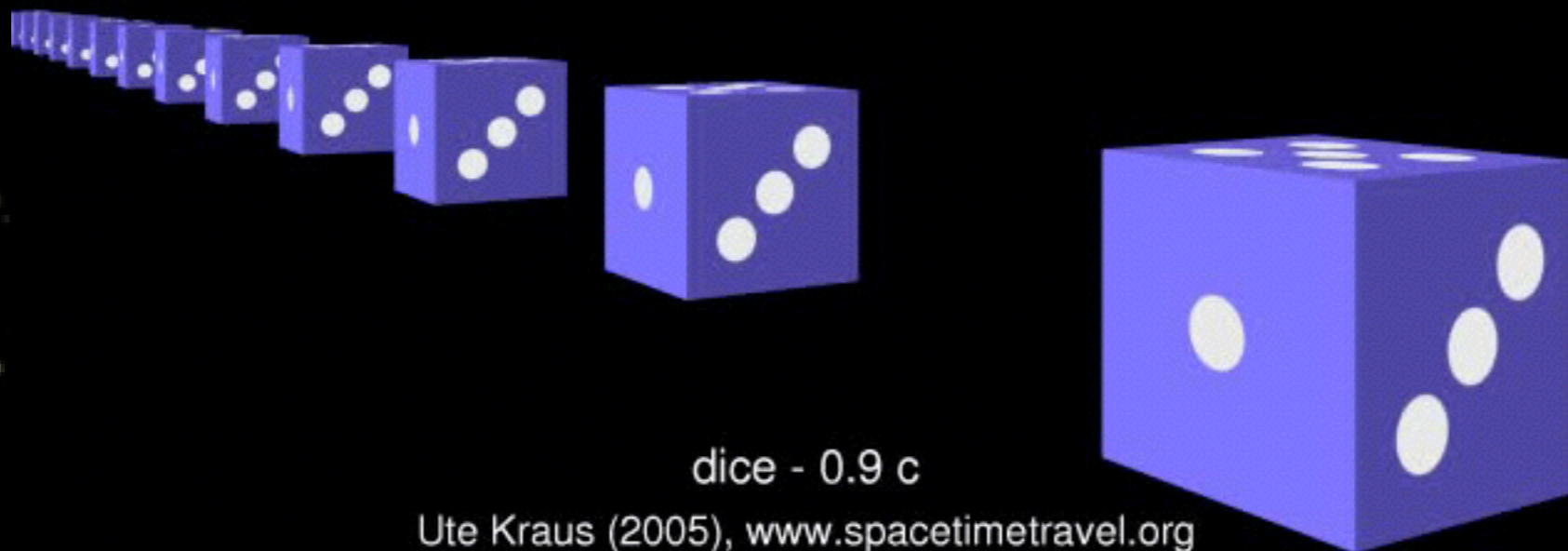


# Relativité restreinte

- Impossibilité de synchroniser des horloges pour tous les référentiels



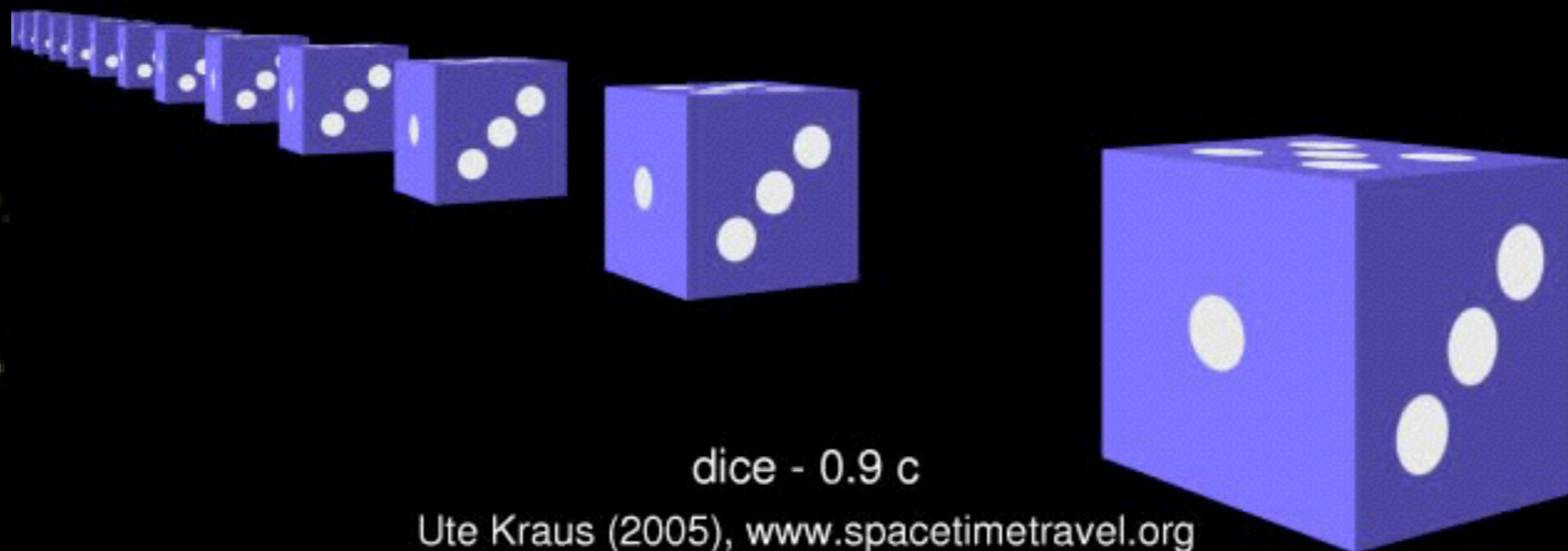
# Voir l'arrière d'un objet...



Effet connu sous le nom  
de « Boost de Lorentz »  
en Physique des particules



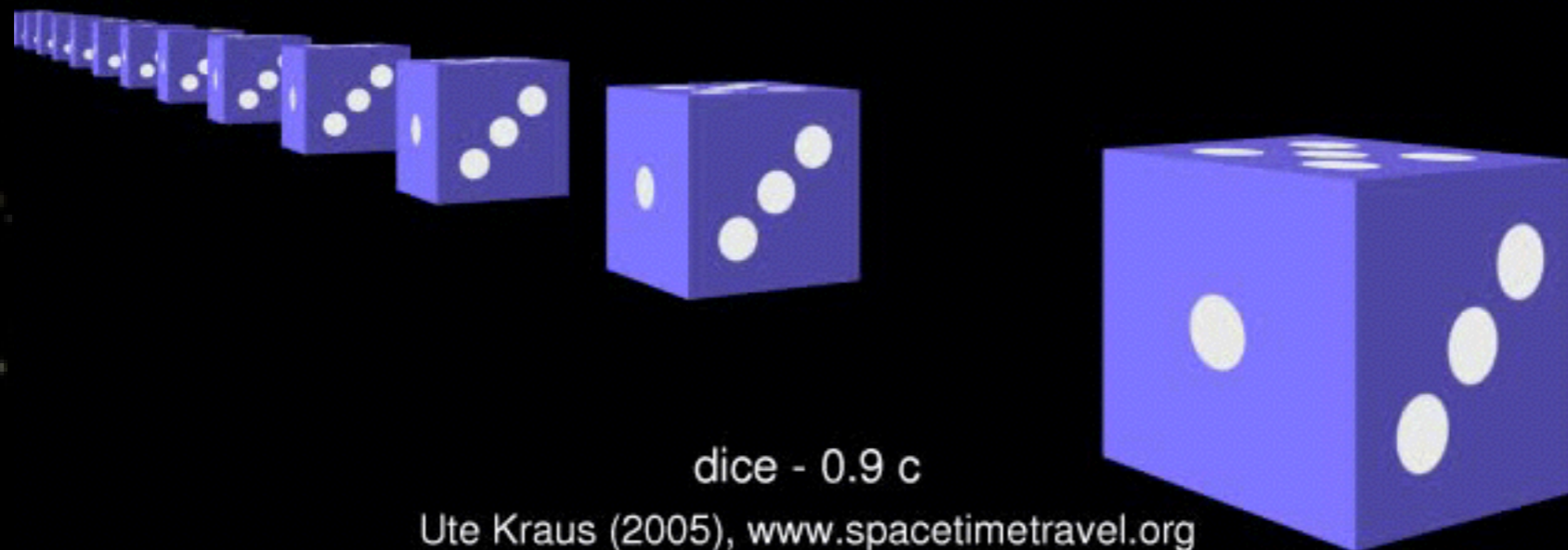
# Voir l'arrière d'un objet...



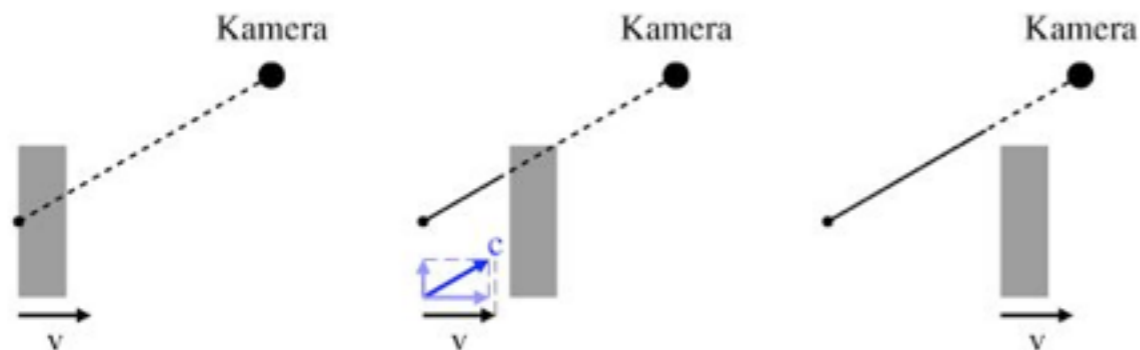
Effet connu sous le nom  
de « Boost de Lorentz »  
en Physique des particules



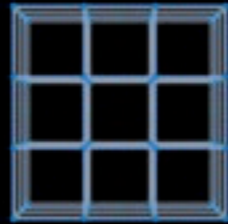
# Voir l'arrière d'un objet...



Effet connu sous le nom de « Boost de Lorentz » en Physique des particules



# Déformation des objets

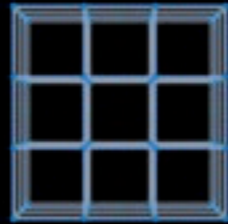


cubic lattice -  $v \ll c$

Ute Kraus (2005), [www.spacetime travel.org](http://www.spacetime travel.org)



# Déformation des objets

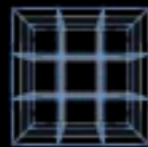


cubic lattice -  $v \ll c$

Ute Kraus (2005), [www.spacetime travel.org](http://www.spacetime travel.org)



# Déformation des objets



cubic lattice - 0.9 c

Ute Kraus (2005), [www.spacetime-travel.org](http://www.spacetime-travel.org)



# Déformation des objets

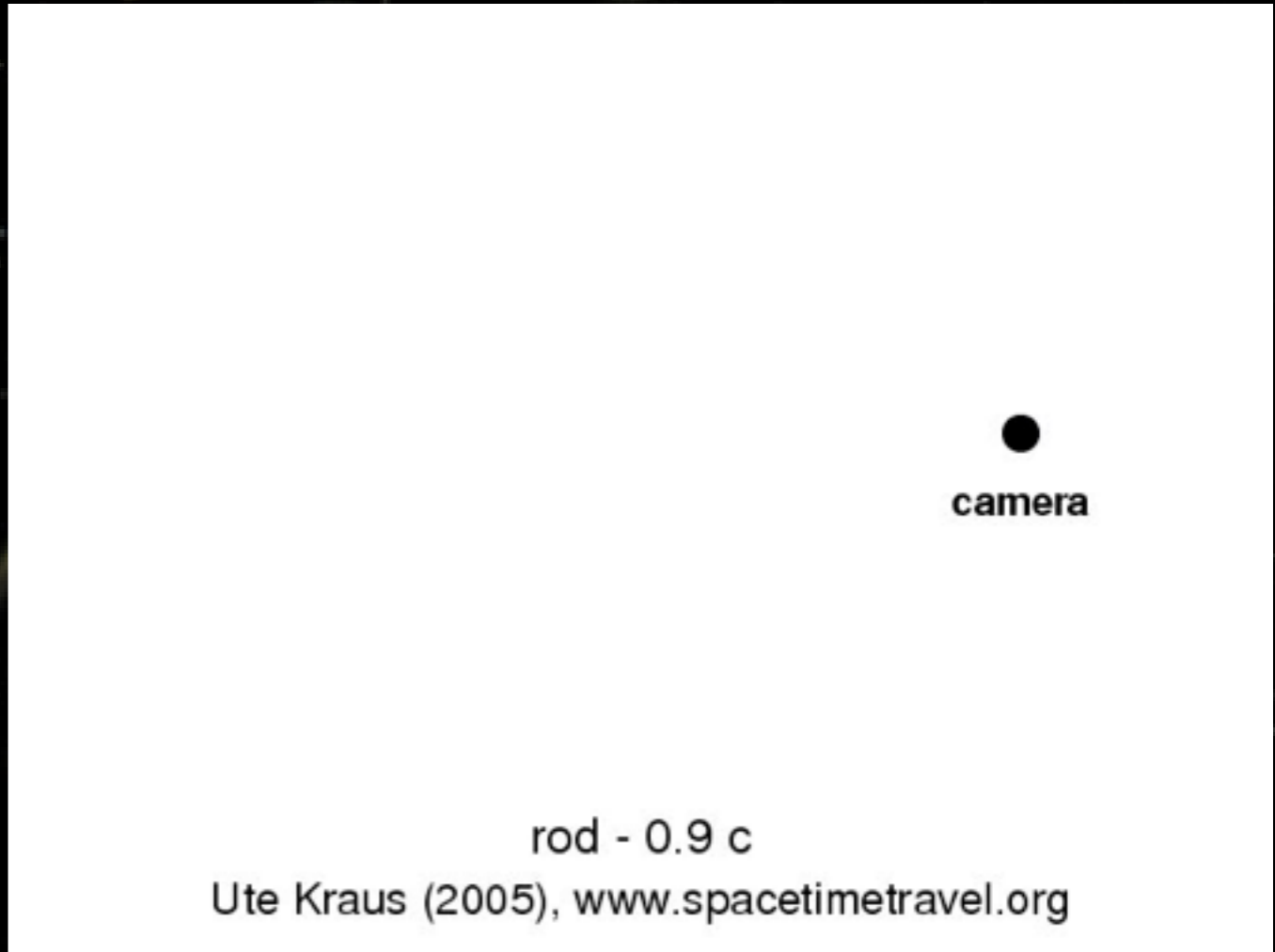
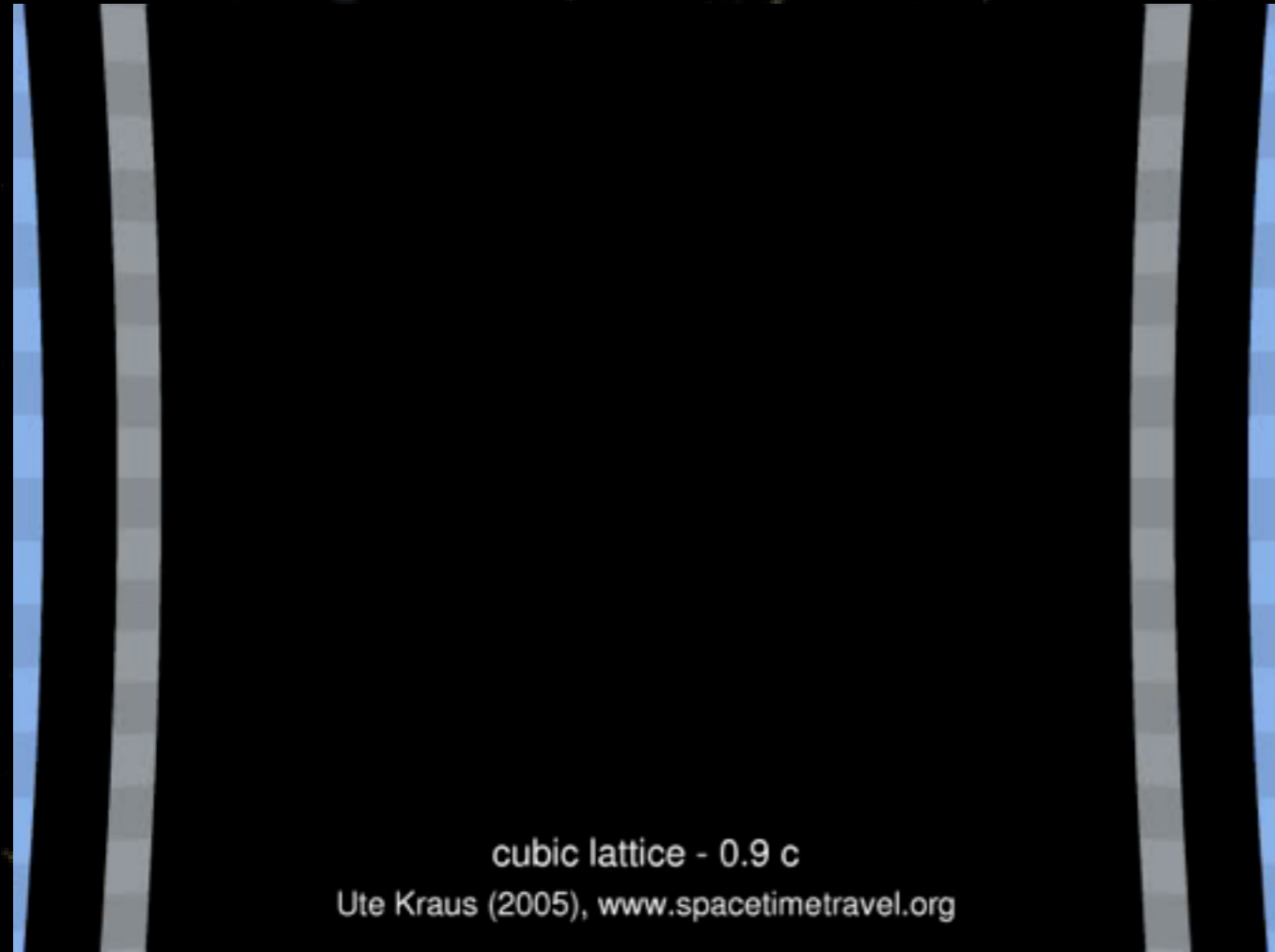


cubic lattice - 0.9 c  
Ute Kraus (2005), [www.spacetime-travel.org](http://www.spacetime-travel.org)





# Déformation des objets



# Déformation des objets



cubic lattice - 0.9 c  
Ute Kraus (2005), [www.spacetime-travel.org](http://www.spacetime-travel.org)





0% LICHTGESCHWINDIGKEIT  
SPEED OF LIGHT





0% LICHTGESCHWINDIGKEIT  
SPEED OF LIGHT







# Paradoxe de jumeaux

- Effet de la dilatation des durées:

- ★ temps propre (dans le référentiel au repos):  $d\tau = dt\sqrt{1 - v^2/c^2}$

- ★ Observateur resté sur Terre:

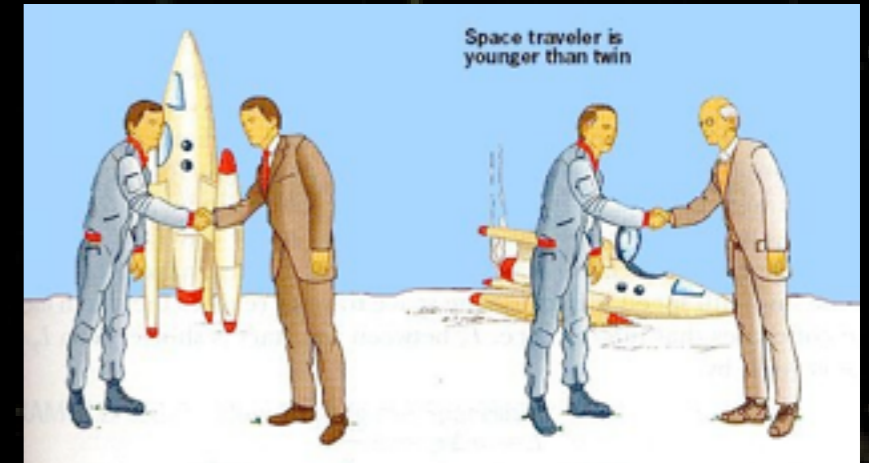
- Temps propre:  $\int_{t_1}^{t_2} d\tau = \int_{t_1}^{t_2} dt$

- ★ Voyageur spatial à une vitesse relativiste

- Temps propre:  $\int_{t_1}^{t_2} d\tau = \int_{t_1}^{t_2} dt\sqrt{1 - v^2/c^2} < \int_{t_1}^{t_2} dt$

- ★ NB:

- La situation n'est pas symétrique car le voyageur «change de référentiel» en faisant 1/2 tour
- Même dans une topologie multiplement connexe (un tore) la situation demeure dissymétrique du fait de classes d'homotopies [Uzan, Luminet, Lehoucq, Peter 2000 <http://arxiv.org/pdf/physics/0006039.pdf>]



- Vérifié dans de nombreuses circonstances

- ★ Durée de vie des particules dans les accélérateurs
- ★ Observation de muons au niveau de la mer (temps de vie 2.2 ms, produits dans la haute atmosphère => 660 mètres dans leur réf. propre)
- ★ Horloges atomiques



# Géodésiques de l'espace-temps

- **Paradoxe des jumeaux: enseignement fondamental**
  - ★ En l'absence de force (de moteur...) une particule suit une trajectoire dans l'espace-temps qui maximise son temps propre par rapport à tous les autres chemins.
  - ★ Ce type de chemin est une «géodésique» de l'espace-temps

$$d\tau = dt \sqrt{1 - v^2/c^2}$$

$$\Leftrightarrow d\tau^2 = dt^2 - dt^2 v^2/c^2$$

$$\Leftrightarrow d\tau^2 = dt^2 - dr^2/c^2$$

$$\Leftrightarrow c^2 d\tau^2 = c^2 dt^2 - dr^2$$

$$\Leftrightarrow ds^2 = c^2 dt^2 - dr^2$$

$$\Leftrightarrow ds^2 = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$$

## ➔ Métrique de Minkowski

- Un photon a un temps propre nul (vitesse  $c$ ) et suit donc une géodésique nulle:  $ds^2=0$





# Relativité restreinte

- Cône de lumière
  - ★ Notion fondamentale
- Espace-temps de Minkowski

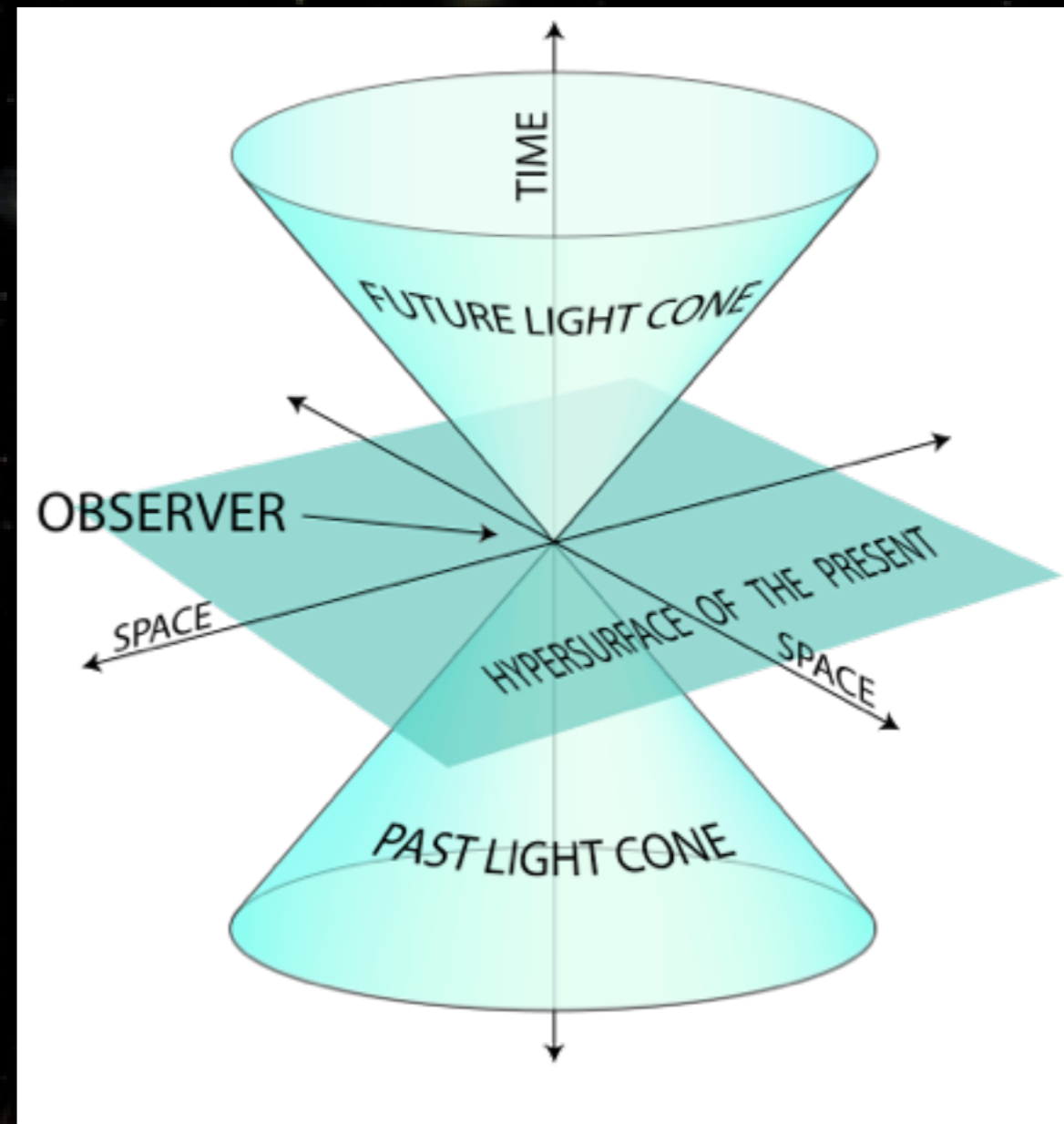
- 3 dimensions d'espace :  $x, y, z$
- 1 dimension de temps :  $t$

- ★ Métrique globale de Minkowski

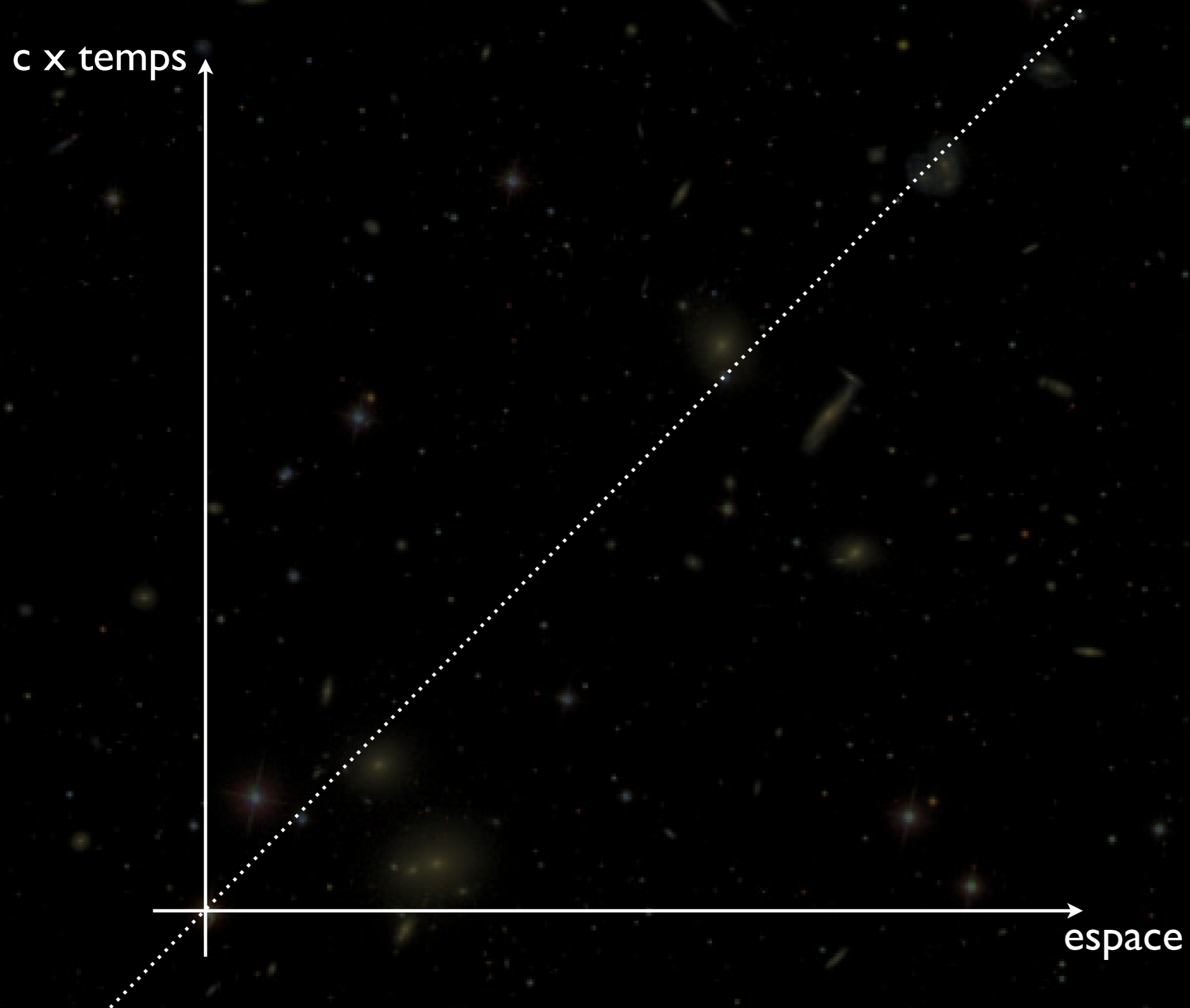
- élément de distance:  
 $ds^2 = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$
- partie spatiale :  $dl^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2$

$$ds^2 = \sum_{\mu, \nu=0}^3 g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$$

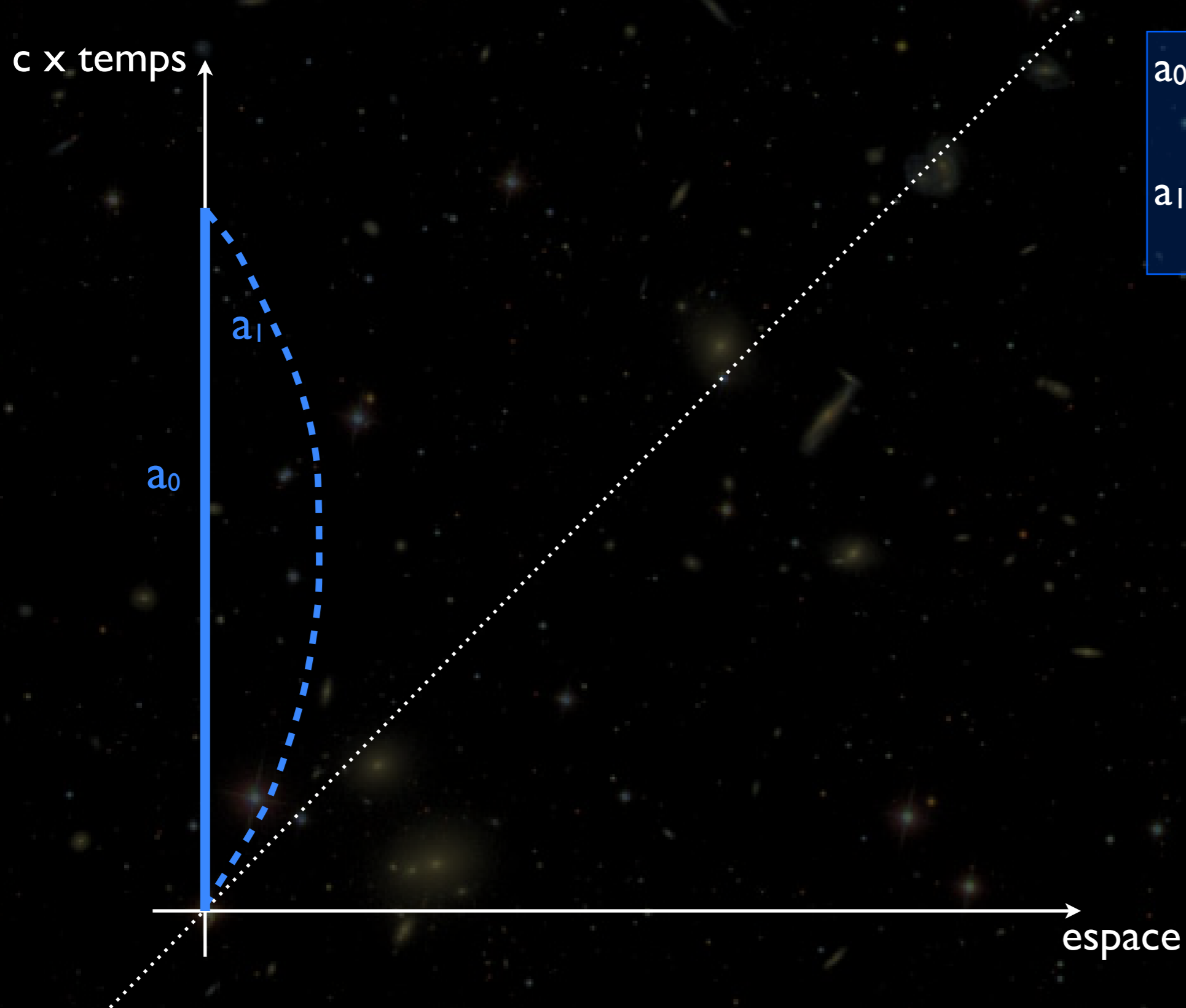
$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$



# Géodésiques ?



# Géodésiques ?

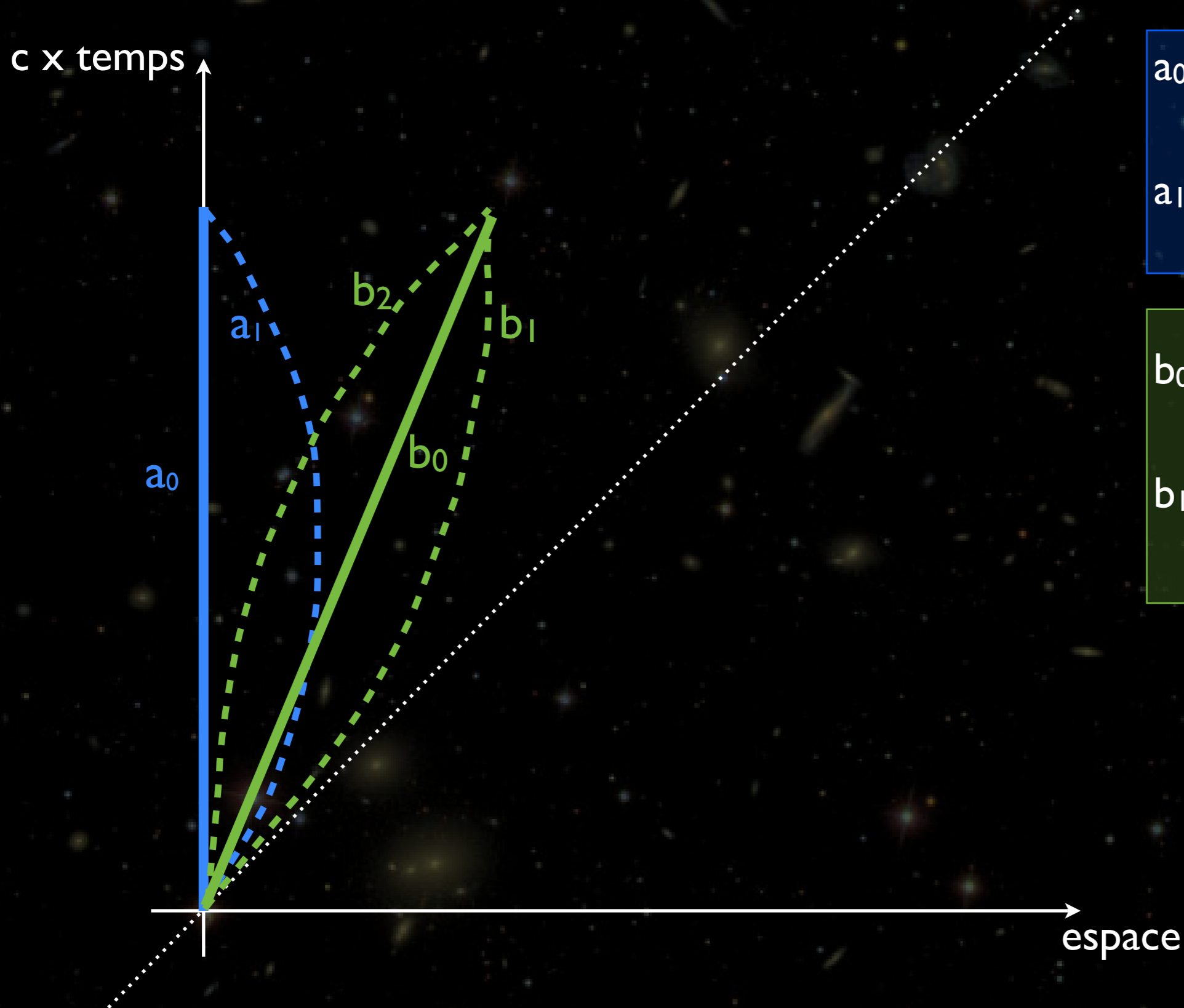


$a_0$  est au repos:  
 $\Rightarrow$  géodésique

$a_1$  vitesse non nulle:  
 $\Rightarrow$  pas une géodésique



# Géodésiques ?



$a_0$  est au repos:  
 $\Rightarrow$  géodésique

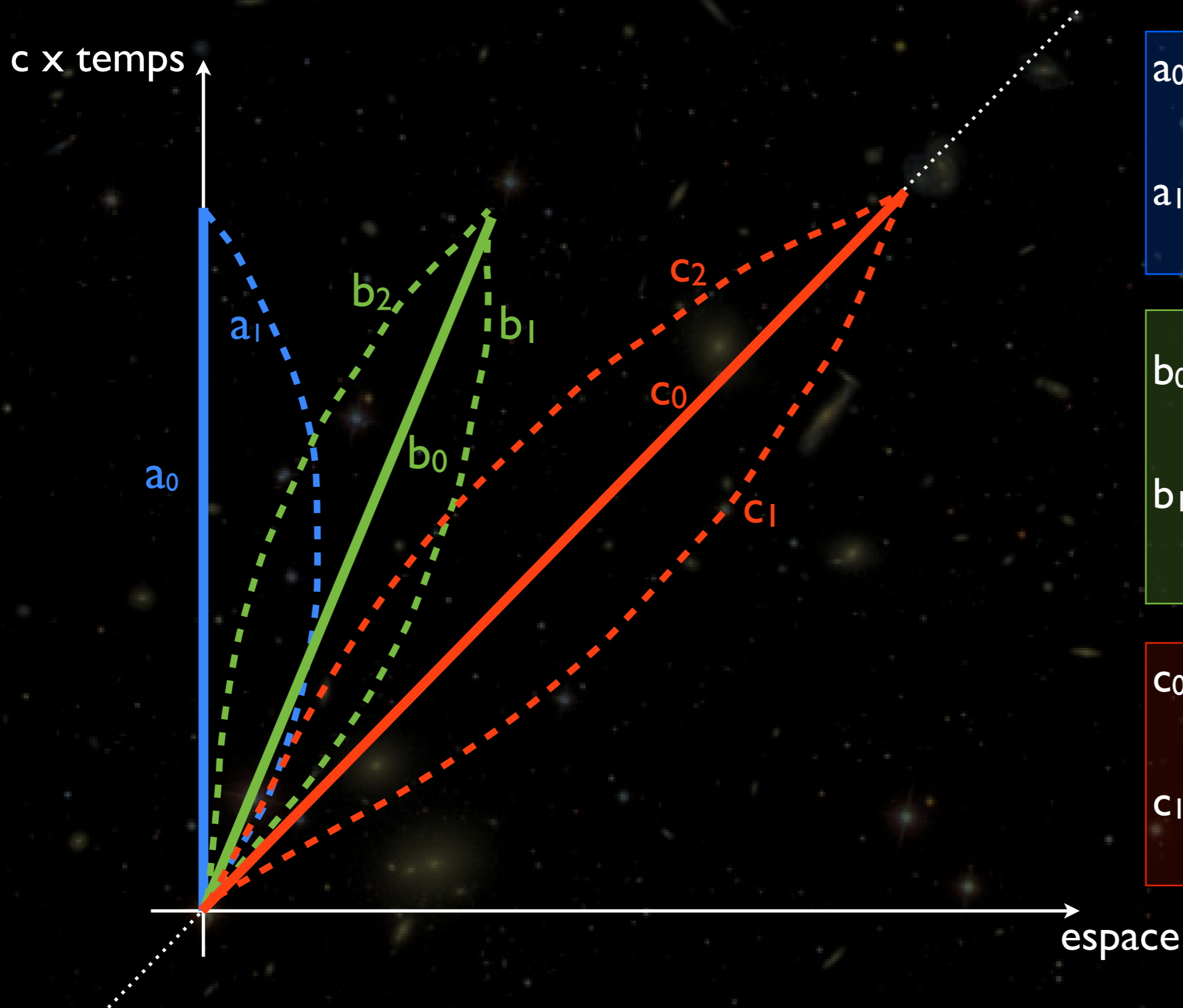
$a_1$  vitesse non nulle:  
 $\Rightarrow$  pas une géodésique

$b_0$  peut être mis au repos:  
 $\Rightarrow$  géodésique

$b_1, b_2$  toujours  $v$  non nulle:  
 $\Rightarrow$  pas des géodésiques



# Géodésiques ?



$a_0$  est au repos:  
 $\Rightarrow$  géodésique

$a_1$  vitesse non nulle:  
 $\Rightarrow$  pas une géodésique

$b_0$  peut être mis au repos:  
 $\Rightarrow$  géodésique

$b_1, b_2$  toujours  $v$  non nulle:  
 $\Rightarrow$  pas des géodésiques

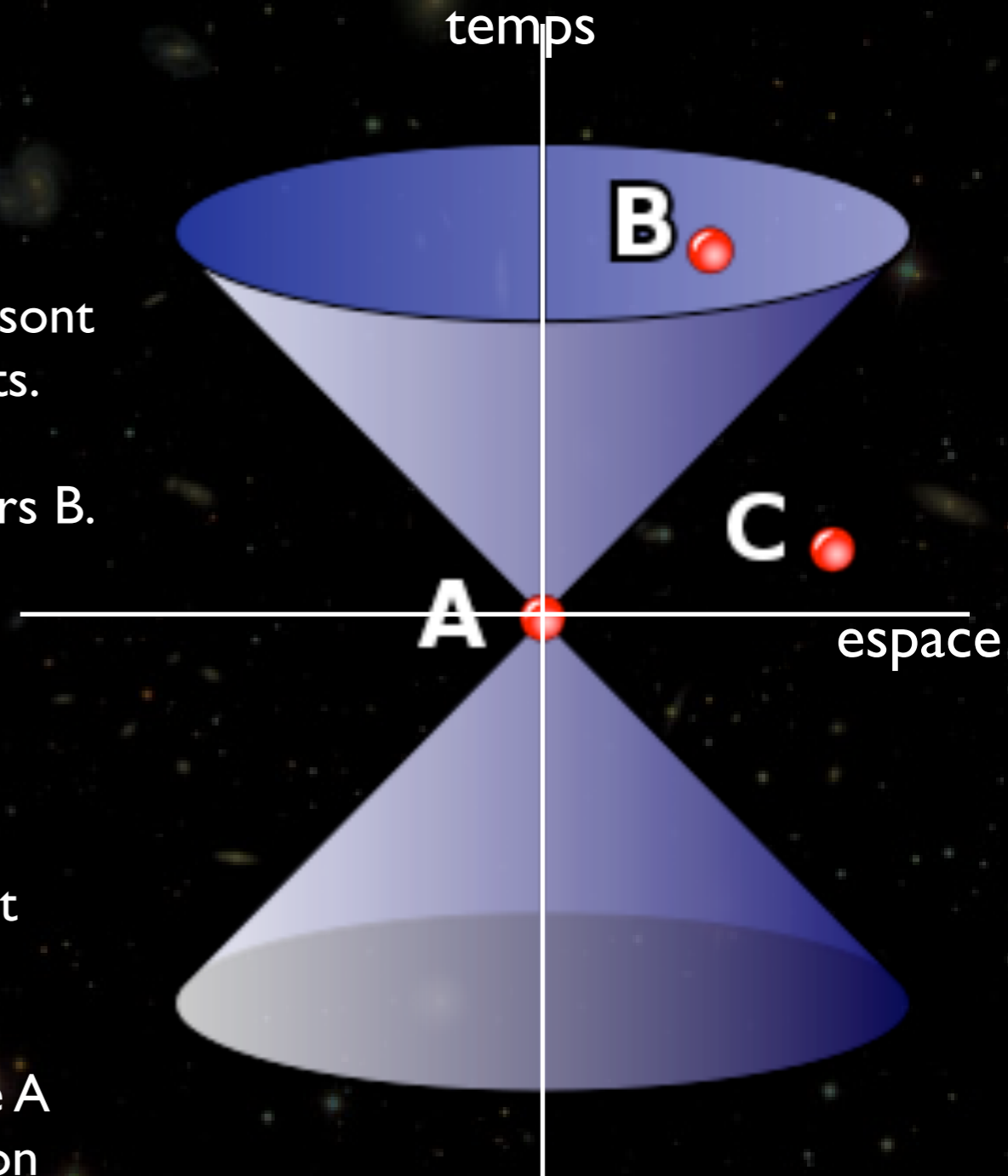
$c_0$  a pour vitesse  $v=c$   
 $\Rightarrow$  géodésique nulle

$c_1, c_2$  ont parfois  $v > c$ :  
 $\Rightarrow$  non-physiques



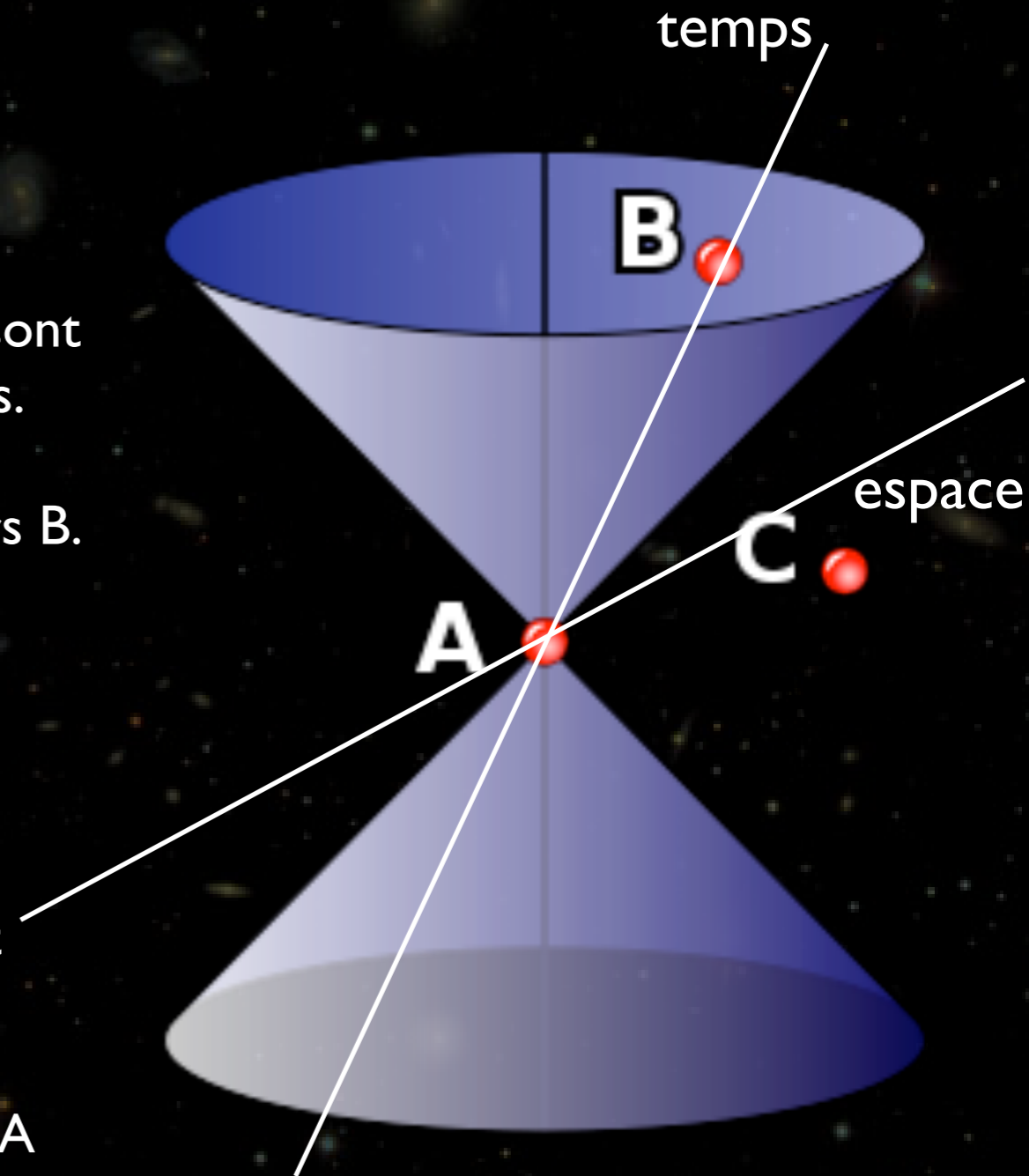
# Relativité restreinte

- Plus vite que la lumière ?
- Viole la causalité en relativité
- ★ Intervalle AB : de type «temps»
  - il existe des référentiels dans lesquels A et B sont au même endroit mais à des instants différents.
  - B est toujours dans le futur de A
  - Il peut y avoir une information qui va de A vers B.
  - Ils sont en relation causale
- ★ Intervalle AC de type «espace»
  - Il existe des référentiels pour lesquels A et C sont simultanés mais pas au même endroit.
  - Il y a aussi des référentiels pour lesquels A est avant C
  - D'autres pour lesquels C est avant A
  - Si il pouvait y avoir une relation causale entre A et C (donc plus rapide que la lumière) alors on aurait des référentiels dans lesquels la cause précède l'effet...



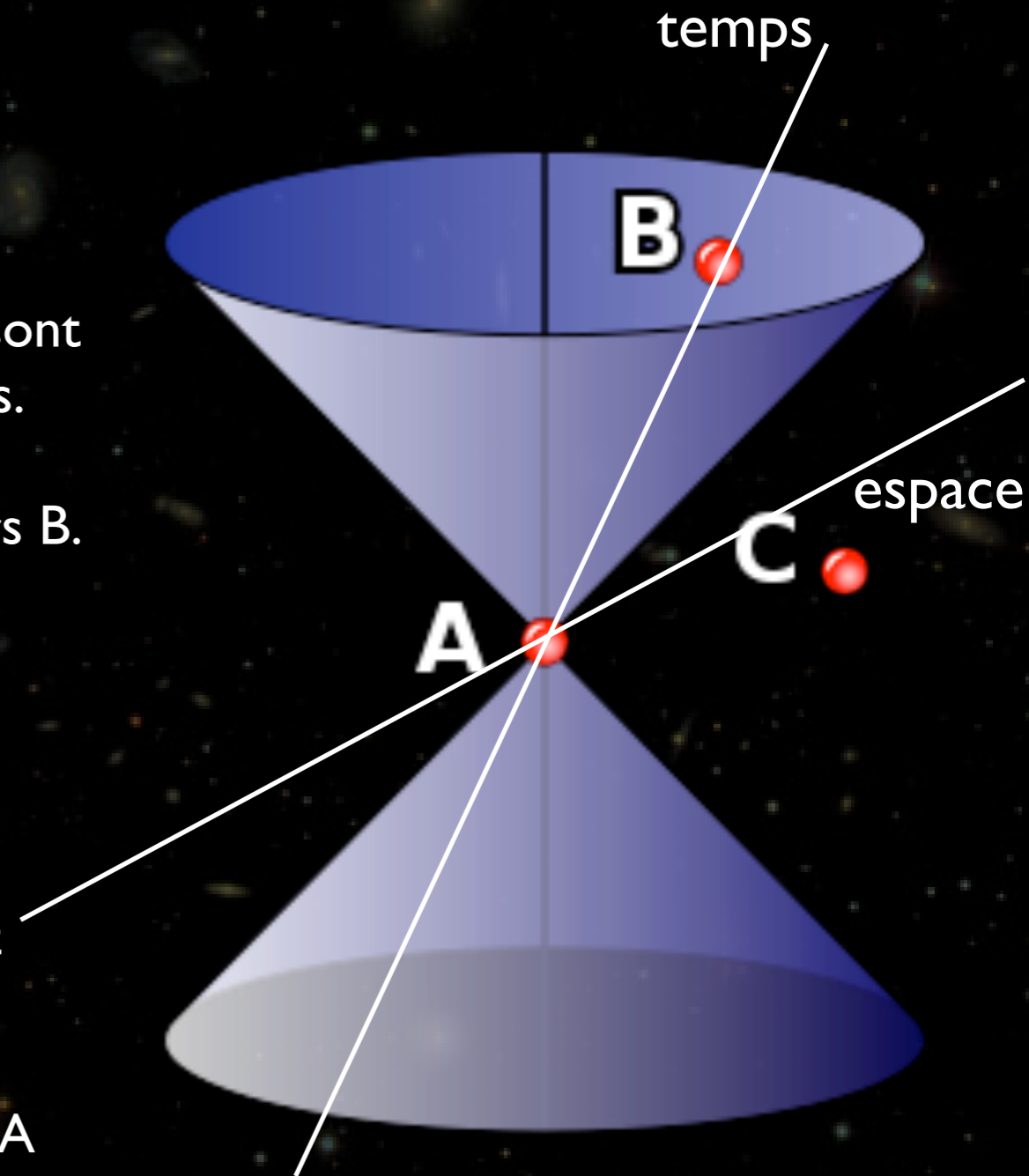
# Relativité restreinte

- Plus vite que la lumière ?
- Viole la causalité en relativité
- ★ Intervalle AB : de type «temps»
  - il existe des référentiels dans lesquels A et B sont au même endroit mais à des instants différents.
  - B est toujours dans le futur de A
  - Il peut y avoir une information qui va de A vers B.
  - Ils sont en relation causale
- ★ Intervalle AC de type «espace»
  - Il existe des référentiels pour lesquels A et C sont simultanés mais pas au même endroit.
  - Il y a aussi des référentiels pour lesquels A est avant C
  - D'autres pour lesquels C est avant A
  - Si il pouvait y avoir une relation causale entre A et C (donc plus rapide que la lumière) alors on aurait des référentiels dans lesquels la cause précède l'effet...



# Relativité restreinte

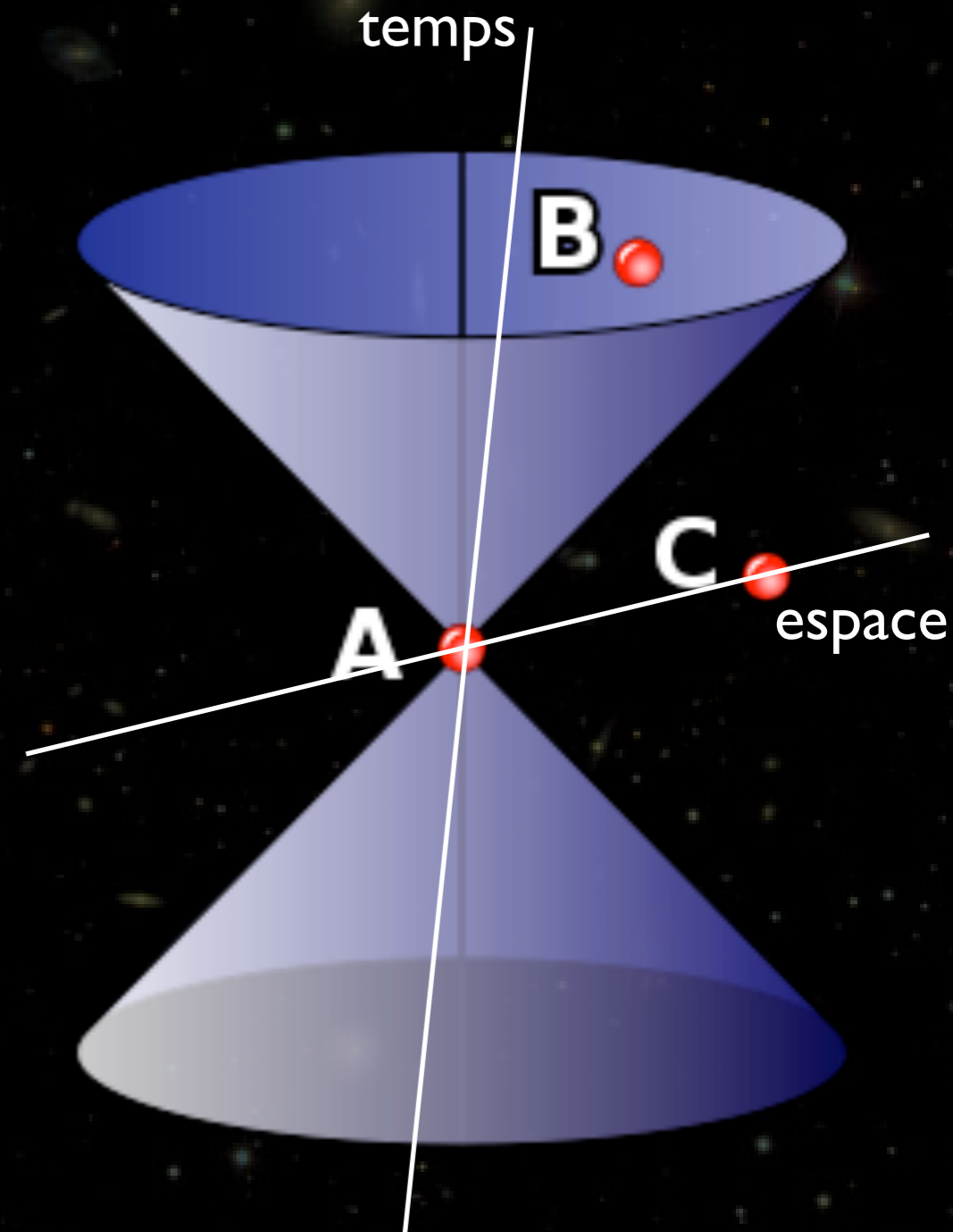
- Plus vite que la lumière ?
- Viole la causalité en relativité
- ★ Intervalle AB : de type «temps»
  - il existe des référentiels dans lesquels A et B sont au même endroit mais à des instants différents.
  - B est toujours dans le futur de A
  - Il peut y avoir une information qui va de A vers B.
  - Ils sont en relation causale
- ★ Intervalle AC de type «espace»
  - Il existe des référentiels pour lesquels A et C sont simultanés mais pas au même endroit.
  - Il y a aussi des référentiels pour lesquels A est avant C
  - D'autres pour lesquels C est avant A
  - Si il pouvait y avoir une relation causale entre A et C (donc plus rapide que la lumière) alors on aurait des référentiels dans lesquels la cause précède l'effet...





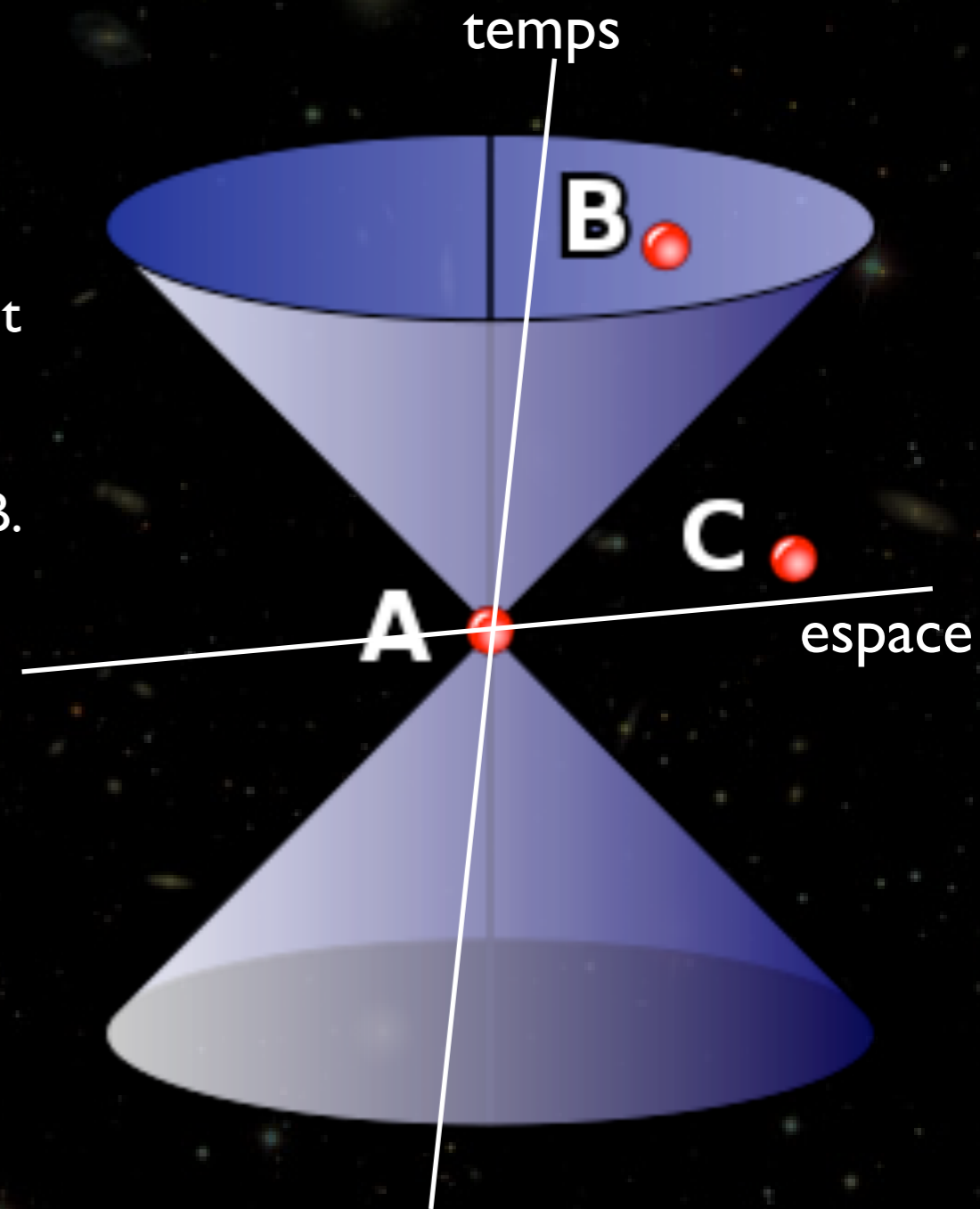
# Relativité restreinte

- Plus vite que la lumière ?
- Viole la causalité en relativité
- ★ Intervalle AB : de type «temps»
  - il existe des référentiels dans lesquels A et B sont au même endroit mais à des instants différents.
  - B est toujours dans le futur de A
  - Il peut y avoir une information qui va de A vers B.
  - Ils sont en relation causale
- ★ Intervalle AC de type «espace»
  - Il existe des référentiels pour lesquels A et C sont simultanés mais pas au même endroit.
  - Il y a aussi des référentiels pour lesquels A est avant C
  - D'autres pour lesquels C est avant A
  - Si il pouvait y avoir une relation causale entre A et C (donc plus rapide que la lumière) alors on aurait des référentiels dans lesquels la cause précède l'effet...



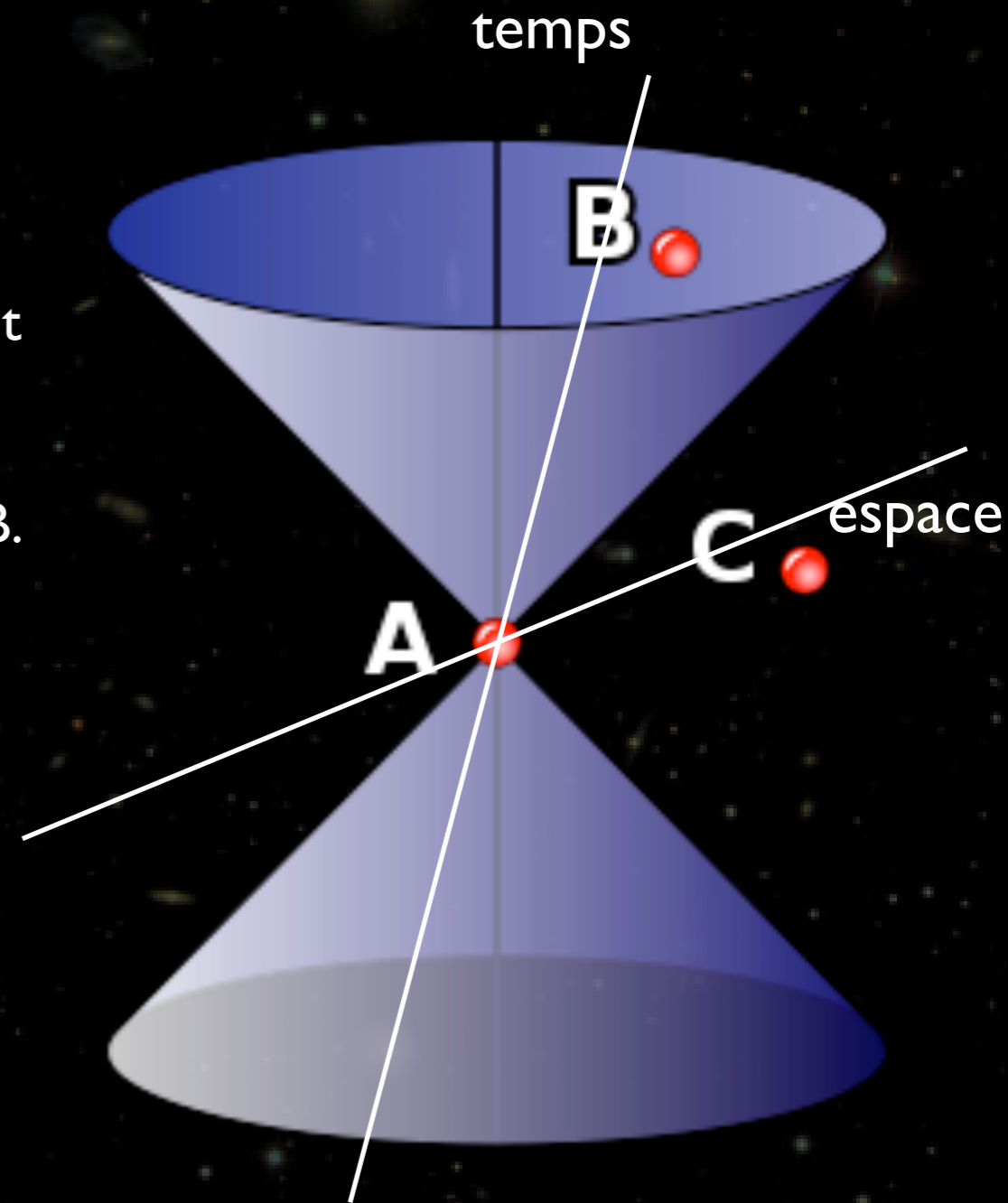
# Relativité restreinte

- Plus vite que la lumière ?
- Viole la causalité en relativité
- ★ Intervalle AB : de type «temps»
  - il existe des référentiels dans lesquels A et B sont au même endroit mais à des instants différents.
  - B est toujours dans le futur de A
  - Il peut y avoir une information qui va de A vers B.
  - Ils sont en relation causale
- ★ Intervalle AC de type «espace»
  - Il existe des référentiels pour lesquels A et C sont simultanés mais pas au même endroit.
  - Il y a aussi des référentiels pour lesquels A est avant C
  - D'autres pour lesquels C est avant A
  - Si il pouvait y avoir une relation causale entre A et C (donc plus rapide que la lumière) alors on aurait des référentiels dans lesquels la cause précède l'effet...



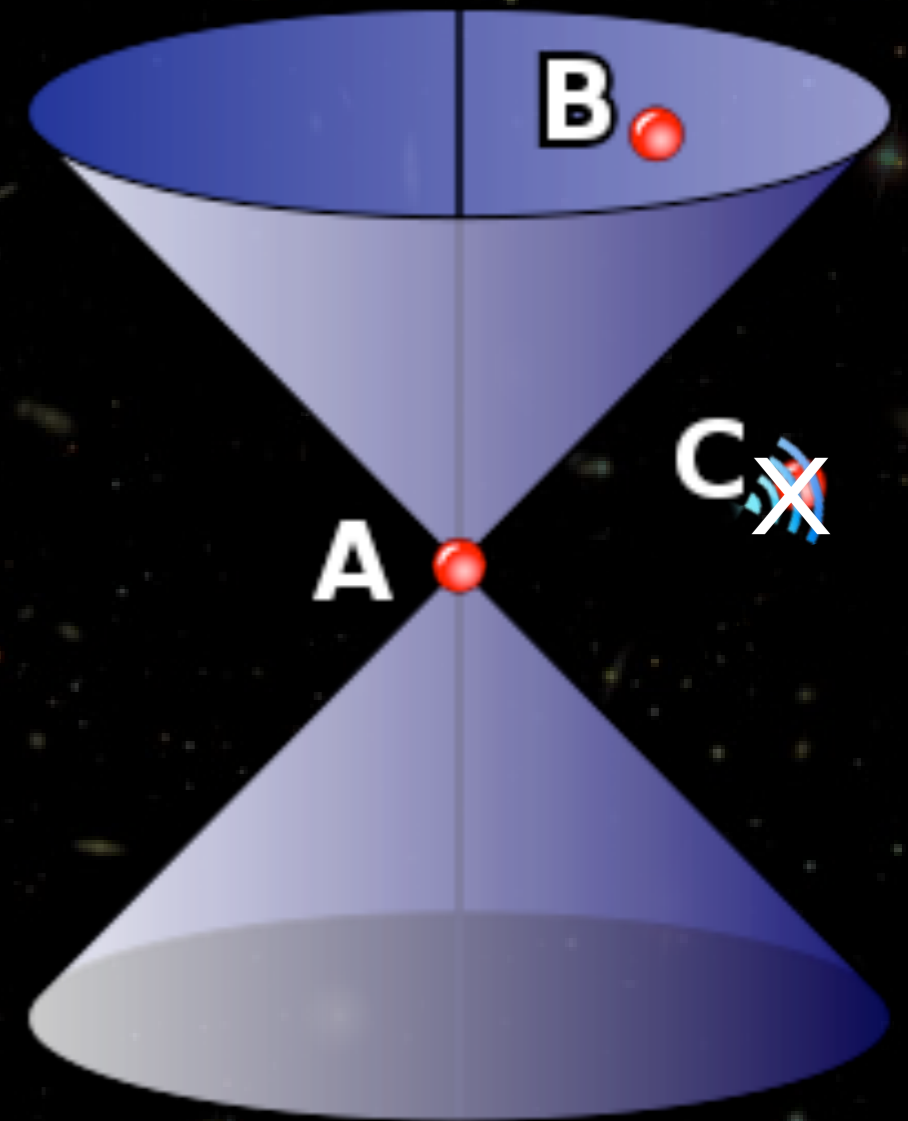
# Relativité restreinte

- Plus vite que la lumière ?
- Viole la causalité en relativité
- ★ Intervalle AB : de type «temps»
  - il existe des référentiels dans lesquels A et B sont au même endroit mais à des instants différents.
  - B est toujours dans le futur de A
  - Il peut y avoir une information qui va de A vers B.
  - Ils sont en relation causale
- ★ Intervalle AC de type «espace»
  - Il existe des référentiels pour lesquels A et C sont simultanés mais pas au même endroit.
  - Il y a aussi des référentiels pour lesquels A est avant C
  - D'autres pour lesquels C est avant A
  - Si il pouvait y avoir une relation causale entre A et C (donc plus rapide que la lumière) alors on aurait des référentiels dans lesquels la cause précède l'effet...



# Relativité restreinte

- Plus vite que la lumière ?
- Viole la causalité en relativité
- ★ Intervalle AB : de type «temps»
  - il existe des référentiels dans lesquels A et B sont au même endroit mais à des instants différents.
  - B est toujours dans le futur de A
  - Il peut y avoir une information qui va de A vers B.
  - Ils sont en relation causale
- ★ Intervalle AC de type «espace»
  - Il existe des référentiels pour lesquels A et C sont simultanés mais pas au même endroit.
  - Il y a aussi des référentiels pour lesquels A est avant C
  - D'autres pour lesquels C est avant A
  - Si il pouvait y avoir une relation causale entre A et C (donc plus rapide que la lumière) alors on aurait des référentiels dans lesquels la cause précède l'effet...



# Ce qu'il faut retenir

- L'espace absolu de Newton n'existe pas
- La composition des vitesses « Galiléenne » est une approximation pour les déplacements lents
- La nature est relativiste
  - ★ Nous vivons dans un espace-temps à 3+1 dimensions
  - ★ La vitesse  $c$  est le « taux de change » entre espace et temps
    - $c$  est une constante universelle, indépendante du référentiel
    - Les particules de masse nulles se déplacent à cette vitesse
  - ★ La chronologie entre deux événements dépend du référentiel
- C'est la fin d'une vision « simple / intuitive » de la physique
  - ★ La physique devient une science abstraite
  - ★ Le formalisme mathématique prend le pas...
  - ★ C'est peut-être regrettable, mais ce n'est pas nous qui décidons de ce que sont les lois de la nature :-)

