Corrigé rapide Examen 2012 - FC9

1°/ Loi d'Ohm $\vec{E} = -\vec{\beta}_F \wedge \vec{B} \Rightarrow |\vec{E}| \leq |\vec{\beta}_F| \times |\vec{B}| < |\vec{B}|$

2°/ On cherche $\vec{\beta}_B$ tel que $\vec{E}' = \vec{0}$ et $\vec{\beta}_B \perp \vec{B}$:

$$\vec{E}' = \vec{0} \Rightarrow \vec{E}' \wedge \vec{B} = \gamma_B \left(\vec{E} \wedge \vec{B} + (\vec{\beta}_B \wedge \vec{B}) \wedge \vec{B} \right) = \vec{0}$$

$$\rightarrow \vec{E} \wedge \vec{B} + \underbrace{(\vec{\beta}_B \cdot \vec{B})}_{=0} \vec{B} - B^2 \vec{\beta}_B = 0 \rightarrow \boxed{\vec{\beta}_B = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{B^2}} \quad \left(\beta_B^2 = \frac{E^2}{B^2} \right)$$

3°/ On a $\vec{B}' = \gamma_B \left(\vec{B} - \frac{(\vec{E} \wedge \vec{B})}{B^2} \wedge \vec{E} \right) = \gamma_B \vec{B} \left(1 - \frac{E^2}{B^2} \right) = \frac{\vec{B}}{\gamma_B}$

$\rightarrow |\vec{B}'| \leq |\vec{B}|$ car $\gamma_B \geq 1$

4°/ $\vec{E} = E_0 \vec{e}_y$ et $\vec{B} = B_0 \vec{e}_x \rightarrow \boxed{\vec{\beta}_B = \frac{E_0}{B_0} \vec{e}_z}$

5°/ Transf. des vitesses :

$$\begin{cases} v_z' = -v_B = -\beta_B c \\ v_y' = \dfrac{v_0}{\gamma_B} \\ v_x' = 0 \end{cases} \Longrightarrow \begin{array}{l} v_0'^2 = \beta_B^2 c^2 + v_0^2 \underbrace{(1 - \beta_B^2)}_{>0} \\ \rightarrow v_0'^2 = v_0^2 + \overbrace{\beta_B^2 (c^2 - v_0^2)}^{>0} > v_0^2 \end{array}$$

6°/ Dans R_B' on a $\vec{E}' = 0$ et $\vec{B}'$ statique et uniforme $\rightarrow$ Mvt circulaire car

$v_{\parallel}' = v_x' = 0$ et $v_{\perp}'^2 = v_y'^2 + v_z'^2 = v_0'^2$.

On en déduit le rayon de Larmor : $R_L = \frac{\gamma m v_0' c}{q B'}$ et $\omega_L = \frac{q B'}{\gamma m c}$

7°/ Dans ce référentiel R_B', la particule est dans la même configuration que dans le cours $\rightarrow P_{syn} = 2 \sigma_T c \frac{v_0'^2}{c^2} \frac{B'^2}{8\pi} = P_{R_B'} = P_R$ car la puissance est un invariant de Lorentz.

8°/ Dans R, la puissance des forces extérieures est telle que

$$\frac{d\vec{p}}{dt} \cdot \vec{v} = \frac{d\gamma}{dt} m c^2 = \sum_i \vec{F}_{ext} \cdot \vec{v} = q \vec{E} \cdot \vec{v} \quad \text{avec } \vec{E} \cdot \vec{v} \neq 0$$

$$\rightarrow \boxed{\frac{d\gamma}{dt} \neq 0}$$