

THÈSE  
PRÉSENTÉE PAR

**Fabien CASSE**

POUR OBTENIR LE TITRE DE DOCTEUR  
DE L'UNIVERSITÉ JOSEPH FOURIER - GRENOBLE 1

(Arrts ministriels du 5 juillet 1984 et du 30 mars 1992)

Spécialité : ASTROPHYSIQUE et MILIEUX DILUÉS

---

DU LANCEMENT DE JETS MHD AUX RAYONS  
COSMIQUES : LA FONCTION DE LA TURBULENCE  
MAGNÉTIQUE

---

DATE DE SOUTENANCE : Mardi 26 juin 2001

COMPOSITION DU JURY :

|                      |                      |
|----------------------|----------------------|
| M. Guy LAVAL         | Président            |
| M. John KIRK         | Rapporteur           |
| M. Jean HEYVAERTS    | Rapporteur           |
| M. Michel TAGGER     | Examineur            |
| M. Martin LEMOINE    | Invité               |
| M. Guy PELLETIER     | Directeur de thse    |
| M. Jonathan FERREIRA | Co-directeur de thse |

THSE PRPARE AU SEIN DU LABORATOIRE D'ASTROPHYSIQUE,  
Observatoire de Grenoble, UJF/CNRS, BP 53, F-38 041 Grenoble cedex 9



# Table des matières

|  |           |
|--|-----------|
| <b>Résumé</b>  | <b>1</b>  |
| <b>I Turbulence MHD dans les disques d'accrétion et lancement de jets</b>                                    | <b>5</b>  |
| <b>1 Disque d'accrétion, champ magnétique et jets : un trio universel ?</b>                                  | <b>7</b>  |
| 1.1 Jets autour d'étoiles jeunes . . . . .   | 7         |
| 1.2 Jets galactiques issus d'environnements d'objets compacts . . . . .                                      | 11        |
| 1.2.1 Différentes classes de sources X galactiques produisant des jets ou des flots peu collimatés . . . . . | 11        |
| 1.2.2 Jets émis par les objets compacts galactiques . . . . .  | 12        |
| 1.3 Jets extra-galactiques . . . . .   | 13        |
| 1.4 Le paradigme "accrétion-éjection magnétisée" . . . . .   | 15        |
| 1.5 Preuves observationnelles de liens accrétion-éjection . . . . .  | 18        |
| <b>2 Introduction à la MHD et à ses équations</b>  | <b>25</b> |
| 2.1 Domaine de validité . . . . .  | 25        |
| 2.1.1 Longueurs microscopiques caractéristiques . . . . .  | 26        |
| 2.1.2 Caractérisation d'un plasma . . . . .  | 27        |
| 2.1.3 Le plasma des disques d'accrétion . . . . .  | 29        |
| 2.2 Équations MHD . . . . .  | 30        |
| 2.2.1 Conservation de la masse . . . . .   | 31        |
| 2.2.2 Conservation de l'impulsion . . . . .  | 32        |
| 2.2.3 La description du plasma par un fluide moyen . . . . .   | 32        |
| 2.2.4 Loi d'Ohm . . . . .  | 34        |
| 2.3 Approche cinétique de l'équation d'énergie dans un milieu turbulent . . . . .                            | 35        |
| 2.4 Ondes MHD . . . . .  | 40        |
| 2.4.1 Ondes d'Alfvén . . . . .   | 41        |
| 2.4.2 Ondes magnéto-sonores . . . . .  | 42        |
| <b>3 Cadre de description des structures magnétisées d'accrétion-éjection</b>                                | <b>43</b> |
| 3.1 Le disque d'accrétion magnétisé . . . . .  | 43        |

|          |  |            |
|----------|--|------------|
| 3.1.1    | Le jeu d'équations en MHD résistive . . . . .                            | 43         |
| 3.1.2    | Pourquoi un disque d'accrétion turbulent ? . . . . .                     | 49         |
| 3.2      | Le jet MHD . . . . .   | 50         |
| 3.2.1    | Champ gelé . . . . .   | 50         |
| 3.2.2    | Rotation des surface magnétiques . . . . .                               | 50         |
| 3.2.3    | Moment cinétique du jet . . . . .  | 51         |
| 3.2.4    | Invariant généralisé de Bernoulli . . . . .                              | 51         |
| 3.2.5    | Équilibre transverse des surfaces magnétiques . . . . .                  | 53         |
| 3.2.6    | Paramètres du jet . . . . .  | 54         |
| 3.3      | Résolution auto-similaire des équations MHD . . . . .                    | 55         |
| 3.3.1    | Structure auto-similaire . . . . .                                       | 56         |
| 3.3.2    | De l'adéquation entre auto-similarité et prescription du couple visqueux | 59         |
| 3.3.3    | Les points critiques de l'écoulement . . . . .                           | 62         |
| <b>4</b> | <b>Turbulence MHD dans un disque d'accrétion et lancement de jets</b>    | <b>65</b>  |
| 4.1      | Paramètres décrivant le disque d'accrétion . . . . .                     | 65         |
| 4.2      | Liens entre turbulence et géométrie du jet . . . . .                     | 71         |
| 4.2.1    | Bras de levier magnétique . . . . .                                      | 71         |
| 4.2.2    | Flux de masse dans le jet . . . . .                                      | 72         |
| 4.2.3    | Rotation des surfaces magnétiques . . . . .                              | 72         |
| 4.3      | Simulation numérique et espace de paramètres . . . . .                   | 74         |
| 4.3.1    | Une solution "froide" de SMAE mixte typique . . . . .                    | 75         |
| 4.3.2    | Espace de paramètre de jets adiabatiques venant d'un disque képlérien    | 76         |
| 4.3.3    | Comparaison avec d'autres études stationnaires . . . . .                 | 80         |
| 4.3.4    | Bilan des SMAE visqueuses et froides . . . . .                           | 81         |
| <b>5</b> | <b>Les effets de la turbulence MHD : création de jets "chauds"</b>       | <b>85</b>  |
| 5.1      | Equation d'énergie et dynamique des jets . . . . .                       | 85         |
| 5.2      | Conservation globale de l'énergie . . . . .                              | 88         |
| 5.2.1    | Expression générale du bilan énergétique . . . . .                       | 88         |
| 5.2.2    | Bilan énergétique des SMAE auto-similaires . . . . .                     | 89         |
| 5.2.3    | Contraintes sur la production de jets super-alfvéniqes stationnaires .   | 92         |
| 5.3      | Des jets MHD froids aux jets magnéto-thermiques . . . . .                | 92         |
| 5.3.1    | Forme auto-similaire de l'entropie . . . . .                             | 92         |
| 5.3.2    | Transition jet froid-jet chaud . . . . .                                 | 93         |
| 5.3.3    | Deux exemples extrêmes de jets . . . . .                                 | 96         |
| 5.3.4    | Comparaison avec d'autres modèles de jets . . . . .                      | 100        |
| <b>6</b> | <b>Remarques de conclusion et perspectives</b>                           | <b>103</b> |
| 6.1      | Points importants dégagés par la thèse . . . . .                         | 103        |
| 6.2      | Quelques perspectives . . . . .  | 105        |

|           |  |            |
|-----------|--|------------|
| <b>II</b> | <b>Transport des Rayons Cosmiques à travers la turbulence MHD</b>                            | <b>109</b> |
| <b>7</b>  | <b>La découverte des Rayons Cosmiques et leur problématique</b>                              | <b>111</b> |
| 7.1       | La découverte des rayons cosmiques . . . . .   | 111        |
| 7.2       | Spectre de rayons cosmiques et coupure GZK . . . . .   | 113        |
| 7.2.1     | Le spectre différentiel en énergie . . . . .   | 114        |
| 7.2.2     | La coupure GZK . . . . .   | 116        |
| 7.3       | Quelle est l'origine des rayons cosmiques ? . . . . .  | 117        |
| 7.4       | Motivation de la présente étude . . . . .  | 119        |
| <b>8</b>  | <b>Les processus d'accélération de Fermi</b>   | <b>123</b> |
| 8.1       | Base du modèle . . . . .   | 123        |
| 8.2       | Les chocs diffusifs non-relativistes . . . . .   | 124        |
| 8.3       | Les chocs relativistes . . . . .   | 128        |
| <b>9</b>  | <b>Diffusion des Rayons Cosmiques dans un champ magnétique chaotique</b>                     | <b>131</b> |
| 9.1       | Description et modélisation du champ magnétique . . . . .                                    | 131        |
| 9.2       | Particules entrant en résonance avec le chaos magnétique . . . . .                           | 135        |
| 9.3       | Diffusion dans un champ magnétique chaotique . . . . .                                       | 137        |
| 9.3.1     | Mesure des coefficients de diffusion . . . . .   | 137        |
| 9.3.2     | Diffusion angulaire et parallèle au champ moyen . . . . .                                    | 140        |
| 9.3.3     | Diffusion perpendiculaire au champ moyen et chaos magnétique . . . . .                       | 143        |
| <b>10</b> | <b>Un Bilan sur la diffusion en champ magnétique chaotique</b>                               | <b>149</b> |
| 10.1      | Résultats apportés par cette partie de la thèse . . . . .                                    | 149        |
| 10.2      | Quelques commentaires sur les résultats . . . . .  | 150        |
| 10.2.1    | Diffusion parallèle au champ moyen et angulaire . . . . .                                    | 150        |
| 10.2.2    | Diffusion transverse au champ moyen . . . . .  | 152        |
| 10.3      | Application et Perspectives . . . . .  | 153        |
| 10.3.1    | Une application : le temps de confinement des hadrons dans un jet<br>astrophysique . . . . . | 153        |
| 10.3.2    | Perspectives . . . . .   | 155        |
|           | <b>Liste de publications</b>   | <b>157</b> |
|           | <b>Références Bibliographiques</b>   | <b>159</b> |
|           | <b>Annexes</b>   | <b>169</b> |
| <b>A</b>  | <b>Ondes d'Alfvén dans les milieux très dilués</b>   | <b>171</b> |

---

|          |   |            |
|----------|---|------------|
| <b>B</b> | <b>Éléments de théorie cinétique et description du chaos</b>    | <b>173</b> |
| B.1      | Fonction de distribution . . . . .                              | 173        |
| B.1.1    | Fonction de distribution et grandeurs macroscopiques . . . . .  | 173        |
| B.1.2    | La fonction de distribution des systèmes hamiltoniens . . . . . | 174        |
| B.2      | Évolution de la fonction de distribution . . . . .              | 175        |
| B.3      | Caractérisation du chaos . . . . .                              | 178        |
| B.3.1    | Le “mapping” . . . . .  | 178        |
| B.3.2    | L’exposant de Lyapunov . . . . .                                | 178        |
| B.3.3    | Un cas d’école : l’application logistique . . . . .             | 179        |
| <b>C</b> | <b>Diffusion dans une faible turbulence magnétique</b>          | <b>181</b> |
| C.1      | Diffusion angulaire . . . . .                                   | 182        |
| C.2      | Diffusion parallèle au champ moyen . . . . .                    | 184        |
| C.3      | Diffusion spatiale transverse . . . . .                         | 185        |

# Table des figures

|   |          |
|---|----------|
| <b>Partie I</b>   | <b>5</b> |
| 1.1 Jet moléculaire HH211 . . . . .   | 8        |
| 1.2 Clichés HST d’objets Herbig-Haro . . . . .  | 9        |
| 1.3 Profil en vitesse d’une raie interdite (OI) du jet émis par l’étoile jeune de faible<br>masse DG Tau. . . . .           | 10       |
| 1.5 Schéma d’un éjecta créant l’illusion d’un mouvement superluminaire. . . . .   | 12       |
| 1.4 Observations radios du microquasar GRO J1655-40. . . . .  | 12       |
| 1.6 Image VLA de la galaxie FRI 3C31 . . . . .  | 15       |
| 1.7 Image VLA de la galaxie FRII 3C353 . . . . .  | 15       |
| 1.8 Schéma représentant les deux scénarii de base pour la formation d’un jet MHD. 16  |          |
| 1.9 Corrélation entre luminosité de la raie interdite (OI) et la luminosité infrarouge<br>du système. . . . .               | 19       |
| 1.10 Observations multi-longueurs d’onde du disque et du jet de GRS1915+105 . .   | 20       |
| 1.11 Diagramme montrant la corrélation entre la luminosité du jet et celle du disque<br>pour un échantillon de NAG. . . . . | 21       |
| 1.12 Image composite montrant l’existence d’un disque d’accrétion dans la galaxie<br>FRI M87. . . . .                       | 21       |
| 2.1 Diagramme $n - T$ d’un plasma . . . . .   | 27       |
| 3.1 Coupe schématique d’une SMAE . . . . .  | 45       |
| 3.2 Schéma d’une section de flux magnétique . . . . .   | 47       |
| 3.3 Angle minimal d’inclinaison des surfaces magnétiques pour le lancement d’un<br>jet . . . . .                            | 53       |
| 3.4 Représentation des variations verticales du couple visqueux . . . . .   | 60       |
| 3.5 Configuration du vecteur d’onde dans le cadre auto-similaire . . . . .  | 61       |
| 4.1 Illustration de la conservation de la masse dans le disque d’accrétion . . . . .  | 66       |
| 4.2 Emplacement de la source principale de courant toroïdale $J_\phi$ pour différentes<br>courbures magnétiques . . . . .   | 68       |

|                  |   |            |
|------------------|---|------------|
| 4.3              | Surface d'Alfvén dans le cadre auto-similaire . . . . .   | 72         |
| 4.4              | Schéma décrivant le modèle du vent X . . . . .  | 74         |
| 4.5              | Solution adiabatique de SMAE mixte . . . . .  | 75         |
| 4.6              | Coupe poloïdale d'une SMAE auto-similaire . . . . .   | 76         |
| 4.7              | Espace de paramètres de turbulence donnant des jets trans-alfvéniques . . . . .   | 77         |
| 4.8              | Espace de paramètres de turbulence donnant des jets trans-alfvéniques . . . . .   | 78         |
| 4.9              | Espace $\kappa$ - $\lambda$ de jet froid venant d'un disque où $\alpha_m = 1$ et $\varepsilon = 0.1$ . . . . .  | 79         |
| 4.10             | Espaces de paramètres $\kappa - \lambda$ d'études antérieures . . . . .   | 80         |
| 4.11             | Espace de paramètres $\kappa$ - $\lambda$ de Li (1995). . . . .   | 80         |
| 5.1              | Volume occupé par le disque d'accrétion de la SMAE . . . . .  | 88         |
| 5.2              | Profil vertical du terme de chauffage coronal $Q$ . . . . .   | 93         |
| 5.3              | Variation des paramètres d'un jet en fonction de la quantité d'entropie créée. . . . .  | 94         |
| 5.4              | Composition des invariants de Bernoulli d'une solution froide et d'une solution chaude. . . . .   | 95         |
| 5.5              | Évaluation du courant restant à la surface d'Alfvén en fonction de l'entropie créée. . . . .  | 96         |
| 5.6              | Exemple de deux jets extrêmes. . . . .  | 97         |
| 5.7              | Coupe poloïdale de deux exemples de jet extrêmes. . . . .   | 99         |
| <b>Partie II</b> |   | <b>107</b> |
| 7.1              | Comparaison entre le taux de comptage de particules à travers une épaisseur variable de plomb et le taux de comptage de particules issues des rayons cosmiques en fonction de l'altitude. . . . . | 113        |
| 7.2              | Spectre observé de rayons cosmiques de 100 MeV à $10^{21} eV$ . . . . .   | 115        |
| 7.3              | Diagramme montrant la distance maximale où peut se propager un rayon cosmique en fonction de son énergie, étant donné l'effet GZK. . . . .  | 116        |
| 7.4              | Diagramme de Hillas . . . . .   | 118        |
| 8.1              | Schéma du processus d'accélération de Fermi. . . . .  | 124        |
| 8.2              | Définition des grandeurs d'un choc diffusif. . . . .  | 125        |
| 9.1              | Diagramme montrant l'algorithme suivi pour modéliser la turbulence magnétique isotrope. . . . .   | 134        |
| 9.2              | Courbes de coefficients de diffusion en fonction de l'intervalle de temps $\Delta t$ . . . . .  | 138        |
| 9.3              | Fonctions de corrélation du cosinus de l'angle d'attaque pour diverses rigidités réduites . . . . .   | 139        |
| 9.4              | Fréquence de diffusion angulaire en fonction de la rigidité réduite pour divers niveaux de turbulence. . . . .  | 141        |



---

|     |  |     |
|-----|--|-----|
| 9.5 | Coefficient de diffusion spatiale le long du champ moyen en fonction de la rigidité réduite pour divers niveaux de turbulence. . . . .   | 142 |
| 9.6 | Coefficient de diffusion perpendiculaire en fonction de la rigidité réduite pour divers niveaux de turbulence. . . . .   | 143 |
| 9.7 | Racine carrée du rapport du coefficient de diffusion spatiale perpendiculaire sur le coefficient de diffusion spatiale parallèle au champ moyen en fonction de la rigidité réduite pour plusieurs niveaux de turbulence. . . . . | 144 |
| 9.8 | Ecartement transverse entre deux lignes de champ en fonction de la distance parcourue le long d'une des ligne de champ magnétique. . . . .   | 145 |
| 9.9 | Variation de la longueur de Kolmogorov et du coefficient de diffusion magnétique en fonction du niveau de turbulence. . . . .  | 147 |
| B.1 | Spectre d'exposants de Lyapunov pour l'application logistique . . . . .  | 180 |



# Liste des tableaux

|   |                |
|---|----------------|
| <b>Partie I</b>   | <b>5</b>       |
| 1.1 Energie libérée par l'accrétion et la combustion nucléaire dans plusieurs objets compacts . . . . .           | 11             |
| 2.1 Densité, température et longueur de Debye de divers plasmas. . . . .  | 29             |
| 2.2 Comparaison entre libre parcours moyen des particules d'un disque d'accrétion et épaisseur du disque. . . . . | 30             |
| 3.1 Nombre de Reynolds caractérisant des écoulements astrophysiques avec une viscosité classique . . . . .        | 49             |
| <br><b>Partie II</b>  | <br><b>107</b> |
| 7.1 Capacité d'accélération des protons de divers objets astrophysiques. . . . .                                  | 119            |
| 9.1 Comparaison entre loi théorique et résultats numériques de la diffusion transverse chaotique. . . . .         | 148            |



# Abstract

The first part of my thesis shows how Keplerian discs can launch MHD jets, under some conditions. The key points of this first part are addition of viscosity inside the disc and a relevant energy equation. In particular, I have shown both analytically and numerically that the angular momentum transport is constrained by the MHD turbulence properties. I have also shown that one must take into account a relevant energy equation in order to have a more realistic description of jets observed in the Universe. Moreover, some energy turbulent transport mechanisms cannot be described in a simple MHD approach. In order to have a better understanding of the interaction between a turbulent magnetic field and charged particles, I have undertaken a study dealing with spatial and angular diffusion of hadrons with a chaotic magnetic field generated by a magnetic turbulence. In this study, it clearly appears that the spatial diffusion coefficient along the mean magnetic field extrapolate the results of quasi-linear theory (that is valid only for weak turbulence regime). At the opposite, in the inertial range, the spatial diffusion coefficient across the mean magnetic field is inconsistent with such a theory. Indeed the spatial diffusion coefficient across the mean magnetic field has a behaviour that can be interpreted as a chaotic diffusion regime as the one predicted by Rechester & Rosenbluth. Moreover, outside this range, the behaviours of all spatial diffusion coefficients are different of those expected in the framework of quasi-linear theory. At last, it has been found that no Bohm diffusion regime occurs whatever the magnetic turbulence level is (C.F. Casse, Lemoine & Pelletier 2002).



# Résumé

Le champ magnétique est un ingrédient physique parmi les plus communs dans les environnements astrophysiques. Bien qu'il ait été étudié depuis de nombreuses décennies, certains de ses domaines d'application sont encore mystérieux, en particulier celui qui est associé à la turbulence magnétique. Ce phénomène apparaît dans des problèmes encore non résolus ce jour. Le sujet de cette thèse porte sur l'étude de cette turbulence dans les disques d'accrétion magnétisés et képlériens lançant des jets, ainsi que sur ses effets sur le transport des rayons cosmiques.

La première partie de cette thèse montre que les disques d'accrétion magnétisés képlériens soumis à une turbulence magnétohydrodynamique (MHD) peuvent être le siège d'une production stationnaire de jets MHD de matière sous certaines conditions. L'ajout des effets dus à la viscosité du plasma ainsi que l'implémentation d'une équation d'énergie modélisant une couronne chauffante sont les points clés de cette première partie. J'ai en particulier montré à la fois analytiquement et numériquement que le rapport entre couple de freinage magnétique et visqueux était contraint par les propriétés de la turbulence MHD. J'ai aussi montré que la prise en compte plus fine de l'équation d'énergie était nécessaire pour une description plus fidèle des jets observés dans l'Univers. Cette équation fait intervenir nombres de processus de chauffages et de transport d'énergie dont la prise en compte dans l'approximation fluide n'est pas possible. J'insiste, dans cette première partie, sur la nécessité d'une approche cinétique de ces phénomènes afin de pouvoir mieux les décrire macroscopiquement. C'est cette étude qui a motivé la suite de ma thèse.

Afin de mieux connaître les influences de la turbulence magnétique sur le transport de particules chargées, j'ai entrepris une étude sur la diffusion spatiale et angulaire des hadrons avec un champ magnétique chaotique dont la distribution spectrale en loi de puissance peut être reliée à celle qu'engendrerait une turbulence de type Kolmogorov ou Kraichnan. Les résultats de cette étude ont permis d'obtenir des réponses nouvelles sur des régimes de diffusion dans des domaines de turbulence encore jamais étudiés. En particulier, j'ai montré que les coefficients de diffusion spatiale parallèle au champ magnétique à grande échelle ainsi que le coefficient de diffusion angulaire suivaient un comportement dans le domaine de résonance extrapolant celui prédit par la théorie quasi-linéaire dans le cas de la très faible turbulence. À l'opposé, le coefficient de diffusion perpendiculaire suit un comportement, dans ce même domaine, non prédit par la théorie quasi-linéaire. Ce régime est assimilable à un régime de

diffusion anormale amplifiée par la présence de chaos magnétique. De plus, en dehors du domaine de résonance avec le chaos, les comportements de tous ces coefficients sont différents de ceux attendus. Enfin, l'existence d'un régime de diffusion de Bohm n'a pas été démontrée et cela quel que soit le niveau de turbulence (voir Casse, Lemoine & Pelletier 2002).



Première partie

**Turbulence MHD dans les disques  
d'accrétion et lancement de jets**



# Chapitre 1

## Disque d'accrétion, champ magnétique et jets : un trio universel ?

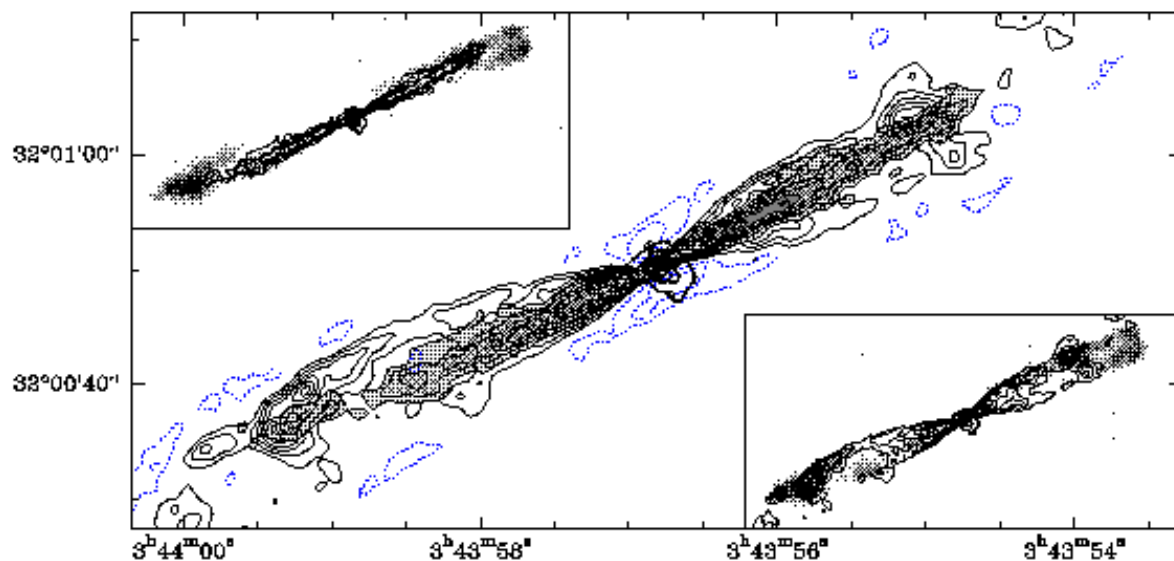
### Sommaire

---

Depuis plus d'un siècle, les observations de jets n'ont cessé d'augmenter pour essayer de comprendre l'origine de tels phénomènes. Bien que les premiers objets Herbig-Haro aient été observés dès les années 1890, la découverte du premier jet a été faite par Curtis en 1918 au Lick Observatory. Il fut détecté dans le domaine optique, autour du noyau actif de la galaxie elliptique M87. Il fut le premier d'une longue série (3C273, Cygnus A, NGC 6251, etc...). D'autres jets ont ensuite été détectés dans de nombreux contextes astrophysiques, tels les étoiles jeunes, les étoiles binaires X ainsi qu'autour des objets compacts de notre galaxie. Dans ce chapitre, je ne ferai pas une revue détaillée des observations faites ces dernières années, mais je me concentrerai sur les ingrédients présents dans les systèmes observés, ce qui nous donnera une idée du mécanisme fonctionnant sur des échelles spatiales complètement différentes les unes des autres. L'élément commun à toutes ces machines à éjecter est le concept de disque d'accrétion. Ce paradigme a comme fondement l'idée d'un plasma orbitant autour d'un objet et tombant (plus ou moins rapidement) sur l'objet central à cause des forces de frottement produites par une rotation non uniforme (Lynden-Bell 1969; Shakura & Sunyaev 1973; Rees 1984; Frank *et al.* 1985). Le moment angulaire de la matière est ainsi transporté vers l'extérieur du disque.

### 1.1 Jets autour d'étoiles jeunes

Ce sont les travaux de Cudworth & Herbig (1979) et Herbig & Jones (1981) qui rapportèrent les premiers mouvements propres au sein d'objets de Herbig-Haro (HH1, HH2 et HH28 et HH29). Ces objets de Herbig-Haro sont une classification d'objets rassemblant une série de chocs alignés avec leur source émettrice (voir figure 1.1). Ces objets sont associés à

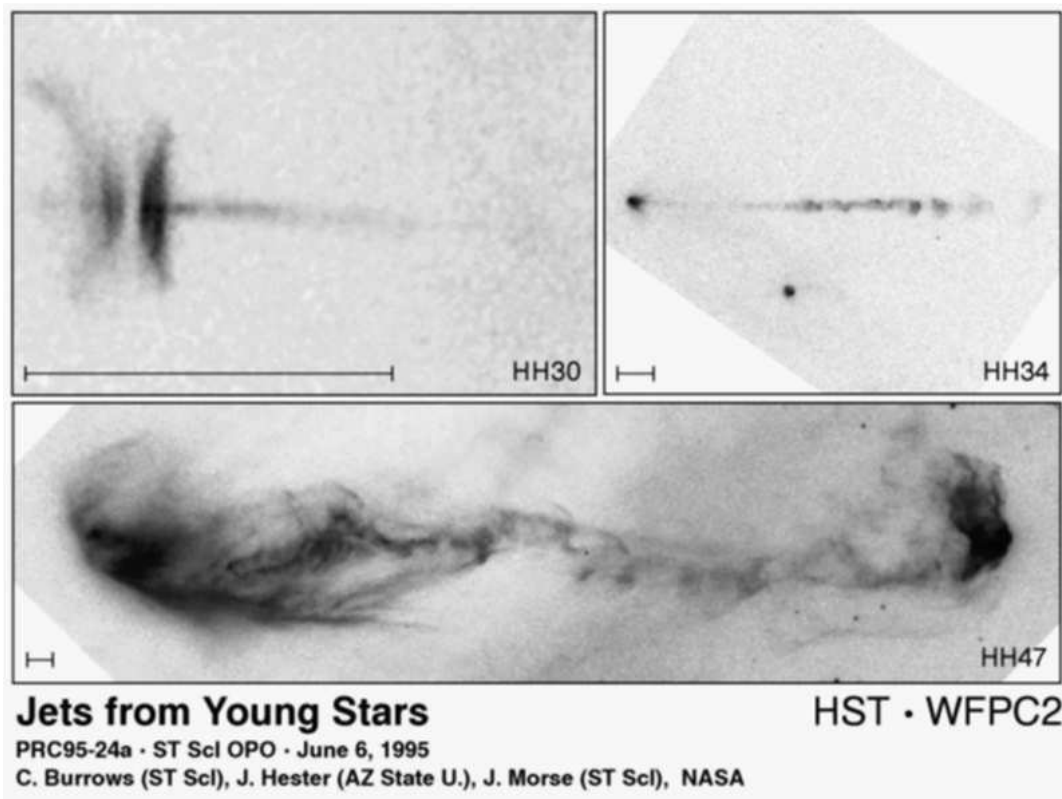


**Fig. 1.1** – Jet moléculaire HH211 cartographié à l’interféromètre du plateau de Bure. La figure principale montre le jet CO avec les plus grandes vitesses alors que les lignes pointillées représentent les composantes basse vitesse. Données tirées de Gueth & Guilloteau (1999).

des systèmes stellaires jeunes en formation composés d’une étoile de type T Tauri. Plusieurs types d’émission de matière peuvent être observés dans l’environnement de ces étoiles jeunes.

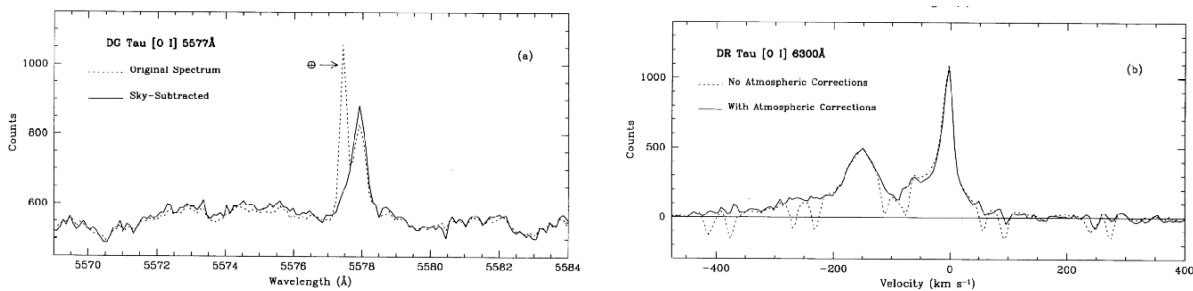
#### Les flots moléculaires

Les flots moléculaires sont composés de molécules partiellement ionisées que l’on détecte principalement dans les raies de la molécule CO (voir la revue de Richer *et al.* (2000)). Au moins deux cents de ces écoulements ont déjà été catalogués à ce jour (Wu *et al.* 1996). Les principales caractéristiques observationnelles de ces flots sont un faible degré de collimation et des vitesses allant de quelques km/s à quelques dizaines de km/s (voir par exemple Bachiller *et al.* (1990)). Ils se produisent au cours d’une phase importante de la construction des étoiles naissantes. C’est durant la phase appelée Classe 0 (André *et al.* 1993) que le nuage en effondrement gravitationnel se contracte pour former une proto-étoile. Au cours de cette phase, certains scénarii expliquent l’éjection non-collimatée de matière par l’interaction entre la matière tombant vers la proto-étoile et le rayonnement émis par l’étoile naissante (Lery *et al.* 1999). L’écoulement sortant de tels systèmes (parallèlement à l’axe de rotation du nuage et à la direction du champ magnétique) a alors une vitesse proche de celle de la matière chutant vers l’objet. Il n’est pas encore clair dans ces systèmes que la présence d’un disque d’accrétion, même enfoui, soit effective. Les étoiles de faible masse traversent cette phase en  $10^4$  ans environ et leur masse est du même ordre de grandeur que celle de l’enveloppe accrétante. C’est au cours de cette phase que les flots moléculaires sont les plus violents, les plus intenses et les plus collimatés (Bachiller 1996; Bontemps *et al.* 1996). Les flots moléculaires apparaissent aussi au cours de la phase associée aux étoiles de Classe I. Dans cette phase, une partie de l’enveloppe est supposée avoir déjà été éjectée par les flots moléculaires et s’être organisée partiellement sous la forme d’un disque d’accrétion suite à



**Fig. 1.2** – Clichés pris par le HST d'objets Herbig-Haro. L'image de HH30 prise par Burrows *et al.* (1996) est très instructive car elle permet de voir pour la première fois un disque d'accrétion vu par la tranche, entourant une étoile enfouie et supportant deux jets semblant venir des régions centrales proches de l'étoile.

l'action de la force centrifuge et du champ magnétique. Il apparaît que la collimation et l'intensité des flots moléculaires émis par ces objets décroît avec le temps (André 1997). Il a aussi été observé des écoulements plus collimatés venant des objets de cette classe et rayonnant dans le domaine optique (voir la superbe image de HH30 de Burrows *et al.* (1996), figure 1.1). Les “jets optiques” (le terme jet marque une plus forte collimation pour ce type d'écoulements), sont observés dans des systèmes plus évolués où seul le disque d'accrétion est supposé entourer l'étoile de faible masse formée appelée T Tauri, du nom des premières étoiles prototypes observées dans la constellation du Taureau.



**Fig. 1.3** – (a) Caractéristique de la raie interdite [OI] émise par le jet optique de l'étoile jeune de faible masse DG Tau. (b) Spectre de la raie en vitesse de cette raie. Deux composantes apparaissent nettement : une à grande vitesse ( $\sim 200$  km/s) et une autre à plus basse vitesse ( $\sim 10$  km/s). Courbes issues de Hartigan *et al.* (1995).

### Les jets optiques

Les jets optiques sont détectés dans des raies interdites dont la longueur d'onde appartient au domaine visible. Ces raies interdites ne sont détectables que dans des milieux plus dilués que les enveloppes entourant les T Tauri classiques (en opposition aux “Weak” T Tauri qui n'ont pas de raies interdites détectées et donc pas de jet optique). Ces jets sont ainsi associés à la présence d'un vent ou d'un jet sortant du système. Les raies observées le sont dans le domaine visible, à partir de raies d'émission telles que [OI] (5577 Å, 6300 Å) ou [SII] (un doublet à 6716 et 6731 Å) ou encore [NII] (6583 Å).

Grâce à des développements de techniques de spectro-imagerie (Solf & Boehm 1993; Hirth *et al.* 1997), la structure spectroscopique de ces écoulements a été mise en évidence comme pouvant être séparée en deux composantes. La première, vue dans toutes les T Tauri classiques, est une émission qui est un peu décalée vers le bleu correspondant à une vitesse vers l'observateur de l'ordre de 10 km/s (Hartigan *et al.* 1995). Pour bon nombre de ces systèmes, on observe également une seconde composante à grande vitesse (vitesse de décalage par rapport à la vitesse de l'étoile de 200 à 600 km/s, pour une revue plus complète voir Lavalley (2000)). L'absence d'une émission similaire mais décalée vers le rouge dans beaucoup de systèmes observés peut être expliquée par la présence d'un disque d'accrétion opaque masquant le deuxième jet (Appenzeller *et al.* 1984). L'origine physique de ces diverses composantes, encore discutées à ce jour, pourrait être différente. La composante basse vitesse serait associée à l'émission d'un vent proche de la surface du disque alors que la composante à grande vitesse correspondrait à l'émission due à un jet collimaté éloignée du disque (Kwan & Tademaru 1988, 1995). Kwan (1997) a suggéré, en étudiant les rapports des raies [OI], que la composante basse vitesse serait produite par un vent traversant une couronne chaude, juste au dessus du disque.

## 1.2 Jets galactiques issus d'environnements d'objets compacts

Au cours de différentes campagnes d'observations dans le domaine des rayons X, on a détecté des sources de rayonnements plus ou moins intenses (satellite Einstein à la fin des années 70). Ces découvertes ont suivi celle de la source SS 433 où un décalage périodique des raies optiques a permis de proposer un modèle de systèmes binaires émettant des jets dont la vitesse était estimée à  $0.26c$  (Margon *et al.* 1979). L'émission de ces sources X est trop intense, dans ce domaine de longueurs d'onde, pour pouvoir être expliquée comme celle d'étoiles de la séquence principale (ou même des étoiles en formation). Je ne citerai ici que les types de sources X où des flots (voire un jet) ont été détectés comme provenant de ces systèmes.

### 1.2.1 Différentes classes de sources X galactiques produisant des jets ou des flots peu collimatés

Le satellite qui a réalisé cette campagne d'observations n'avait pas la résolution suffisante dans les bandes de X mous (énergie inférieure à 1 keV) pour apprécier une éventuelle différence parmi les objets. Il fallut attendre le lancement du satellite ROSAT pour s'apercevoir qu'il existait plusieurs catégories de sources X galactiques. Les premières ont un spectre très intense dont l'énergie d'émission maximale est supérieure à 1 keV (et pouvant aller jusqu'à des rayons gammas, voir Tanaka & Lewin (1995)). Ces sources ont été associées à des systèmes binaires comportant soit une étoile à neutron soit un trou noir de masse stellaire (nécessité d'un très fort potentiel gravitationnel pour libérer de telles énergies). Certaines sources X ont un spectre

| Objet central     | Accrétion                    | Combustion nucléaire |
|-------------------|------------------------------|----------------------|
| Trou noir         | 0.1 à 0.42 $mc^2$            | —                    |
| Étoile à neutrons | 0.15 $mc^2$                  | 0.007 $mc^2$         |
| Naine blanche     | 2, 5.10 <sup>-4</sup> $mc^2$ | 0.007 $mc^2$         |

**Tab. 1.1** – Energie libérée par l'accrétion et la combustion nucléaire dans plusieurs objets compacts, de une masse solaire chacun (Kahabka & van den Heuvel 1997).

complètement différent de celui décrit plus haut. Le maximum d'émission de ces sources dites "super-molles" est inférieur à 0.5 keV (voir la revue de Kahabka & van den Heuvel (1997) et ses références pour plus de détails). Le spectre de ces sources est interprété comme résultant de la combustion thermonucléaire de l'hydrogène accrété sur la surface d'une naine blanche (voir tableau 1.1).

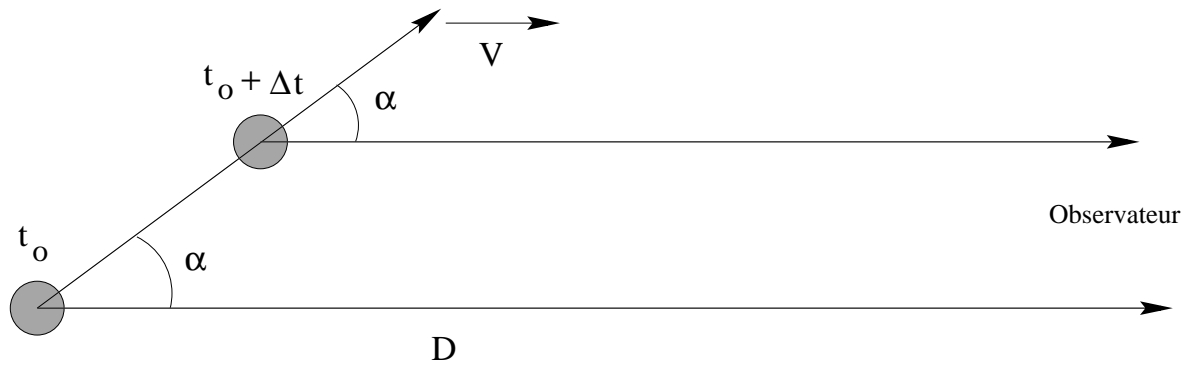


Fig. 1.5 – Schéma d'un éjecta créant l'illusion d'un mouvement superluminique.

### 1.2.2 Jets émis par les objets compacts galactiques

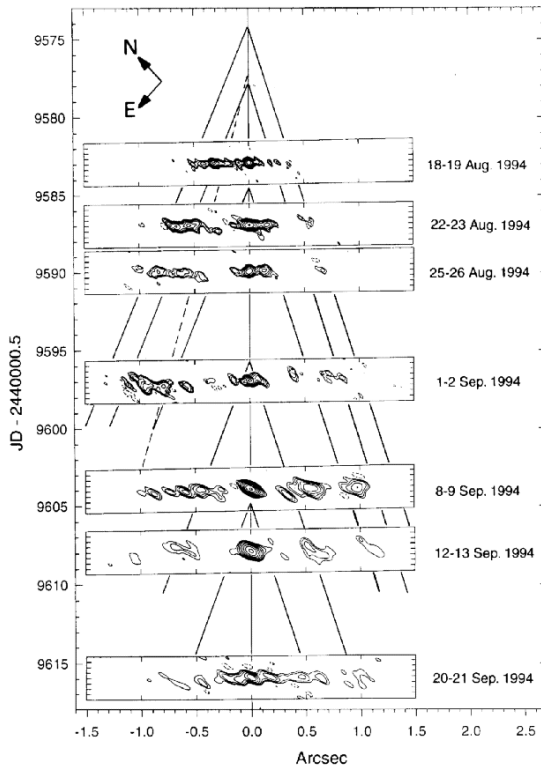


Fig. 1.4 – Observations radios VLBA du microquasar GRO J1655-40 à 1.6 GHz. La ligne verticale repère la position du microquasar (point le plus brillant de la carte). Figure tirée de Hjellming & Rupen (1995).

Les premiers jets galactiques détectés ont été ceux de SS 433. Jusque dans les années 90, aucun autre écoulement ne fut repéré. Grâce aux développements de l'astronomie X, il fut possible de détecter plusieurs jets émis par des objets galactiques. Parmi les sources supermolles, Motch (1998) et Cowley *et al.* (1998) ont rapporté le repérage de raies décalées symétriquement par rapport à la raie principale, symptômes d'éjection symétrique par rapport à l'objet. Les vitesses typiques de ces jets sont de l'ordre de quelques milliers de km/s. Ces écoulements sont relativement bien collimatés (angle d'ouverture entre  $17^\circ$  et  $27^\circ$  pour la source RXJ0925.7-4758). Il est à noter que certains de ces jets sont éphémères avec une durée de vie inférieure à un jour.

Au début des années 90, l'observation de mouvements superluminiques dans l'objet GRS 1915+105 de notre galaxie a prouvé, de façon claire l'existence d'objets très compacts (Mirabel & Rodríguez 1994) au sein de systèmes binaires (vitesse apparente de 1.2 à 1.7 fois la vitesse de la lumière, voir aussi Fender *et al.* (1999a)). Ces vitesses superluminiques sont des effets d'aberration relativistes dus à un élément de matière se déplaçant à grande vitesse (Rees 1966). En effet, si on considère les définitions de la figure (1.5), on arrive à montrer que le temps perçu par un observateur entre la réception d'un photon émis au temps  $t_0$  et celle



d'un photon émis à  $t_o + \delta t$  est  $\delta t - V \cos \alpha / c$ . La distance projetée parcourue par la source en mouvement est  $V \sin \alpha \delta t$ . La vitesse apparente de la source est alors pour l'observateur

$$V_{app} = V \frac{\sin \alpha}{1 - V \cos \alpha / c} \quad (1.1)$$

La vitesse apparente de la source peut alors être supérieure à celle de la lumière si la vitesse de la source est proche (mais inférieure à) de celle de la lumière. En particulier, si  $\cos \alpha$  est égal au rapport  $V/c$ , on aura alors  $V_{app} = V\gamma$  où  $\gamma$  est le facteur de Lorentz d'ensemble de la source en mouvement. De tels mouvements ont déjà été observés depuis plus de vingt ans dans des systèmes extragalactiques. Comment savoir que ces composantes appartiennent à notre galaxie ? Grâce à l'observation des deux jets que l'on suppose symétriques par rapport à la source émettrice. En effet, en appliquant le même raisonnement que précédemment mais cette fois à deux jets ayant des vitesses opposées, on obtient alors leurs vitesses de déplacement angulaire projetées sur le ciel (voir par exemple Mirabel & Rodríguez (1999))

$$\mu_- = \frac{\beta \sin \alpha}{1 - \beta \cos \alpha} \frac{c}{D} \quad (1.2)$$

$$\mu_+ = \frac{\beta \sin \alpha}{1 + \beta \cos \alpha} \frac{c}{D} \quad (1.3)$$

où  $\beta = V/c$ . En combinant ces deux équations, on peut montrer que la distance  $D$  est majorée par une valeur telle que

$$D \leq \frac{c}{2} \frac{\mu_+ + \mu_-}{\mu_- \mu_+} \quad (1.4)$$

Dans le cas de l'objet GRS 1915+105, les déplacements angulaires sont tels que  $\mu_+ = 9$  milliarcsecondes/jour et  $\mu_- = 17.6$  milliarcsecondes/jour (Mirabel & Rodríguez 1994), ce qui donne  $D \leq 14.3$  kpc, confirmant la nature galactique de l'objet.

D'autres jets provenant de ce type de systèmes galactiques ont été trouvés depuis (voir le tableau 1 de Mirabel & Rodríguez (1999)). Ces systèmes émettant des jets superlumériques sont fortement soupçonnés d'abriter un trou noir stellaire à cause de leur luminosité X bien au delà de la limite d'Eddington et de leur signature observationnelle caractéristique au delà de 100 keV (Cordier *et al.* 1993). La ressemblance entre leur structure et celle des noyaux actifs de galaxies a amené le terme "microquasars" pour désigner ces objets galactiques compacts. La production de jets dans les microquasars semble non-stationnaire et se produit sur des périodes relativement courtes (Mirabel *et al.* 1998). Les jets produits semblent de plus bien collimatés car leurs angles d'ouverture sont inférieurs à  $15^\circ$ .

### 1.3 Jets extra-galactiques

Les jets extra-galactiques sont observés dans une catégorie particulière de galaxies : les radio-galaxies. Ces radio-galaxies appartiennent à la famille des noyaux actifs de galaxies (NAG). Ces derniers se définissent comme des galaxies ayant un coeur qui émet un spectre non-thermique très fortement variable et d'une grande intensité ( $> 10^{43}$  erg/s). Les échelles

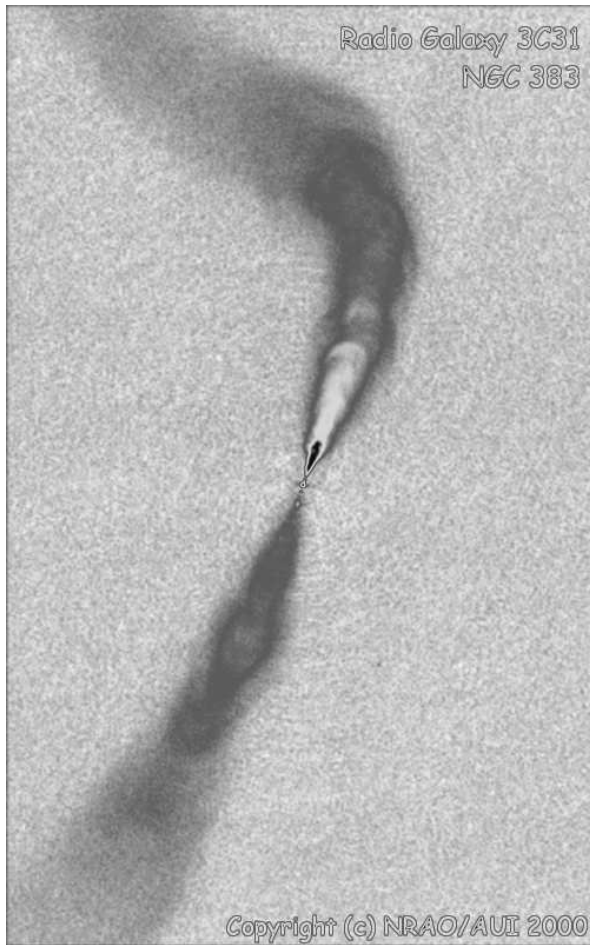
de temps de variation de leur spectre peuvent aller de quelques minutes à plusieurs années. Le spectre en énergie s’étend du domaine radio jusqu’aux rayons gammas (pour plus de détails sur le schéma unificateur des NAG, voir par exemple Antonucci (1993)). Les NAG peuvent être séparés en deux grandes catégories distinctes : **(a)** les galaxies “radio-loud” qui ont une puissance à 1.4 GHz supérieure à  $10^{23}$  W/Hz (Urry & Padovani 1995) ; **(b)** les galaxies “radio-quiet” qui ne rentrent pas dans la catégorie précédente. Les galaxies “radio-loud” représentent environ 10% des NAG. Parmi les radio-galaxies, une grande part d’entre elles montrent une paire de jet collimatés qui émettent en radio via un rayonnement synchrotron. Ces sources sont classées en deux catégories (Fanaroff & Riley 1974) :

- les sources FR I (voir la figure 1.6) : ces sources possèdent deux jets symétriques peu rayonnants ( $< 10^{42}$  reg/s) dont la luminosité décroît au fur et à mesure de l’écoulement. Ces jets sont relativement bien collimatés ;
- les sources FR II (voir la figure 1.7) : ces sources ont des jets très peu (ou pas) visibles dont toute l’énergie est dissipée dans des points chauds, fortement rayonnants (le contraste entre les chocs terminaux et le jet rend l’observation de ce dernier très difficile). Les jets de ces sources, quand ils sont observés, sont très collimatés.

La vitesse des mouvements superluminiques de sources extra-galactiques est, pour une majorité de ces sources, de l’ordre de  $5c$  (Vermeulen & Cohen 1994). Malheureusement, la mesure du facteur de Lorentz global est beaucoup plus difficile pour les jets extra-galactiques. En effet, à cause de la grande distance nous séparant de ces objets, les effets cosmologiques entre en ligne de compte et la vitesse apparente d’une source de redshift  $z$  est, dans un modèle d’Univers de Friedman, (e.g., Pearson & Zensus (1987))

$$\beta_{app} = \mu \frac{z}{H_o(1+z)} \left( \frac{1 + (1 + 2q_o z)^{1/2} + z}{1 + (1 + 2q_o z)^{1/2} + q_o z} \right) \quad (1.5)$$

où  $H_o$  est la constante de Hubble et  $q_o$  le paramètre de décélération. L’incertitude actuelle existant sur ces paramètres cosmologiques rendent la connaissance du facteur de Lorentz d’ensemble de ces jets approximative. Néanmoins, pour pouvoir créer ces illusions superluminiques, les jets peuvent avoir un facteur de Lorentz de l’ordre de plusieurs unités, voire plusieurs dizaines. La composition du jet est elle-même soumise à discussions : le jet est-il composé d’un plasma ordinaire de type protons-électrons (semblable à la composition d’un disque d’accrétion entourant le trou noir central) ou alors est-il dominé par un plasma de paires électrons-positrons ? Il semble qu’il n’y ait pas de compositions universelles conciliant les diverses observations faites sur différents jets à diverses échelles (voir la revue faite par Renaud (1999)). Un modèle réconciliant les deux compositions citées précédemment associe un plasma de paires  $e^+ - e^-$  à un jet MHD composé de protons et d’électrons (Sol *et al.* 1989; Henri & Pelletier 1991).



**Fig. 1.6** – Image radio VLA la source FR I 3C31. La galaxie 3C31 a un redshift de  $z=0.0169$  (distance  $d$  de 51/h Mpc si  $H_0= 100h$  km/s/Mpc). Image issue du site internet de Alan Bridle.

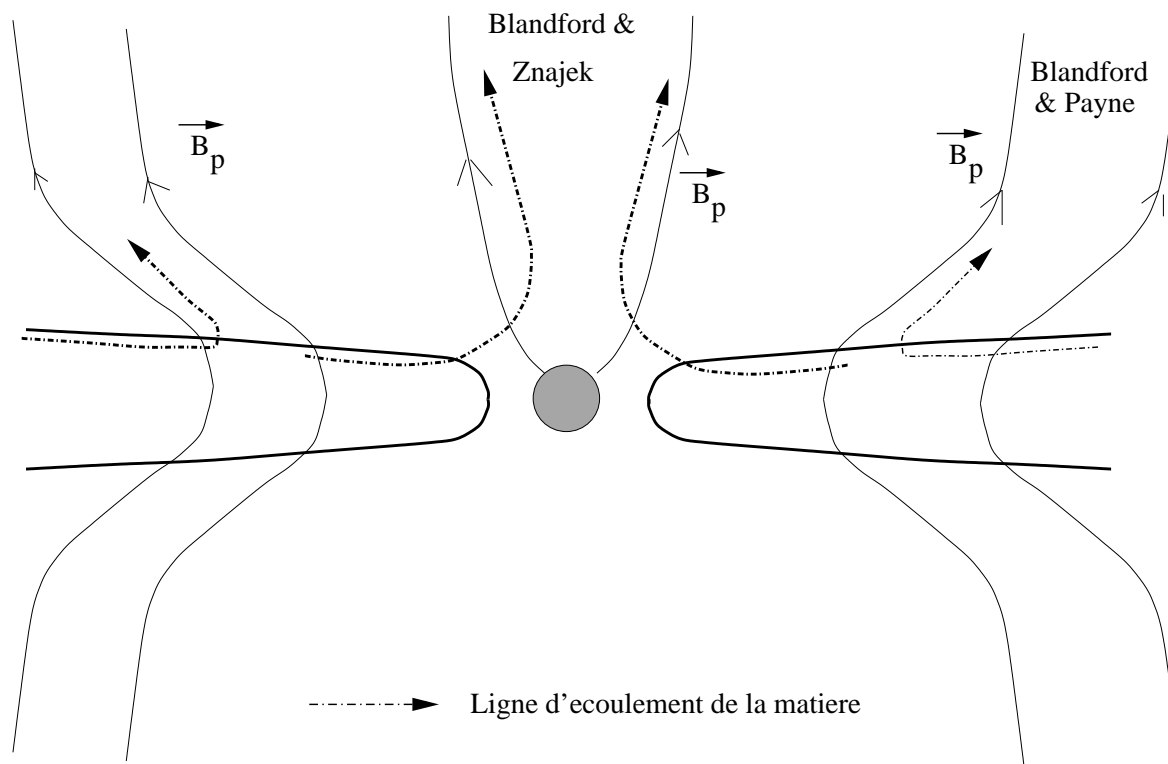


**Fig. 1.7** – Image radio VLA de la source FR II 3C353 (redshift de  $z=0.0169$ , distance 51/h Mpc). La longueur des jets de 3C353 est de 120/h kpc (Image issue du site web de Alan Bridle).

## 1.4 Le paradigme “accrétion-éjection magnétisée”

Je vais présenter dans cette section le paradigme liant l'accrétion de matière et l'éjection d'une partie de cette dernière grâce au concours d'un champ magnétique. C'est l'idée de base des modèles de jets magnétohydrodynamiques. Je parlerai en détails de la production stationnaire de jets dans cette thèse et je renverrai le lecteur vers les travaux de Tagger & Pellat (1999) et Caunt & Tagger (2001) pour de plus amples informations sur la production épisodique (et donc non-stationnaire) de jets. Un récapitulatif des travaux récents sur les modèles MHD de jets a été fait par Lovelace *et al.* (1999) pour les jets extragalactiques et Konigl & Pudritz (2000) pour les jets autour des étoiles jeunes.

Le paradigme d'accrétion-éjection magnétisée fait parti des divers modèles de jets existants.



**Fig. 1.8** – Schéma représentant les scénarii de base pour la formation d’un jet MHD. Le mécanisme de Blandford & Znajek (1977) se fonde sur l’extraction du moment angulaire d’un trou noir en rotation pour accélérer la matière par le champ magnétique. Dans ce type de “jets de Poynting”, la densité de masse est négligeable par rapport à la densité d’énergie magnétique et l’essentiel du moment cinétique est alors porté par le flux de Poynting du jet. L’autre mécanisme est celui de Blandford & Payne (1982) qui utilise un champ magnétique à grande échelle pour extraire le moment angulaire du disque et permettre ainsi l’accrétion de matière. Dans ce type de modèles, les jets émis peuvent être soit de type Poynting soit hydromagnétique (où le moment cinétique est à la fois porté par la matière et par le champ magnétique).

tant dans la littérature (Begelman *et al.* 1984; Ferreira 1994). Je signalerai simplement l’existence de modèles n’impliquant ni champ magnétique, ni disque d’accrétion comme source de l’énergie pour l’éjection. Ainsi certains modèles se proposent d’expliquer les jets observés comme étant propulsés par la pression thermique ou par la pression du rayonnement. Ces modèles souffrent néanmoins de l’absence de mécanismes internes capables d’assurer la collimation de l’écoulement. Ils font donc appel à une pression externe afin de maintenir la collimation.

Le scénario de formation de jets le plus en vogue actuellement repose sur l’interaction d’un champ magnétique bipolaire à grande échelle avec un disque d’accrétion diffusif. Le champ magnétique peut être généré dans le disque par un effet dynamo (Rekowski *et al.* 2000) et/ou provenir de l’advection d’un champ magnétique interstellaire (Mouschovias 1976). Depuis l’article fondateur de Blandford & Payne (1982), il a été montré qu’un tel champ combiné avec la matière en rotation peut

- extraire le moment cinétique de disque,
- fournir de l'énergie à une partie de la matière du disque via un flux de Poynting,
- collimater le jet grâce à un phénomène de tension magnétique par la composante magnétique toroïdale (Lovelace 1976; Blandford 1976; Heyvaerts & Norman 1989).

Ce modèle incorpore des éléments présents dans tous les systèmes émettant les jets observés : de la matière en accrétion, un champ magnétique et un écoulement collimaté, même à grande distance de la source. Parmi les avantages de ce scénario, il y a l'indépendance de la nature de l'objet central pour la formation du jet, permettant d'expliquer la diversité d'objets autour desquels on a trouvé ces jets.

Si Blandford & Payne (1982) ont décrit le mécanisme du jet MHD, ils n'ont pas raccordé leurs solutions auto-similaires à un disque d'accrétion magnétisé. En particulier, ils n'ont pas du tout traité le problème de la production d'un jet par le disque d'accrétion sous-jacent. Ce problème délicat nécessite d'expliquer comment passer d'un écoulement radial, turbulent et magnétiquement diffusif à un écoulement vertical, collimaté et non-diffusif. Une première description de disques d'accrétion magnétisés diffusifs a été faite par Königl (1989), puis Wardle & Königl (1993); Ferreira & Pelletier (1993); Li (1995); Ferreira & Pelletier (1995) ont montré qu'un flux de matière pouvait effectivement être émis par de tels disques. Le mécanisme de diffusion magnétique invoqué dans ces travaux est soit de la diffusion ambipolaire (valable pour les milieux partiellement ionisés tels les disques d'accrétion autour d'étoiles jeunes, Wardle & Königl (1993); Li (1996)), soit une diffusivité anormale turbulente (Li 1995; Ferreira & Pelletier 1995). Dans ces travaux, diverses approximations ont été faites pour obtenir la modélisation d'un disque connecté à un jet super-alfvénique. Parmi ces approximations, on peut trouver l'imposition d'un flux de masse vertical positif dans le disque (Wardle & Königl 1993), une prescription remplaçant l'équation d'induction du champ magnétique (Li 1996) ou encore un raccord entre une solution de disque et une solution de jets de Blandford & Payne (1982) (Li 1995). Ferreira & Pelletier (1995) n'ont négligé aucun terme dans les équations dynamiques décrivant la structure et ont essayé d'obtenir des solutions continues et auto-cohérentes passant du disque résistif au jet MHD idéale. Les solutions obtenues ne réussissaient pas à franchir le second point critique (point d'Alfvén) dans le jet. C'est dans les travaux de Ferreira (1997) que ce type d'écoulements, toujours décrit de façon continue, a pu franchir le deuxième point critique jusqu'à ensuite atteindre (mais non franchir) le dernier point critique. Néanmoins dans ce travail (comme dans les précédents, d'ailleurs), certaines hypothèses simplificatrices laissaient quelques questions sans réponses. Ces questions, toujours d'actualité au début de ma thèse, étaient les suivantes (je donne ici une liste non exhaustive)

- La viscosité (non prise en compte dans tous les travaux antérieurs) a-t-elle une influence majeure sur la production de jets MHD ?
- Est-ce qu'un transport visqueux de moment cinétique dans le disque peut cohabiter avec un transport de moment cinétique vertical engendré par le champ magnétique ?
- Y a-t-il des contraintes sur la turbulence du disque imposées par la formation d'un jet ?
- Comment l'équation d'énergie (remplacée dans tous les travaux précédents par une

relation polytropique) peut-elle être prise en compte dans ce genre de modèle ? Quel est le bilan d'énergie détaillé de telles structures ?

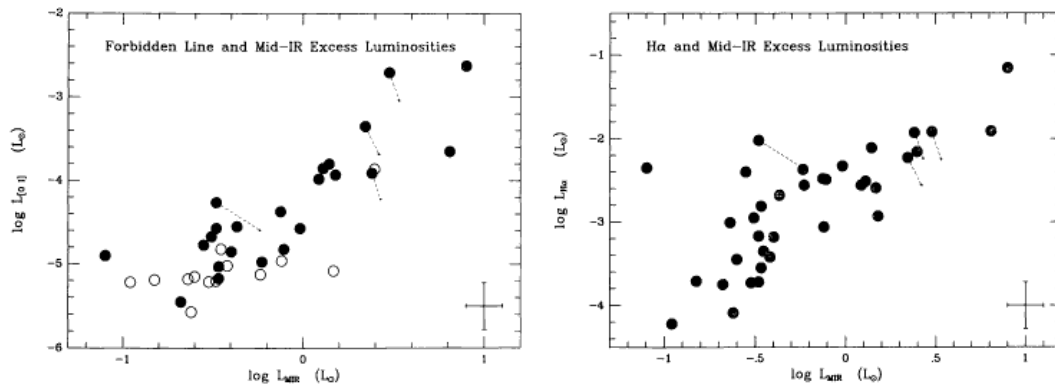
- La présence d'une couronne chauffante au dessus du disque a-t-elle des effets sur les jets MHD ?
- Ces effets permettent-ils d'obtenir des solutions de jets inaccessibles aux jets MHD froids ?
- Quelle est la nature et la forme analytique de la turbulence pouvant engendrer des coefficients de transports tels ceux employés dans les simulations via une prescription ?

Je me dois de signaler ici qu'il existe un autre type de modèles faisant intervenir un champ électromagnétique pour la modélisation des jets (Lovelace 1976; Blandford 1976). Ces modèles, dits électrodynamiques, décrivent le transport de moment cinétique uniquement par un flux de Poynting (la densité d'énergie de la matière est alors très faible par rapport à la densité d'énergie magnétique). Ce type de jets n'est éventuellement applicable qu'aux jets le plus dilués (jets extragalactiques). Parmi ces divers modèles électrodynamiques, on peut noter celui suggéré par (Blandford & Znajek 1977) où les auteurs montrent qu'il est possible d'extraire lentement d'un trou noir en rotation de l'énergie via un flux de Poynting. Ce scénario, qui ne peut s'appliquer que dans le cas des jets extragalactiques ou dans les microquasars, ne décrit pas l'emport de masse par les lignes de champ magnétique (les auteurs ont négligé les termes d'inertie de la matière). De plus, comme les auteurs le reconnaissent dans la conclusion de leur article, la puissance qui peut être récupérée par ce mécanisme est toujours bien inférieure à celle qu'il est possible d'extraire du disque d'accrétion environnant. Il existe aussi des modèles électrodynamiques où le champ magnétique est supposé ancré dans un disque d'accrétion (voir Ustyugova *et al.* (2000) et ses références). Dans ces modèles, le disque d'accrétion est traité comme une condition aux limites (l'inertie de la matière étant négligée, les caractéristiques de la vitesse de la matière sont déduites de celles des surfaces magnétiques et le flux de masse dans le jet est laissé libre).

Je vais présenter, dans la prochaine section, les indices tirés des observations qui ont petit à petit amené la communauté astrophysique à considérer les modèles MHD de production de jet comme les plus pertinents.

## 1.5 Preuves observationnelles de liens accrétion-éjection

L'observation des systèmes présentant des jets peuvent donner une aide dans la discrimination entre les divers modèles proposés dans la littérature. En effet, des corrélations nettes entre accrétion et éjection apparaissent dans différents systèmes astrophysiques, à diverses échelles. Comment détecter l'accrétion ? Pour se faire, il faut faire un rapide détour vers le modèle standard (Shakura & Sunyaev 1973) pour expliciter ses signatures observationnelles. Le disque d'accrétion est généralement considéré comme un corps noir dont la température varie avec le rayon (si le disque est optiquement mince, le spectre d'émission ne sera pas celui d'un corps noir mais dépendra du mécanisme de rayonnement dominant). Le spectre



**Fig. 1.9** – Corrélation entre luminosité de la raie interdite (OI) et la luminosité du disque, proportionnelle au taux d'accrétion du disque dans le modèle standard du disque d'accrétion (figure tirée de Cabrit *et al.* (1990)).

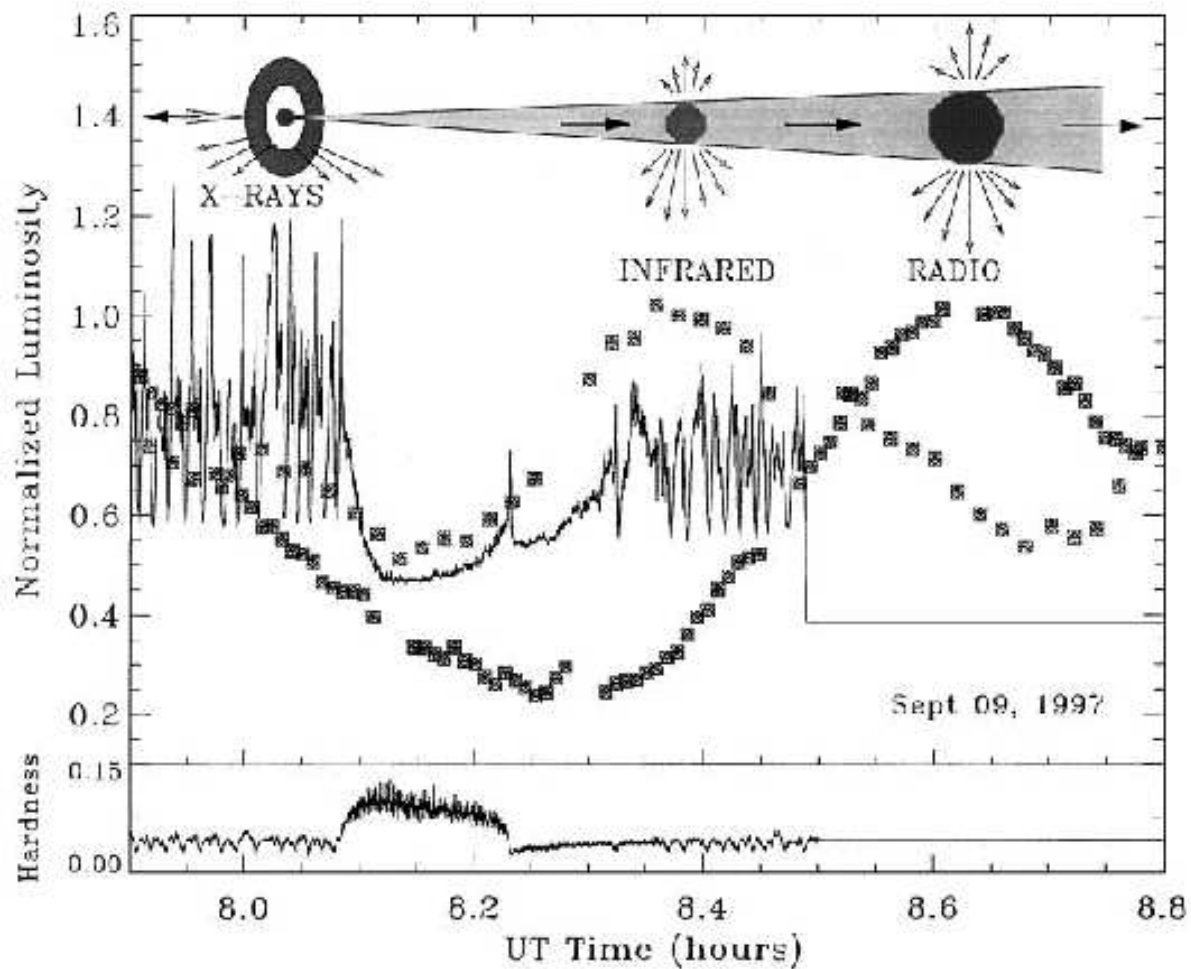
d'émission global du disque sera alors une superposition de corps noirs. La température du corps noir est différente de la température de la couronne de l'étoile avoisinante, ce qui permet de faire une distinction entre le spectre de l'étoile et celui du disque d'accrétion (dans le cas où l'objet central est un trou noir, il n'y a aucun problème). La totalité du rayonnement émis est supposé venir entièrement de la libération de l'énergie gravitationnelle, qui s'exprime comme (Frank *et al.* 1985)

$$P_{rad} = \frac{GM_* \dot{M}_a}{2r_i} \quad (1.6)$$

où  $r_i$  est le rayon interne du disque,  $M_*$  la masse de l'objet central et  $\dot{M}_a$  le taux d'accrétion du disque. Ainsi, plus le taux d'accrétion est grand et plus la quantité d'énergie disponible dans le disque est grande. L'utilisation de cette énergie peut avoir plusieurs destinations : rayonnement dans les disques purement visqueux, rayonnement et création de jets pour des structures magnétisées. De façon plus générale, la difficulté d'identification de l'accrétion provient de la discrimination entre la luminosité du disque et d'autres émissions provenant du même environnement (luminosité de l'objet central diffusée sur des particules environnantes qui la réémettront à une autre longueur d'onde).

#### Étoiles jeunes de faible masse

L'observation de la luminosité infrarouge du système et celle émise par une raie interdite du jet a permis à Cabrit *et al.* (1990) de montrer qu'il y avait une corrélation indéniable entre les deux luminosités (voir figure 1.9). Les auteurs de cette étude ont assimilé la luminosité infrarouge comme étant celle du disque, ce qui, dans le cadre du modèle standard du disque d'accrétion de Shakura & Sunyaev (1973), est cohérent avec les températures d'émission du corps que représente le disque. La relation entre les deux luminosités devient ainsi une relation entre taux d'accrétion et densité de matière dans le jet. Cabrit & André (1991) ont appliqué une étude similaire à des objets jeunes enfouis et montré de façon encore plus nette la corrélation entre le flux radio émis par les flots moléculaires et la luminosité du disque. Hartigan *et al.* (1995) ont eux aussi confirmé la relation entre ces deux grandeurs. Il reste



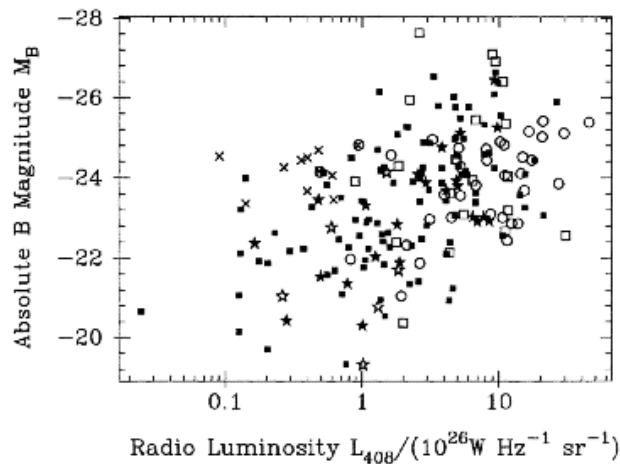
**Fig. 1.10** – Observations multi-longueurs d’onde du disque et du jet de GRS1915+105 (Mirabel *et al.* 1998). La corrélation entre les rayons X émis par le disque et le rayonnement infrarouge et radio est avérée (le retard entre les sommets d’émission en X et infrarouge et celui en radio est interprété comme étant le temps nécessaire à la matière pour se propager et se refroidir dans le jet).

ainsi nécessaire de déterminer un modèle d’émission des différentes composantes d’un système jeune pour arriver à identifier clairement ce que relie ces luminosités dans différentes gammes de longueurs d’onde. Jets et émissions ayant été observés depuis des temps relativement longs (plusieurs années ici), le scénario dans lequel l’accrétion de matière est le réservoir d’énergie pour l’émission (autre que purement stellaire) du système l’emporte pour beaucoup d’astrophysiciens. Le lien entre l’accrétion et l’éjection de matière dans ces systèmes est avéré mais ne permet pas de discriminer, dans l’état actuel des choses, entre les différents modèles de jets.

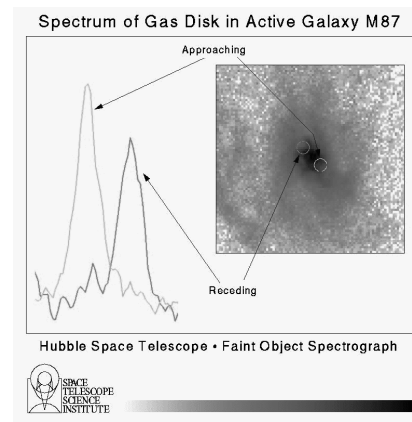
### Microquasars

C’est l’étude multi-longueurs d’onde du microquasar GRS 1915+105 (Mirabel *et al.* 1998) qui fournit la preuve d’une corrélation entre le disque d’accrétion entourant le trou noir stellaire et l’éjection de matière. En effet, en observant dans la gamme des rayons X, les auteurs





**Fig. 1.11** – Diagramme montrant la corrélation entre la luminosité du jet et celle du disque pour un échantillon de NAG.



**Fig. 1.12** – Image composite montrant l'existence d'un disque d'accrétion dans la galaxie FRI M87. Le mouvement de rotation décale par effet Doppler les raies d'émission du disque.

ont montré que le disque passait d'un état haut (forte émission de rayons X mous) à un état bas (faible émission avec surtout des photons X durs). L'émission X est considérée comme provenant du disque (le modèle standard de disque d'accrétion montre une température typique de  $k_B T \sim 1 \text{ keV}$ ). En menant d'autres observations dans le domaine infrarouge et radio, Les mêmes états haut et bas ont été observés, avec un petit décalage temporel pour l'émission radio. La périodicité de ces états (toutes longueurs d'onde confondues) semble constante et on observe une bonne corrélation entre états à différentes longueurs d'onde. Ces émissions, dans des gammes d'énergie inférieures au domaine visible, sont interprétées comme provenant d'un jet lancé par le disque d'accrétion. Le plasma du jet, en se propageant, se refroidit et émet dans des longueurs d'onde de plus en plus grandes (voir la figure 1.10). L'existence de ce phénomène (d'une période d'un millier de secondes environ) semble perdurer dans le temps (Eikenberry *et al.* 1998). De plus, des événements similaires ont été observés dans d'autres microquasars comme GX 339-4 (Fender *et al.* 1999b). La relation entre matière du disque d'accrétion et jet est clairement illustrée par ce type d'études. De plus, l'émission radio des jets (qui domine l'émission du disque dans l'état bas) par processus synchrotron confirme l'existence de champ magnétique dans le jet (qui peut être responsable de sa collimation). Toutes ces preuves observationnelles privilégient les scénarii incluant un disque d'accrétion, un champ magnétique et un jet collimaté.

### Noyaux actifs de galaxies

Les objets de cette catégorie étant les plus éloignés de nous, il est plus difficile que dans n'importe quel autre système d'observer des corrélations entre les différentes composantes de ces objets. Cependant, les astronomes ont réussi à mettre à profit l'une des caractéristiques des galaxies actives émettant des jets : l'émission des jets est principalement de nature radio. Ainsi, grâce aux développements de l'observation à très large base (intercontinentale, VLBI),

il est désormais possible d'observer les détails de noyaux actifs de galaxies proches de nous. Par exemple Junor *et al.* (1999) ont pu réaliser une carte radio de la base d'un des jets de M87 avec une résolution de près de 50 rayons de Schwarzschild (voir aussi Xu *et al.* (2000)). D'autres observations ayant montré la présence de matière en rotation autour du trou noir supermassif (assimilable à un disque d'accrétion, voir figure 1.12), on peut supposer que le jet est émis depuis le disque et/ou depuis l'environnement proche du trou noir. Une autre étude menée par Serjeant *et al.* (1998) sur un échantillon de radio-galaxies montre une corrélation entre le flux radio des sources (qu'ils associent à celle des jets) et la luminosité dans le visible (assimilée à l'émission du disque, voir figure 1.11). Ces corrélations nous amènent au même point que pour les étoiles jeunes : nous ne pouvons pas encore avoir de certitudes quant à l'origine des ces émissions et aux grandeurs physiques qu'elles représentent. On peut noter que, comme dans le cas des étoiles jeunes, le modèle du disque d'accrétion autour d'un trou noir supermassif indique que ce disque rayonne dans le visible et l'UV et que l'émission radio peut très facilement s'expliquer par l'émission synchrotron d'un plasma baignant dans un champ magnétique dans un milieu optiquement mince (jet magnétisé).

#### Qu'avons-nous appris jusqu'ici ?

Les faits établis ne sont pas légion : l'émission des jets autour des objets galactiques est basée sur le rayonnement synchrotron et ses dérivées (Compton inverse, etc.), indiquant que les jets sont des milieux plutôt dilués par rapport aux sources émettrices et magnétisées. La présence d'un disque d'accrétion est vérifiée dans certains systèmes ou fortement suspectée dans les autres, grâce à des indices observationnels indirects ou dépendant d'un modèle. Le seul modèle expliquant comment, à partir d'un disque d'accrétion de taille quelconque (quelques dizaines d'unités astronomiques dans les systèmes d'étoiles jeunes à quelques parsecs dans les noyaux actifs de galaxies), on peut obtenir des jets de matière magnétisés et collimatés est le modèle d'accrétion-éjection magnétisé. C'est ce modèle que je présenterai et développerai dans la suite de la première partie de cette thèse, en me limitant au cadre stationnaire.

### PLAN DE LA PREMIÈRE PARTIE

Dans le prochain chapitre, je présenterai le formalisme de la magnétohydrodynamique qui nous permet de décrire l'interaction à grande échelle entre un fluide ionisé et un champ magnétique. Je présenterai ensuite la généralisation du modèle développé par Ferreira & Pelletier (1993, 1995) baptisé "structures magnétisées d'accrétion-éjection" (SMAE). Les deux chapitres suivants seront consacrés à la description analytique et numérique de ces SMAE en incluant les effets physiques pertinents que sont la viscosité et la création d'entropie. Le dernier chapitre fera le bilan de tous les résultats et caractéristiques de ces structures et finira par la présentation de perspectives relatives aux futurs développements de ces structures.



# Chapitre 2

## Introduction à la MHD et à ses équations

### Sommaire

---

|     |   |    |
|-----|---|----|
| 1.1 | Jets autour d'étoiles jeunes . . . . .                          | 7  |
| 1.2 | Jets galactiques issus d'environnements d'objets compacts . . . | 11 |
| 1.3 | Jets extra-galactiques . . . . .                                | 13 |
| 1.4 | Le paradigme "accrétion-éjection magnétisée" . . . . .          | 15 |
| 1.5 | Preuves observationnelles de liens accrétion-éjection . . . . . | 18 |

---

### 2.1 Domaine de validité

La magnétohydrodynamique (MHD) est une description à grande échelle des gaz partiellement ou complètement ionisés. Pour que ces gaz ionisés, appelés "plasmas", puissent être décrits de façon macroscopique, il faut que les tailles caractéristiques du plasma (longueur de variation du champ magnétique et du champ électrique à grande échelle) soient grandes devant les longueurs décrivant les phénomènes microscopiques. Le libre parcours moyen d'une particule doit être très petit par rapport à la longueur de variation du champ électromagnétique. Cette condition permet de considérer le plasma en équilibre thermodynamique local. Les longueurs décrivant les processus microscopiques varient selon les types de plasmas rencontrés dans l'Univers. La MHD est la version intégrée sur l'espace des impulsions des équations cinétiques décrivant chacune des espèces présentes au sein du plasma. Pour savoir quelles équations cinétiques intégrer, il est important de déterminer à quel type de plasma on a affaire. En particulier, il faut savoir si la cinétique classique peut s'appliquer ou non.

### 2.1.1 Longueurs microscopiques caractéristiques

Avant de pouvoir classer les plasmas existants, je vais tout d'abord rappeler les différentes longueurs caractérisant, au niveau microscopique, les particules d'un plasma.

#### Longueur de Debye

La première de ces longueurs, appelée longueur de Debye, est la longueur caractéristique de l'influence électrostatique d'une particule chargée au sein du plasma. Pour avoir l'expression de cette grandeur, considérons une particule test de charge  $q$  dans un plasma à l'équilibre thermodynamique local (ETL, je le définirai plus loin). La faible perturbation engendrée par la particule donne naissance à un potentiel électrostatique obéissant à la loi de Poisson,

$$\Delta\Phi = -\frac{1}{\varepsilon_o} \left( q\delta(r) + \sum_{\alpha} q_{\alpha}n_{\alpha} \exp\left(-\frac{q_{\alpha}\Phi}{k_B T}\right) \right) \quad (2.1)$$

où  $\varepsilon_o$  est la permittivité du vide,  $k_B$  la constante de Boltzmann,  $T$  la température du plasma et la somme sur  $\alpha$  une sommation sur toutes les espèces présentes dans le plasma. À grande distance de la particule test (située en  $r = 0$ ), cette équation devient

$$\Delta\Phi - \frac{\sum_{\alpha} n_{\alpha} q_{\alpha}^2}{\varepsilon_o k_B T} \Phi = 0 \quad (2.2)$$

La résolution de cette équation nous donne l'expression du potentiel électrostatique engendré par la particule test,

$$\Phi(r) = \frac{\exp(-r/\lambda_D)}{4\pi\varepsilon_o r} \quad \text{où } \lambda_D^2 = \frac{\varepsilon_o k_B T}{nq^2} \quad \text{avec } nq^2 = \sum_{\alpha} n_{\alpha} q_{\alpha}^2 \quad (2.3)$$

montrant que ce potentiel est écranté par la présence des différentes espèces du plasma. Ainsi, sur une distance supérieure à la longueur de Debye  $\lambda_D$ , ce potentiel est quasi-nul. La première condition de validité de la description MHD est que la longueur de variation des grandeurs MHD  $l_o$  soit plus grande que la longueur de Debye, assurant ainsi la quasi-neutralité du plasma ( $\sum_{\alpha} n_{\alpha} q_{\alpha} = 0$ ).

#### Distance au plus proche voisin

C'est la distance typique séparant deux particules voisines dans le plasma,

$$d \sim n^{-1/3} \quad (2.4)$$

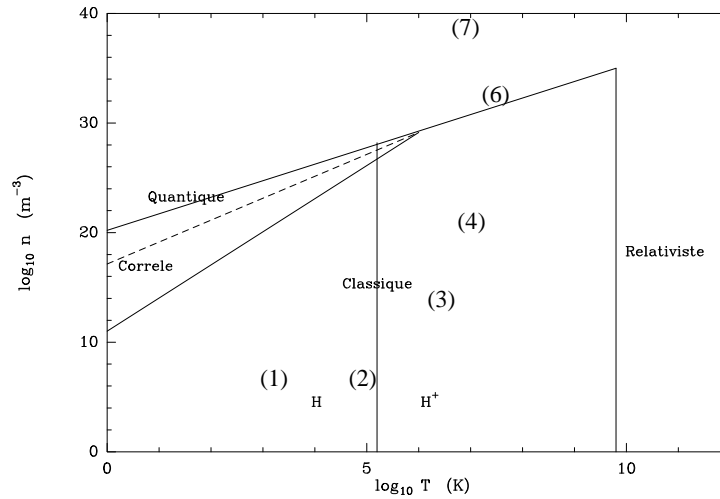
où  $n$  est la densité du plasma.

#### Longueur de de Broglie $\lambda_t$

Cette longueur, aussi appelée longueur thermique, est, en mécanique quantique, la dimension spatiale d'une particule de masse  $m$  animée d'une quantité de mouvement  $p$  par agitation thermique,

$$\lambda_t = \begin{cases} \frac{h}{\sqrt{mk_B T}} & \text{Cas non-relativiste} \\ \frac{hc}{k_B T} & \text{Cas ultra-relativiste} \end{cases}$$

où  $h$  est la constante de Planck.



**Fig. 2.1** – Diagramme  $n - T$  pour les diverses catégories de plasmas. Les plasmas spatiaux étant majoritairement composés d’hydrogène, la limite entre un plasma partiellement et complètement ionisé est caractérisée par une agitation thermique de l’ordre de l’énergie de libération de l’électron. En prenant en compte les différentes caractéristiques des plasmas spatiaux ou terrestres, on peut voir que la majorité de ces plasmas sont descriptibles par la théorie cinétique classique (Voir Tab. 2.1). Un seul type de plasma n’apparaît pas sur la figure : la magnétosphère du pulsar qui est composée d’un plasma ultra-relativiste (voir la valeur de la température).

### Longueur de Landau

La longueur de Landau est la distance à laquelle l’énergie électrostatique engendrée par cette particule est égale à son énergie d’agitation thermique. Elle s’écrit

$$r_o = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_o k_B T} \quad (2.5)$$

### Longueur de thermalisation

La dernière longueur à prendre en compte est celle représentant le libre parcours moyen d’une particule. Pour ce faire, prenons la section efficace géométrique d’un proton (élément majoritaire du plasma) telle que  $\sigma_{geo} = \pi r_{pro}^2$  ( $r_{pro}$  est le “rayon” du proton que l’on peut estimer à  $5 \cdot 10^{-12} m$ ). Le libre parcours moyen est alors calculé comme

$$l_{pm} \leq \frac{1}{\sigma_{geo} n} = 130m \left( \frac{10^{20} m^{-3}}{n} \right) \quad (2.6)$$

Cette estimation est une majoration du libre parcours moyen car la section efficace véritable d’une particule chargée doit normalement inclure les effets de la déflexion coulombienne qui agissent à distance et donc augmentent la section efficace d’interaction.

## 2.1.2 Caractérisation d’un plasma

Les grandeurs pertinentes pour décrire un plasma à l’ETL sont la température et la densité de ce dernier. Nous allons passer brièvement en revue les différents phénomènes existant à l’intérieur du plasma et leur domaine d’existence dans le plan  $n - T$ .

### Effets de dégénérescence

Les effets de dégénérescence apparaissent quand la longueur de de Broglie d'une particule est plus grande que la distance à son plus proche voisin, i.e. les particules forment un paquet d'onde qui ne peut laisser une particule indépendante des autres. Les effets, de nature quantique, sont alors traduits par l'utilisation de la statistique de Fermi-Dirac à la place de la statistique de Maxwell-Boltzmann pour la description statistique du système. En terme de densité et de température, la frontière entre plasmas dégénérés et classiques est, dans le cas non-relativiste (MKSA)

$$\log n = \frac{3}{2} \log T + 20.2 \quad (2.7)$$

### Effets relativistes

Ces effets existent quand l'énergie cinétique des particules est grande par rapport à leur énergie de masse. Les particules les plus légères étant les électrons, on aura donc des effets relativistes quand

$$k_B T > m_e c^2 \Rightarrow \text{frontière } \log T_e = 9.78 \quad (2.8)$$

En supposant le plasma en ETL, la limite donnée juste au dessus est vérifiée pour la température globale du plasma  $T = T_i = T_e$ . Je montrerai dans le paragraphe suivant que le plasma des disques d'accrétion est à ETL.

### Effets quantiques

Ces effets existent quand la longueur de Debye est inférieure à i/ la longueur d'onde de de Broglie dans le cas non-dégénéré ou ii/ à la distance au plus proche voisin dans le cas dégénéré. La frontière entre plasma classique et plasma quantique est alors, pour un plasma non-dégénéré,

$$\log n = 2 \log T + 17.14 \quad (2.9)$$

### Effets de corrélation

Les particules d'un plasma peuvent aussi être corrélées par l'attraction coulombienne si l'énergie d'agitation thermique est plus faible que l'énergie électrostatique d'une particule. C'est le cas quand la longueur de Landau est supérieure à la distance du plus proche voisin. Dans le plan  $n - T$ , cela se traduit par une limite, pour un plasma non-dégénéré, telle que

$$\log n = 3 \log T + 11 \quad (2.10)$$

Si l'on regroupe toutes ces contraintes dans un diagramme  $n - T$ , on obtient alors la figure (2.1). Dans ce diagramme, les plasmas descriptibles par la cinétique classique apparaissent dans une zone entourée des autres catégories de plasmas : quantiques, corrélés ou relativistes. Il est intéressant de savoir où ranger les divers plasmas rencontrés sur Terre ou dans l'Univers. Dans le tableau (2.1), j'ai regroupé les valeurs de densité et de température des électrons d'un échantillon de différents plasmas pour les situer sur le diagramme  $n - T$ , ainsi que la longueur de Debye associée.



| Milieu                      | $\log_{10} n \text{ (} m^{-3} \text{)}$ | $\log_{10} T \text{ (} K \text{)}$ | $\log_{10} \lambda_D \text{ (} m \text{)}$ |
|-----------------------------|---|------------------------------------|--|
| Gaz interstellaire (1)      | 6                                       | 3.5                                | 0.5  |
| Vent solaire (2)            | 6.5                                     | 5                                  | 1  |
| Couronne solaire (3)        | 13                                      | 6.5                                | -1.5                                       |
| Tokamak (4)                 | 20                                      | 7                                  | -5   |
| Magnétosphère de pulsar (5) | 18                                      | 16                                 | 1  |
| Intérieur stellaire (6)     | 33                                      | 7.5                                | -11.5                                      |
| Naine Blanche (7)           | 38                                      | 7                                  | -14  |

**Tab. 2.1** – Densité, température et longueur de Debye de divers plasmas spatiaux et de laboratoire. En reportant les couples de points  $n - T$  dans le diagramme du même nom (Fig. 2.1), on peut voir que tous les plasmas, à part dans la magnétosphère d’un pulsar et dans une naine blanche, peuvent être décrits par des équations cinétiques classiques (d’après Delcroix & Bers (1994)).

### 2.1.3 Le plasma des disques d’accrétion

Les données physiques locales du plasma des disques d’accrétion sont très mal connues. En effet, les bilans observationnels se reposent sur les processus d’émission, et donc sur l’opacité du matériau composant les disques d’accrétion, pour déterminer l’épaisseur de ce genre de structures. Néanmoins, on peut faire une approche très grossière, ne nécessitant pas l’emploi d’un transfert radiatif, en faisant quelques hypothèses simplificatrices sur la structure de tels disques. Dans le modèle standard des disques d’accrétion (Shakura & Sunyaev 1973; Frank *et al.* 1985), le disque est supposé en équilibre hydrostatique vertical. Si l’on néglige l’action de la pression magnétique, le bilan stationnaire de cet équilibre donne pour un gaz parfait, à la surface d’un disque mince ( $h/r < 1$ ),

$$P \sim \rho \Omega_K^2 h^2 \Rightarrow T \sim \frac{m_i \Omega_K^2 h^2}{k_B} \quad (2.11)$$

où  $P$  est la pression thermique du plasma,  $\Omega_K$  la vitesse angulaire képlerienne de la matière,  $h$  la demi-épaisseur du disque et  $m_i$  la masse des ions. J’ai fait ici l’hypothèse que le plasma du disque d’accrétion se trouvait dans un équilibre thermodynamique local (dans cet équilibre, on peut localement égaliser les températures des différentes populations  $T_i = T_e$ ).

L’estimation grossière de la température du plasma donne une plage assez large de valeurs car

$$T \sim 1.6 \cdot 10^{16} \left(\frac{h}{r}\right)^2 \left(\frac{M_*}{M_\odot}\right) r^{-1} K \quad (2.12)$$

où  $r$  est exprimé en mètres. Dans le cas d’une étoile jeune, on obtient  $T \sim (h/r)^2 10^6 K$  à  $0.1 UA$  de l’étoile. Dans le cas des objets compacts, la température devient  $5 \cdot 10^{11} (h/r)^2 K$  à 10 rayons de Schwarzschild ( $r_S = 2GM_*/c^2$ ) du trou noir. On peut ainsi vérifier que dans les divers systèmes comportant des disques d’accrétion minces, le plasma de ces derniers est non-relativiste, même dans les environs proches des objets compacts (le disque d’accrétion

| $h/r = 0.1$    | $l_{pm}(m)$         | $l_{pm}/h$         |
|----------------|---------------------|--------------------|
| Etoiles jeunes | $9 \cdot 10^3$      | $6 \cdot 10^{-6}$  |
| Microquasar    | $2,5 \cdot 10^{-3}$ | $8 \cdot 10^{-8}$  |
| AGN            | $2,5 \cdot 10^2$    | $8 \cdot 10^{-10}$ |

**Tab. 2.2** – Comparaison entre libre parcours moyen des particules d’un disque d’accrétion et épaisseur du disque. Les valeurs données dans ce tableau ont été calculées en utilisant les valeurs physiques typiques des systèmes données dans le paragraphe (2.1.3). L’épaisseur du disque a été posée comme proportionnelle au rayon par commodité avec une constante de proportionalité égale à 0.1. Les valeurs du rapport calculé ici nous permettent de voir que le plasma est à l’équilibre thermodynamique local.

n’a de toute façon plus lieu d’être en dessous de  $3r_S$  car il n’y a plus besoin de freinage de la matière pour avoir un mouvement d’accrétion).

Concernant la densité du plasma, elle peut être obtenue en égalisant le taux d’accrétion  $\dot{M}_a$  au flux de matière traversant un cylindre de rayon  $r$  à la vitesse  $v$  et en supposant la stratification en densité constante verticalement (ainsi qu’une vitesse radiale de la matière proche de la vitesse du son dans le disque). On obtient alors

$$n_o \sim \left( \frac{\dot{M}_a}{M_\odot \cdot yr^{-1}} \right) \left( \frac{r}{h} \right)^2 \left( \frac{M_*}{M_\odot} \right)^{-1/2} \frac{1}{r^{3/2}} 2.6 \cdot 10^{38} m^{-3} \quad (2.13)$$

où  $M_*$  est la masse de l’objet central et  $r$  est à exprimer en mètres. On a supposé pour l’expression précédente que le mouvement d’accrétion radial sur l’objet central était proche de la vitesse du son du disque (sans doute une nécessité pour entretenir la turbulence du disque). Pour une étoile jeune, le taux d’accrétion typique est de l’ordre de  $10^{-7} M_\odot \cdot yr^{-1}$ , ce qui donne  $n_o \sim 1.4 \cdot 10^{16} (r/h)^2 m^{-3}$  à 0.1 UA. Dans le cas d’un microquasar ( $\dot{M}_a = 10^{-7} M_\odot \cdot yr^{-1}$  et  $M_* = 10 M_\odot$ ), on aura  $n_o \sim 5.1 \cdot 10^{22} (r/h)^2 m^{-3}$  alors que pour un AGN ( $\dot{M}_a = 1 M_\odot \cdot yr^{-1}$  et  $M_* = 10^7 M_\odot$ ), on obtient  $n_o \sim 5.1 \cdot 10^{17} (r/h)^2 m^{-3}$ . On peut vérifier a posteriori la validité de l’approximation d’ETL en prenant la valeur de la densité et en l’appliquant dans la relation (2.6). On montre alors que la longueur de thermalisation est très petite par rapport à l’épaisseur du disque (voir tableau 2.2). Le plasma des disques d’accrétion dans les divers systèmes astrophysiques se trouve donc dans l’équilibre thermodynamique.

En remplaçant ces valeurs dans la figure 2.1, on voit que les plasmas composant les différents disques d’accrétion peuvent être décrits par la théorie cinétique classique. La description macroscopique correspondante sera donc l’hydrodynamique classique dans le cas d’un disque “standard” (non-magnétique et n’émettant pas de jet) ou la magnétohydrodynamique dans le cas de disques magnétisés (pouvant émettre des jets collimatés de matière).

## 2.2 Équations MHD

Dans cette section, nous allons voir brièvement comment on obtient les équations MHD qui vont nous permettre de décrire l’interaction entre un disque d’accrétion et un champ

magnétique à grande échelle. Le plasma est donc supposé à l'équilibre thermodynamique local dans le cadre de la théorie cinétique classique (voir paragraphe précédent).

### 2.2.1 Conservation de la masse

Les équations cinétiques décrivant l'évolution temporelle de la fonction de partition de chaque espèce de particules sont les équations de Boltzmann (voir l'annexe B). Les forces s'appliquant sur les particules chargées sont la force de Lorentz ainsi que la gravité. On négligera l'auto-gravité du disque dans la suite de l'exposé car, comme nous l'avons vu dans le paragraphe précédent, la densité du disque est très inférieure à celle de l'objet central dans les parties internes du disque (la masse du disque peut devenir non négligeable à des distances très grandes de l'objet central).

L'équation de Boltzmann pour l'espèce  $\alpha$  s'écrit

$$\frac{df_\alpha}{dt} = \frac{\partial f_\alpha}{\partial t} + \vec{v}_\alpha \cdot \frac{\partial f_\alpha}{\partial \vec{x}} + \frac{\vec{F}}{m_\alpha} \cdot \frac{\partial f_\alpha}{\partial \vec{v}} = \sum_\beta \left. \frac{\delta f}{\delta t} \right|_{\alpha\beta}^{coll} \quad (2.14)$$

où l'opérateur de collision apparaissant dans le dernier membre de l'équation prend en compte les effets dus aux collisions avec les autres espèces. Cet opérateur doit obéir aux lois de conservation du nombre de particules et de la quantité de mouvement totale. Ceci impose que

$$\sum_\beta \int \left. \frac{\delta f}{\delta t} \right|_{\alpha\beta}^{coll} d^3\vec{v} = 0 \text{ et } \sum_{\beta,\alpha} \int \vec{v} \left. \frac{\delta f}{\delta t} \right|_{\alpha\beta}^{coll} d^3\vec{v} = \vec{0} \quad (2.15)$$

Dans le cas que nous étudions, l'expression de la force s'appliquant sur les particules de l'espèce  $\alpha$  sera

$$\vec{F} = q_\alpha(\vec{E} + \vec{v}_\alpha \times \vec{B}) - m_\alpha \vec{\nabla} \Phi_G \quad (2.16)$$

où  $\vec{E}$  et  $\vec{B}$  sont respectivement les champ électrique et magnétique et  $\Phi_G$  est le potentiel de gravitation de l'objet central. Les équations MHD sont les versions macroscopiques des équations cinétiques de chaque espèce. Ces équations sont obtenues en intégrant sur l'espace des vitesses les équations cinétiques avec différents moments du vecteur vitesse. Cette intégration a pour effet de faire disparaître la dépendance des grandeurs envers les vitesses microscopiques des particules. La puissance 0 de la vitesse est l'unité. L'intégration de l'équation cinétique multipliée par cette grandeur donne

$$\int \frac{df_\alpha}{dt} d^3\vec{v}_\alpha = \sum_\beta \int \left. \frac{\delta f}{\delta t} \right|_{\alpha\beta}^{coll} d^3\vec{v}_\alpha = 0 . \quad (2.17)$$

En définissant la vitesse moyenne et la densité de l'espèce  $\alpha$  comme suit, on obtient l'équation de continuité

$$n_\alpha \vec{U}_\alpha = \int \vec{v}_\alpha f_\alpha d^3\vec{v}_\alpha \quad (2.18)$$

$$\frac{\partial n_\alpha}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (n_\alpha \vec{U}_\alpha) = 0 \quad (2.19)$$

On retrouve alors une équation classique de conservation où la variation temporelle d'une grandeur se traduit par la divergence d'un flux. Il est à noter que l'on obtient très facilement l'équation de conservation de la masse grâce au lien entre densité  $n_\alpha$  et masse volumique  $\rho_\alpha = n_\alpha m_\alpha$ .

### 2.2.2 Conservation de l'impulsion

En utilisant la puissance 1 de la vitesse ( $\vec{v}$ ), on peut intégrer à nouveau l'équation cinétique. On obtient alors

$$m_\alpha \int \vec{v}_\alpha \frac{df_\alpha}{dt} d^3 \vec{v}_\alpha = \sum_\beta \int \vec{v}_\alpha \left. \frac{\delta f}{\delta t} \right|_{\alpha\beta}^{coll} d^3 \vec{v}_\alpha = \vec{\Pi}_\alpha \quad (2.20)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow m_\alpha \frac{\partial n_\alpha \vec{U}_\alpha}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \int m_\alpha f_\alpha ((\vec{v}_\alpha - \vec{U})(\vec{v}_\alpha - \vec{U}) + \vec{v}_\alpha \vec{U} \\ + \vec{U} \vec{v}_\alpha - \vec{U} \vec{U}) d^3 \vec{v}_\alpha + \int \vec{v}_\alpha \vec{F} \cdot \frac{\partial f_\alpha}{\partial \vec{v}} d^3 \vec{v} = \vec{\Pi}_\alpha \end{aligned} \quad (2.21)$$

où  $\vec{U}$  est la vitesse d'ensemble du fluide (voir paragraphe suivant). En introduisant le tenseur  $\vec{P}_\alpha$

$$\vec{P}_\alpha = \int m_\alpha f_\alpha ((\vec{v}_\alpha - \vec{U})(\vec{v}_\alpha - \vec{U}) + \vec{v}_\alpha \vec{U} + \vec{U} \vec{v}_\alpha - \vec{U} \vec{U}) d^3 \vec{v} \quad (2.22)$$

qui est le tenseur des contraintes visqueuse et de la pression thermique de l'espèce  $\alpha$ , on arrive à l'équation de conservation de l'impulsion pour l'espèce  $\alpha$

$$\frac{\partial \rho_\alpha \vec{U}_\alpha}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{P}_\alpha + \rho_\alpha \vec{\nabla} \cdot (\vec{U}_\alpha \vec{U} + \vec{U} \vec{U}_\alpha - \vec{U} \vec{U}) \quad (2.23)$$

$$- n_\alpha q_\alpha (\vec{E} + \vec{U}_\alpha \times \vec{B}) + \rho_\alpha \vec{\nabla} \Phi_G = \vec{\Pi}_\alpha \quad (2.24)$$

où  $\vec{U}$  est la vitesse moyennée barycentriquement sur toutes les espèces. Cette équation macroscopique dépend du taux de collisions entre espèces et nécessite la connaissance de l'opérateur  $\vec{\Pi}_\alpha$ . Une manière élégante de s'affranchir de cette contrainte est de ne plus considérer chaque espèce comme des fluides indépendants mais de considérer un fluide moyen dont les grandeurs seraient les moyennes barycentriques sur tous les types de particules.

### 2.2.3 La description du plasma par un fluide moyen

Introduisons tout d'abord les grandeurs du fluide moyen que sont sa densité, sa vitesse, sa pression et le courant le traversant. On pose

$$\rho = \sum_\alpha \rho_\alpha = \sum_\alpha n_\alpha m_\alpha \quad (2.25)$$

$$\vec{U} = \frac{\sum_\alpha \rho_\alpha \vec{U}_\alpha}{\rho} \quad (2.26)$$

$$\vec{P} = \sum_\alpha \vec{P}_\alpha \quad (2.27)$$

$$\vec{J} = \sum_\alpha n_\alpha q_\alpha \vec{U}_\alpha \quad (2.28)$$

et si l'on somme sur toutes les espèces les équations obtenues précédemment, on arrive alors à

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{U}) = 0 \quad (2.29)$$

$$\frac{\partial \rho \vec{U}}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \overleftrightarrow{P} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \overleftrightarrow{UU}) = \vec{J} \times \vec{B} - \rho \vec{\nabla} \Phi_G \quad (2.30)$$

Pour retrouver une équation similaire à celle de Navier-Stokes, il faut utiliser l'égalité vectorielle  $\vec{\nabla} \cdot (\rho \overleftrightarrow{UU}) = \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{U}) \vec{U} + \rho (\vec{U} \cdot \vec{\nabla}) \vec{U}$ . En injectant l'équation de continuité dans l'équation de conservation de l'impulsion, on obtient alors

$$\rho \left( \frac{\partial}{\partial t} + \vec{U} \cdot \vec{\nabla} \right) \vec{U} = -\vec{\nabla} \cdot \overleftrightarrow{P} - \rho \vec{\nabla} \Phi_G + \vec{J} \times \vec{B} \quad (2.31)$$

Le tenseur de pression totale  $\overleftrightarrow{P}$  peut être séparé en deux termes distincts ayant des origines physiques différentes. En effet, ce tenseur est la somme de la pression cinétique due à l'agitation thermique des particules et des contraintes visqueuses se produisant quand le fluide est animé d'un mouvement d'ensemble. On pourra alors écrire  $\overleftrightarrow{P} = P \overleftrightarrow{1} - \overleftrightarrow{T}$ . L'équation de conservation de l'impulsion s'écrit alors dans sa forme usuelle pour les disques d'accrétion magnétisés

$$\rho \left( \frac{\partial}{\partial t} + \vec{U} \cdot \vec{\nabla} \right) \vec{U} = -\vec{\nabla} P - \rho \vec{\nabla} \Phi_G + \vec{J} \times \vec{B} + \vec{\nabla} \cdot \overleftrightarrow{T} \quad (2.32)$$

Dans le cas d'un fluide parfait (qui sera une des hypothèses du modèle, j'y reviendrai plus tard), la pression thermique totale s'écrit  $P = \sum_{\alpha} P_{\alpha} = \sum_{\alpha} n_{\alpha} k_B T_{\alpha}$ . Le fluide étant dans un équilibre thermodynamique local, les températures des différentes populations sont égales et ainsi on obtient  $P = k_B T \sum_{\alpha} n_{\alpha} = \rho k_B T / \langle \mu \rangle m$ , où  $\langle \mu \rangle m$  est la masse barycentrique du fluide.

Le fluide d'un disque képlérien est en rotation différentielle autour de l'objet central. La différence de vitesse entre deux anneaux contigus du disque va entraîner une friction visqueuse qui aura pour effet de freiner l'anneau interne et d'accélérer l'anneau externe. Le résultat de ces deux phénomènes sera un transfert radial de moment cinétique ainsi qu'un dégagement de chaleur. La trajectoire de la matière dans un disque mince ou même semi-épais étant principalement circulaire, les contraintes visqueuses les plus significatives seront celles qui tendent à freiner ce mouvement de rotation.

La description par le fluide moyen est en fait quasiment une description du fluide ionique. En effet, étant donné la différence de masse entre ions et électrons, la vitesse du fluide moyen sera celle des ions. De même, la masse volumique du fluide moyen sera dominée par les ions. Cette description peut s'accomoder de la métaphore (chère à l'un de mes directeurs de thèse) du troupeau de boeufs se déplaçant lentement et suivi par des nuées de mouches s'adaptant très vite au lent mouvement grâce à leur grande célérité.

### 2.2.4 Loi d'Ohm

Maintenant que les équations décrivant la dynamique du fluide moyen ont été obtenues, il faut décrire le deuxième champ intervenant dans la description du plasma : le champ électromagnétique. En effet, toute la difficulté résulte en fait des interrelations entre les mouvements du plasma régis par le champ magnétique et le champ magnétique lui-même qui dépend aussi des mouvement du plasma.

La loi d'Ohm est la relation liant le champ électromagnétique au courant parcourant le fluide. Pour établir cette relation, intéressons-nous à l'équation décrivant la dynamique des électrons. Dans cette équation, on peut négliger les termes d'inertie en raison de la faible masse des électrons par rapport à celle des ions. On a alors

$$\vec{\nabla} P_e = n_e q_e (\vec{E} + \vec{U}_e \times \vec{B}) - n_e m_e \bar{\nu}_{ei} (\vec{U}_e - \vec{U}_i) \quad (2.33)$$

où le dernier terme du membre de droite est l'expression la plus simple du terme de collisions entre ions et électrons. Le terme  $\bar{\nu}_{ei}$  est le taux de "collisions" entre les électrons et les protons. Il est à noter que jusqu'à présent, aucune expression analytique n'a pu être obtenue pour expliciter ce terme. En utilisant la définition du courant dans la description du fluide moyen, on peut alors réécrire la dernière équation comme

$$\vec{E} + \vec{U} \times \vec{B} = \frac{m_e \bar{\nu}_{ei}}{n_e q_e^2} \vec{J} - \frac{\vec{J} \times \vec{B}}{n_e q_e} + \frac{\vec{\nabla} P_e}{n_e q_e} \quad (2.34)$$

Le deuxième terme du membre de droite est la contribution de l'effet Hall au champ électrique. Pour déterminer si l'un de ces termes est dominant par rapport aux autres, utilisons l'ordering MHD. Cet ordering est basé sur la hiérarchie des longueurs et vitesses caractéristiques. Tout d'abord, appelons  $l_o$  la longueur de variation du champ magnétique. Le courant est alors défini comme  $J \sim B/(\mu_o l_o)$ . La longueur d'onde des perturbations engendrées par les oscillations ioniques est définie comme  $r_o = V_A/\omega_{ci}$ . Pour satisfaire l'ordering MHD, cette longueur doit satisfaire  $l_o \gg r_o = V_A/\omega_{ci}$  où la vitesse caractéristique de ce milieu est la vitesse d'Alfvén  $V_A$ .

En formant les rapport entre termes, on obtient

$$\left| \frac{\vec{J} \times \vec{B}}{n_e q_e \vec{E}} \right| \sim \frac{r_o}{l_o} \ll 1 \quad (2.35)$$

$$\left| \frac{\vec{\nabla} P_e}{n_e q_e \vec{E}} \right| \sim \beta \frac{r_o}{l_o} \ll 1 \quad (2.36)$$

où  $\beta$  est le paramètre du plasma définissant le rapport entre énergie thermique et magnétique. Comme nous le verrons par la suite, le lancement des jets MHD nécessite  $\beta \sim 1$ . Nous pouvons donc négliger les deux derniers termes de l' Eq.(2.34) et nous avons la loi d'Ohm généralisée

$$\vec{E} + \vec{U} \times \vec{B} = \eta_m \vec{J} \quad (2.37)$$

où  $\eta_m$  est la résistivité magnétique turbulente du milieu. Cette équation combinée avec les équations de Maxwell donne l'équation d'induction du champ magnétique

$$\nu_m \vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{B}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} + \vec{\nabla} \times (\vec{U} \times \vec{B}) \quad (2.38)$$

qui fait intervenir la diffusivité magnétique du milieu  $\nu_m = \eta_m / \mu_o$ . On peut voir le rétrocontrôle du mouvement du plasma sur le champ magnétique dans le dernier terme du membre de droite.

Nous disposons maintenant d'une équation de continuité, d'une équation dynamique et d'une équation du champ électromagnétique. Dans les deux dernières, le phénomène de turbulence a graduellement fait son apparition au niveau de la diffusion magnétique. Ce phénomène intervient en fait dans tous les coefficients de transports. Ces coefficients pourraient être accessibles en intégrant les équations cinétiques avec la puissance 2 de la vitesse. Le problème de cette démarche réside dans l'opérateur de collisions qui est inconnu. L'équation d'énergie incluant ce terme nous aurait donné les dépendances des coefficients de transports envers les différentes caractéristiques du plasma. Dans le prochain paragraphe, nous allons essayer d'obtenir des informations sur cette équation d'énergie dans le cadre de l'approximation de diffusion.

## 2.3 Approche cinétique de l'équation d'énergie dans un milieu turbulent

Pour avoir une idée des phénomènes de chauffage et de transport qui peuvent se produire dans le disque, regardons de plus près l'équation d'énergie. Cette dernière peut être obtenue de façon assez simple en appliquant le second principe de la thermodynamique qui veut que la création d'entropie résulte de la production effective de chaleur. Cette dernière est la différence entre la chaleur réellement produite et les pertes énergétiques locales du système. En terme d'équation, on peut écrire ce second principe (en utilisant l'entropie spécifique  $S$ ) comme

$$\rho T \frac{dS}{dt} = \Gamma^+ - \Lambda^- \quad (2.39)$$

où  $\Gamma^+$  représente les sources de chaleurs et  $\Lambda^-$  les termes de refroidissements. L'équation complète nécessite donc de faire la liste de tous les phénomènes provoquant des échanges d'énergie. Je vais ici récapituler les phénomènes dont la forme analytique est connue.

### Termes de chauffage

Les processus de chauffage peuvent provenir des collisions inélastiques entre particules et de la dissipation d'énergie par effet Joule. Le premier phénomène est caractérisé macroscopiquement par un coefficient de transport appelé viscosité  $\nu_v$ . La forme analytique de ce chauffage est connue pour les fluides visqueux non-turbulents. Ce chauffage s'écrit alors  $Q_{visq} = \rho \nu_v |r \vec{\nabla} \Omega|^2$  (Landau & Lifchitz 1954). La dissipation de chaleur par effet Joule fait intervenir une résistivité (se présentant dans le cas général sous la forme d'un tenseur de rang

2). L'interprétation physique de cette résistivité est que le champ électrique induit des mouvements du fluide chargé qui rencontrent des résistances par friction entre particules du fluide. Ces frictions engendrent un dégagement de chaleur. La forme analytique de ce chauffage est  $Q_{ohm} = {}^t\vec{J}[\eta_m]\vec{J}$  où  $[\eta_m]$  est le tenseur de résistivité. On arrive alors à

$$\Gamma^+ = Q_{ohm} + Q_{visq} + Q_{ext} \quad (2.40)$$

où  $Q_{ext}$  représente d'éventuels apports d'énergie venant de l'extérieur du système.

#### Termes de refroidissement

Le refroidissement se fait principalement par pertes radiatives. L'écriture du flux radiatif dépend du régime d'opacité optique du plasma. En effet, si ce plasma est optiquement épais ou mince, l'écriture du flux radiatif est complètement différente. Dans le cas le plus général, ces pertes radiatives peuvent s'écrire  $\vec{\nabla} \cdot \vec{S}_{rad}$ , où  $\vec{S}_{rad}$  est le flux radiatif dont la forme analytique est indéterminée. D'autres phénomènes peuvent être considérés comme des termes de refroidissement mais en fait ils ne font que transporter la chaleur dégagée pour la redistribuée vers d'autres régions du disque. Ces phénomènes sont la convection et la conduction. Dans le cas d'un fluide classique, la conduction d'énergie suit une loi de type Fourier  $\vec{q}_{cond} = \mathcal{K}\vec{\nabla}T$ . La convection est un phénomène global plus complexe à modéliser et je ne présenterai pas d'expression de celle-ci dans ce manuscrit. Tous les phénomènes de transport d'énergie (convection, conduction et autres..) peuvent se retrouver dans un vecteur générique  $q_{turb}$ , qui représente en fait tous les processus de transport dont l'origine et surtout la représentation mathématique est incertaine. En effet, comme je le montrerai plus tard, il est nécessaire de modéliser des disques d'accrétion de type turbulent pour reproduire les mouvements d'accrétion détectés dans les systèmes astrophysiques. Ces disques sont donc soumis à une turbulence MHD qui peut profondément modifier l'expression des coefficients de transport associés. Les termes de refroidissement se regroupent comme

$$\Lambda^- = -\vec{\nabla} \cdot \vec{S}_{rad} - \vec{\nabla} \cdot \vec{q}_{turb} \quad (2.41)$$

Une étude plus détaillée de l'équation d'énergie et du bilan énergétique associé sera présentée dans le chapitre 5, traitant de la création des jets magnéto-thermiques.

#### Une illustration simple : un plasma soumis à une turbulence électrique

Je vais maintenant illustrer la complexité du traitement de l'équation d'énergie par un exemple a priori simple considérant un plasma soumis à un champ électrique composé d'une partie uniforme à grande échelle  $E_o$  et d'une autre partie turbulente  $E(t)$ , décrite par un spectre de turbulence  $S(\vec{k})$ , en faisant l'hypothèse que le temps de corrélation  $\tau_c$  de la force engendrée par  $E$  est très court par rapport au temps caractéristique d'évolution de la fonction de distribution  $\tau_f$ . Nous pouvons alors nous appuyer sur l'approximation de la diffusion et utiliser les équations de Fokker-Planck (qui sont explicitées plus en détails dans le chapitre 2 de la deuxième partie). Je ne vais pas inclure, dans cet exemple les pertes énergétiques dues au rayonnement du plasma. Je vais aussi négliger la diffusion de l'énergie due aux collisions



entre particules (c'est la présence d'un opérateur de collision qui amène à l'existence d'un chauffage visqueux).

La diffusion turbulente de la quantité de mouvement est décrite par un tenseur de diffusion que nous pouvons écrire en toute généralité comme

$$\Gamma_{ij} = \frac{\langle \Delta p_i \Delta p_j \rangle}{2\Delta t} = \frac{q_e^2}{2\Delta t} \int_0^{\Delta t} \int_0^{\Delta t} \langle E_i(t_1) E_j(t_2) \rangle dt_1 dt_2 \quad (2.42)$$

$$= q_e^2 \int_0^{\Delta t} \langle E_i(0) E_j(\tau) \rangle d\tau \quad (2.43)$$

où  $\Delta t$  est un intervalle de temps tel que  $\tau_c \ll \Delta t \ll \tau_f$ . Les symboles  $\langle \rangle$  représentent la moyenne sur l'ensemble des particules. Puisque le temps de corrélation de la force est très petit par rapport à  $\Delta t$ , on peut étendre la borne supérieure de l'intégrale à l'infini et appliquer le théorème de Wiener-Khitchine qui relie la fonction d'autocorrélation d'une force à son spectre

$$\Gamma_{ij} = q_e^2 \int_0^\infty \int S(\vec{k}) \frac{k_i k_j}{k^2} e^{i(\omega_k - \vec{k} \cdot \vec{v})\tau} \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} d\tau \quad (2.44)$$

$$= \int S(\vec{k}) \frac{k_i k_j}{k^2} \pi \delta(\omega_k - \vec{k} \cdot \vec{v}) \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \quad (2.45)$$

Ce tenseur peut aussi s'écrire de façon plus générale. En effet, on peut montrer qu'un tenseur dépendant d'un vecteur  $\vec{v}$  peut s'écrire

$$\Gamma_{ij} = \Gamma_l \frac{v_i v_j}{v^2} + \Gamma_t \left( \delta_{ij} - \frac{v_i v_j}{v^2} \right) \quad (2.46)$$

où l'indice  $l$  correspond à la partie parallèle à  $\vec{v}$  du tenseur et l'indice  $t$  est relié à la partie transverse au vecteur vitesse  $\vec{v}$ . La diffusion en énergie sera donc contrôlée par  $\Gamma_l$ , ce qui nous donne

$$\begin{aligned} \Gamma_l &= \int S(\vec{k}) \frac{(\vec{k} \cdot \vec{v})^2}{k^2 v^2} \pi \delta(\omega_k - \vec{k} \cdot \vec{v}) \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \\ &= \int S(\vec{k}) \frac{\omega_k}{k^2 v^2} \pi \delta(\omega_k - \vec{k} \cdot \vec{v}) \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \end{aligned} \quad (2.47)$$

où  $\omega_k$  est contraint par la condition d'existence de la turbulence. En effet, pour que la turbulence puisse durer dans le temps, il faut qu'un choc soit présent pour injecter de l'énergie dans le milieu. La configuration la plus simple est un milieu qui est sujet à une onde de choc sonique. On aura alors  $\omega_k = k c_s$  où  $c_s = (k_B T / m_i)^{1/2}$  est la vitesse sonique ionique. Sachant que la trace du tenseur de diffusion est  $Tr(\Gamma) = \Gamma_l + 2\Gamma_t$ , on aura les deux composantes

$$\Gamma_l = \frac{c_s^2}{v^2} \int S(\vec{k}) \pi \delta(\omega_k - \vec{k} \cdot \vec{v}) \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} = \frac{c_s^2}{v^2} Tr(\Gamma) \quad (2.48)$$

$$\Gamma_t = Tr(\Gamma) \left( 1 - \frac{m_e}{m_i} \right)$$

Étant donné la très faible inertie des électrons par rapport à celle des ions, on voit ainsi que la diffusion de la quantité de mouvement sera principalement une diffusion angulaire du vecteur  $\vec{p}$ . L'axe de symétrie existant dans le milieu (direction du champ électrique) nous permet de pouvoir décrire la diffusion de  $\vec{p}$  grâce à deux composantes non linéaires. Je vais choisir ici de décrire ce phénomène grâce à  $\Gamma_l$  (diffusion de la norme de  $\vec{p}$ ) et à  $\Gamma_{\parallel}$  (diffusion le long du champ électrique qui décrira la diffusion angulaire).

Appelons  $\alpha$  l'angle entre  $\vec{p}$  et  $\vec{E}_o$  et définissons la fréquence de diffusion angulaire comme  $\nu_s = \langle \Delta\alpha^2 \rangle / \Delta t$ . La diffusion en énergie étant très petite par rapport à la diffusion angulaire, on peut écrire  $\langle \Delta p_{\parallel} \rangle \simeq p\sqrt{1-\mu^2} \langle \Delta\alpha \rangle$  et donc  $\Gamma_{\parallel} \simeq \nu_s p^2(1-\mu^2)/2$  où  $\mu = \cos\alpha$ . L'équation de Fokker-Planck décrivant l'évolution de la fonction de partition des électrons peut alors s'écrire

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \vec{v} \cdot \frac{\partial f}{\partial \vec{x}} + \frac{q_e \vec{E}_o}{m_e} \cdot \frac{\partial f}{\partial \vec{v}} = \frac{\partial}{\partial \mu} \left( \frac{\nu_s}{2} (1-\mu^2) \frac{\partial f}{\partial \mu} \right) + \frac{1}{v^2} \frac{\partial}{\partial v} \left( v^2 \frac{\Gamma_l}{m_e^2} \frac{\partial f}{\partial v} \right) \quad (2.49)$$

Pour pouvoir résoudre cette équation, il est pertinent de développer  $f$  sur la base des polynômes de Legendre car ces polynômes sont les fonctions propres de l'opérateur de diffusion angulaire. Comme nous le verrons plus loin, il suffit de prendre les deux premiers termes du développement pour avoir une bonne approximation de  $\bar{f}(x, v, \mu) \simeq f_0(v, x) + \mu f_1(v, x)$  (où  $x$  est la coordonnée spatiale le long de  $\vec{E}_o$ ). L'équation de Fokker-Planck s'écrit alors

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_0}{\partial t} + \mu \frac{\partial f_1}{\partial t} + v\mu^2 \frac{\partial f_1}{\partial x} + v\mu \frac{\partial f_0}{\partial x} + \frac{q_e E_o}{m_e} \left( \mu^2 \frac{\partial f_1}{\partial v} + \mu \frac{\partial f_0}{\partial v} - \frac{(1-\mu^2)}{m_e v} f_1 \right) = \\ -\mu\nu_s f_1 + \frac{1}{v^2} \frac{\partial}{\partial v} \left( v^2 \frac{\Gamma_l}{m_e^2} \frac{\partial (f_0 + \mu f_1)}{\partial v} \right) \end{aligned} \quad (2.50)$$

On peut faire disparaître la dépendance en  $\mu$  de l'équation en faisant des moyennisations successives suivant les différentes puissances de  $\mu$ . Pour la puissance 0 (c'est l'unité), on aura (moyennisation  $\equiv \int_{-1}^1 d\mu/2$ )

$$\frac{\partial f_0}{\partial t} + \frac{v}{3} \frac{\partial f_1}{\partial x} + \frac{q_e E_o}{3m_e} \frac{\partial f_1}{\partial v} + \frac{2q_e E_o}{3m_e v} f_1 = \frac{1}{v^2} \frac{\partial}{\partial v} \left( v^2 \frac{\Gamma_l}{m_e^2} \frac{\partial f_0}{\partial v} \right) \quad (2.51)$$

et pour la puissance 1 ( $\mu$ )

$$\frac{\partial f_1}{\partial t} + v \frac{\partial f_0}{\partial x} + \frac{q_e E_o}{m_e} \frac{\partial f_0}{\partial v} = -\nu_s f_1 \quad (2.52)$$

En généralisant cette approche, on peut montrer que les diverses composantes de  $f$  suivent une relation telle que (Landau & Lifchitz 1979)

$$\frac{f_n}{f_{n-1}} \sim \frac{qE_o}{\nu_s m v} \sim \frac{qE_o l_s}{k_B T} \quad (2.53)$$

où  $l_s$  est le libre parcours moyen associé à la diffusion angulaire. Ce libre parcours moyen est très petit ( $\leq \lambda_D$ ) et puisque le plasma est non-corrélé (voir section précédente), on aura donc  $f_n/f_{n-1} \ll 1$ , montrant ainsi que le développement au premier ordre est une bonne

approximation. La perturbation  $f_1$  se relaxant très vite sur un temps  $1/\nu_s$  on peut négliger sa variation temporelle par rapport à ses variations en position et vitesse. En réinjectant l'expression de  $f_1$  en fonction de  $f_0$  dans l'Eq. 2.51, on obtient l'équation régissant l'évolution de  $f_o$

$$\frac{\partial f_o}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( D_{\parallel} \frac{\partial f_o}{\partial x} \right) + \frac{1}{v^2} \frac{\partial}{\partial v} \left( v^2 \left[ \frac{\Gamma_l}{m_e^2} + \frac{q_e^2 E_o^2}{3m_e^2 \nu_s} \right] \frac{\partial f_o}{\partial v} \right) + \frac{q_e E_o}{3m_e \nu_s} \left( \frac{\partial}{\partial x} v \frac{\partial f_o}{\partial v} + \frac{\partial}{\partial v} v \frac{\partial f_o}{\partial x} \right) + \frac{2q_e E_o}{3m_e \nu_s} \frac{\partial f_o}{\partial x} \quad (2.54)$$

où  $D_{\parallel}$  est le coefficient de diffusion spatiale parrallèle au champ. En effet, on a  $\langle \Delta x^2 \rangle = 2\Delta t v^2 \int_0^{\infty} \langle \mu(o)\mu(\tau) \rangle d\tau$  en faisant le même raisonnement que pour le tenseur de diffusion de la quantité de mouvement. Ici on peut faire estimer que l'angle  $\alpha$  est à peu près constant sur son temps de corrélation ( $1/\nu_s$ ) et nul après. On obtient alors que  $D_{\parallel} = v^2/3\nu_s$ .

Pour obtenir une équation d'énergie macroscopique, il faut intégrer cette équation en la multipliant par la puissance 2 de la vitesse ( $v^2$ ). Le membre de gauche donnera alors la dérivée temporelle de l'énergie interne  $e = \int_0^{\infty} m_e v^2 f_o d^3\vec{v}$ . Identifions les termes un à un. En regroupant les termes du membre de droite de l'équation (2.54) qui contiennent une dérivée spatiale et en utilisant la relation (2.52), on voit que ces termes forment le gradient du flux total de chaleur dans le fluide. Deux composantes apparaissent dans ce flux d'énergie. La première (où le champ électrique  $E_o$  n'apparaît pas) représente la conduction de chaleur provoquée par agitation thermique alors que la seconde est la conduction provoquée par le champ électrique.

Le deuxième terme de la relation (2.54) est intéressant car il traite de la diffusion de l'énergie, donc des termes de chauffage. Deux phénomènes sont présents : un chauffage d'origine turbulente et un chauffage proportionnel à  $E_o^2$  (chauffage ohmique). L'expression de ces deux grandeurs est

$$\begin{aligned} Q_{turb} &= \int_0^{\infty} \frac{2\pi v^2}{m_e} \frac{\partial}{\partial v} \left( v^2 \Gamma_l \frac{\partial f_o}{\partial v} \right) dv \\ &= -4\pi \int_0^{\infty} v^3 \frac{q_e^2 c_s^2}{m_e v^2} \frac{\partial f_o}{\partial v} \int S(\vec{k}) \pi \delta(\omega_k - \vec{k} \cdot \vec{v}) \frac{d^3\vec{k}}{(2\pi)^3} dv \end{aligned} \quad (2.55)$$

$$Q_{ohm} = -\frac{4\pi}{3} \frac{q_e^2 E_o^2}{m_e} \int_0^{\infty} \frac{1}{\nu_s} v^3 \frac{\partial f_o}{\partial v} dv . \quad (2.56)$$

Pour voir apparaître une forme plus familière du chauffage ohmique, intéressons-nous au courant le long du champ électrique  $J_e$ , défini comme

$$\begin{aligned} J_e &= n_e q_e u_e = \int_0^{\infty} \int_{-1}^1 f v \mu 2\pi v^2 dv d\mu \\ &= \frac{4\pi}{3} \int_0^{\infty} v^3 \left( -\frac{1}{\nu_s} \left[ v \frac{\partial f_o}{\partial x} + \frac{q_e E_o}{m_e} \frac{\partial f_o}{\partial v} \right] \right) dv \end{aligned} \quad (2.57)$$

où l'on peut faire apparaître la densité d'énergie thermique (pression)  $e = 3P_e/2$  grâce à l'hypothèse que  $\nu_s$  est indépendant de la vitesse

$$J_e = \frac{q_e^2 n_e}{m_e \nu_s} E_o - \frac{q_e}{m_e \nu_s} \frac{\partial P_e}{\partial x} \quad (2.58)$$

On retrouve la loi d'Ohm (Eq. (2.34)) en l'absence de mouvement d'ensemble et en négligeant l'effet Hall. La conductivité anormale est pilotée par la diffusion angulaire turbulente des électrons. Tout le problème est donc de savoir quelle est la valeur de cette fréquence de diffusion angulaire. Cette question reste ouverte en l'absence de théorie cinétique décrivant la turbulence.

En reprenant l'expression du chauffage ohmique, on peut alors écrire

$$Q_{ohm} = \frac{n_e q_e^2 E_o^2}{m_e \nu_s} = J_e E_o = \frac{m_e \nu_s}{q_e^2 n_e} J_e^2 \quad (2.59)$$

qui est la forme usuelle du chauffage ohmique mais avec une conductivité (et donc une résistivité) anormale. C'est la méconnaissance de  $\nu_s$  qui nous empêche de faire une comparaison quantitative entre  $\nu_s$  et  $\bar{\nu}_{ei}$ . Toutefois, on s'attend à ce que la forte turbulence génère une diffusion angulaire beaucoup plus grande que la microturbulence à cause du chaos présent dans le milieu. Le résultat de tout cela est donc une résistivité beaucoup plus forte que celle obtenue dans les plasmas dits de laboratoire. L'écriture de l'équation macroscopique obtenue est donc

$$\frac{\partial e}{\partial t} = Q_{turb} + Q_{ohm} - \vec{\nabla} \cdot \vec{q}_{tot} \quad (2.60)$$

Comme on peut le voir à travers les expressions des chauffages ohmique et turbulent, les valeurs et dépendances de ces phénomènes sont mal (ou pas) connues. Dans le cas du chauffage turbulent, l'absence d'informations claires sur le spectre de turbulence empêche, dans le cas d'une description macroscopique MHD, d'obtenir une dépendance via un coefficient de transport simple. Je souligne que l'exemple ici est très simple car il ne considère pas un plasma soumis à un champ électromagnétique ni un plasma ayant un mouvement d'ensemble. De plus, les résultats donnés dans cet exemple ne concernent que la population électronique. Une approche globale du fluide nécessiterait de coupler les différentes populations qui ne sont pas toutes soumises aux mêmes processus. C'est pourquoi cette équation n'est pas solutionnable dans le strict cas de la MHD. La description de la structure magnétisée d'accrétion-éjection ne sera donc pas faisable via toutes les équations exactes, mais en faisant des hypothèses raisonnables sur l'équation d'énergie.

## 2.4 Ondes MHD

Dans cette section, je vais présenter les ondes MHD, c'est à dire ondes de très basse fréquence (plus petite que la fréquence cyclotron et plasma ionique), pour respecter l'ordering MHD qui impose comme condition que la longueur d'onde de ces ondes perturbant le champ électromagnétique soit beaucoup plus grande que la longueur de Debye. L'implication des ondes dans l'éjection de matière intervient au niveau de la déconnexion de la matière du jet avec celle du disque. En effet, pour que la matière, dans la phase terminale du jet, puisse être considérée comme causalement déconnectée du disque, il faut que sa vitesse soit supérieure à celle des ondes les plus rapides. Nous allons voir ici quelles ondes sont présentes dans ces systèmes ainsi que leurs vitesses respectives.

La manière la plus rapide pour dériver les caractéristiques de ces ondes est de perturber les équations régissant les populations de particules en les linéarisant et en cherchant des solutions en ondes planes. Ceci étant, les équations MHD étant non-relativistes, nous ne pourrions atteindre que la version classique des ondes. Pour les ondes MHD se propageant parallèlement au champ magnétique (ondes d'Alfvén), il est possible de dériver la version relativiste des ondes d'Alfvén sans trop de complications : je donne dans l'annexe A le détail du calcul. Les ondes MHD sont des ondes qui perturbent le champ magnétique et la matière : elles ne peuvent se propager librement que si le milieu n'est pas résistif, c'est à dire non turbulent. On ne trouvera de telles ondes que dans les milieux en régime de MHD idéale, où tous les coefficients de transports sont nuls.

### 2.4.1 Ondes d'Alfvén

Les ondes ici cherchées sont des ondes planes, il convient donc dans la linéarisation du problème de transformer les opérateurs  $\nabla$  et de dérivée temporelle en  $\partial/\partial t \rightarrow -i\omega$  et  $\vec{\nabla} \rightarrow i\vec{k}$  où  $\omega$  et  $\vec{k}$  sont respectivement la pulsation et le vecteur d'onde de l'onde perturbant le milieu. Écrivons les grandeurs du système comme une somme d'une composante non perturbée (dénnotée par un indice 0) et d'une perturbation supposée petite par rapport à la première (dénnotée par l'indice 1). Les ondes d'Alfvén ont la caractéristique de pouvoir se propager dans tout milieu non résistif, même dans des milieux incompressibles. En effet, si l'on considère les équations MHD présentées dans ce chapitre dans le cadre d'un milieu MHD idéal et incompressible ( $P_1 = \rho_1 = 0$ ), on obtient

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} \cdot \vec{U} &= 0 \\ \rho \left( \frac{\partial}{\partial t} + \vec{U} \cdot \vec{\nabla} \right) \vec{U} &= -\vec{\nabla} P + \vec{J} \times \vec{B} \\ \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} &= \vec{\nabla} \times (\vec{U} \times \vec{B}) \end{aligned} \quad (2.61)$$

En considérant le milieu au repos ( $U_o = J_o = 0$ ), la linéarisation au premier ordre de perturbation des équations ci-dessus donne

$$\begin{aligned} \vec{k} \cdot \vec{U}_1 &= 0 \\ -\mu_o \omega \rho_o \vec{U}_1 &= ((\vec{B}_o \cdot \vec{k}) \vec{B}_1 - (\vec{B}_1 \cdot \vec{B}_o) \vec{k}) \\ -\omega \vec{B}_1 &= (\vec{k} \cdot \vec{B}_o) \vec{U}_1 - \vec{B}_o (\vec{k} \cdot \vec{U}_1) \end{aligned} \quad (2.62)$$

En combinant ces équations de façon appropriée, on arrive à la relation

$$\mu_o \omega^2 \rho_o \frac{\vec{B}_1}{\vec{k} \cdot \vec{B}_o} = (\vec{B}_o \cdot \vec{k}) \vec{B}_1 \quad (2.63)$$

qui nous donne facilement la vitesse de phase des ondes d'Alfvén

$$V_{An}^2 = \frac{\omega^2}{k^2} = \frac{(\vec{B}_o \cdot \vec{n})^2}{\mu_o \rho_o} \quad (2.64)$$

où  $\vec{n}$  est un vecteur unitaire tel que  $\vec{k} = k\vec{n}$ . La vitesse de phase de ces ondes est maximale si le vecteur d'onde est colinéaire au champ magnétique. On peut aussi noter que la perturbation magnétique  $\vec{B}_1$  est perpendiculaire au champ  $\vec{B}_0$ . La perturbation se déplace comme le ferait une perturbation de propageant sur une corde tendue : en provoquant des ébranlements transverse à la direction de propagation.

### 2.4.2 Ondes magnéto-sonores

Prenons toujours le même plasma au repos et sans courant initial. Appliquons lui une petite perturbation et linéarisons les équations MHD au premier ordre. On arrive, grâce à une combinaison entre équations, à

$$\omega^2 - k^2 \left( \frac{P_1}{\rho_1} + \frac{B_o^2}{\mu_o \rho_o} - \frac{P_1 (\vec{k} \cdot \vec{B})^2}{\mu_o \rho_o \rho_1} \right) = 0 \quad (2.65)$$

où l'on peut définir la vitesse locale du son comme  $c_s^2 = P_1/\rho_1$ . Ici le fluide est compressible et des perturbations de densité sont créées ( $\rho_1 \neq 0$ ). Il faut donc considérer en plus des équations présentées dans le paragraphe précédent une équation reliant pression et densité. Il est d'usage de faire appel à une équation polytropique du type

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{P}{\rho^{C_p/C_v}} \right) = 0 \quad (2.66)$$

où  $C_p$  et  $C_v$  sont les chaleurs spécifiques du plasma. En utilisant la relation précédente, on obtient ainsi l'équation de dispersion en bicarrée

$$\frac{\omega^4}{k^4} - \frac{\omega^2}{k^2} \left[ c_s^2 + \frac{B^2}{\mu_o \rho_o} \right] + c_s^2 \frac{(\vec{n} \cdot \vec{B})^2}{\mu_o \rho_o} = 0 \quad (2.67)$$

où l'on définit le vecteur  $\vec{n}$  comme  $\vec{k} = k\vec{n}$ . Cette relation de dispersion admet deux solutions que sont l'onde magnéto-sonique rapide et l'onde magnéto-sonique lente. Leurs vitesses de phases sont

$$V_{phase}^2 = \frac{1}{2} \left[ c_s^2 + V_A^2 \pm \sqrt{(c_s^2 + V_A^2)^2 - 4V_{An}^2 c_s^2} \right] . \quad (2.68)$$

où  $V_{An} = (\vec{n} \cdot \vec{B})^2 / \mu_o \rho_o$ . Si le vecteur d'onde est perpendiculaire au champ moyen, l'onde magnéto-sonique lente n'existe plus. Pour finir, il est important de signaler que les ondes magnéto-sonores ne peuvent se propager que dans les milieux compressibles alors que l'onde d'Alfvén existe dans tous les milieux.

# Chapitre 3

## Cadre de description des structures magnétisées d'accrétion-éjection

### Sommaire

---

|     |   |    |
|-----|---|----|
| 2.1 | Domaine de validité . . . . .   | 25 |
| 2.2 | Équations MHD . . . . .   | 30 |
| 2.3 | Approche cinétique de l'équation d'énergie dans un milieu turbulent . . . . . | 35 |
| 2.4 | Ondes MHD . . . . .   | 40 |

---

Dans ce chapitre, je vais décrire le modèle des structures magnétiques d'accrétion-éjection (SMAE). Ce modèle s'appuie sur les équations de la MHD décrivant, à grande échelle, le disque d'accrétion et le jet. Je vais parler, dans la première partie, du cadre conceptuel de ce modèle, c'est à dire des hypothèses nécessaires pour pouvoir pleinement décrire l'interaction entre le disque et le jet. Dans un deuxième temps, je présenterai l'approche numérique utilisée pour résoudre les équations MHD et parler des surfaces critiques rencontrées dans l'écoulement. Dans une troisième partie, je montrerai les contraintes imposées au disque par l'existence d'un jet et dans la dernière partie, je présenterai les résultats obtenus dans le cadre des SMAE dites "adiabatiques".

### 3.1 Le disque d'accrétion magnétisé

#### 3.1.1 Le jeu d'équations en MHD résistive

Les équations MHD présentées au chapitre précédent s'appliquent dans le cadre de notre étude. La grande complexité de ces équations est due à la non-linéarité des termes magnétiques. Pour simplifier le problème, nous pouvons faire des hypothèses raisonnables sur ces structures. En effet, de part la configuration même des jets de matière observés, on peut supposer que le système est axisymétrique par rapport à l'axe de l'objet central. Pour supposer en prime que le disque et le jet sont stationnaires, il faut que le temps dynamique de la structure

soit très inférieur au temps d'éjection, c'est à dire au temps pendant lequel le disque émet un jet. Ce temps d'éjection varie selon le type d'objet central. Il peut être très long comme pour les étoiles jeunes ou les noyaux actifs de galaxies (les jets observés sont constants depuis plusieurs dizaines d'années) ou plus court pour les microquasars (de l'ordre de  $10^3 s$ , Mirabel *et al.* (1998)). Le temps dynamique du disque est le temps que met la matière pour faire une rotation autour de l'objet central. On peut alors l'écrire, dans les disques képlériens, comme

$$\tau_{dyn} = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{GM_*}} \quad (3.1)$$

où  $r$  est le rayon par rapport à l'axe de l'objet central. Dans les différents systèmes, on aura alors  $\tau_{dyn} \sim 1$  an pour une étoile jeune d'une masse solaire à une unité astronomique. Pour un noyau actif de galaxies de cent millions de masses solaires, on tombe à 0.28 an à une centaine de rayons de Schwarzschild alors que dans un microquasar de dix masses solaires, on a  $\tau_{dyn} \sim 0.88$  seconde à la même distance. Tous ces temps sont très courts par rapport aux temps d'éjection, nous permettant ainsi de supposer les structures magnétisées d'accrétion-éjection stationnaires.

### Conservation de la masse

Grâce à l'axisymétrie et à la stationarité du problème, on peut négliger les dérivées partielles par rapport à l'angle azimuthal, en coordonnées cylindriques, et au temps. L'équation de conservation de la masse devient alors

$$\vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{u}_p) = 0 \quad (3.2)$$

où  $\rho$  est la masse volumique du fluide moyen et  $\vec{u}_p$  est la vitesse poloïdale du fluide moyen (vitesse dans le plan  $r - z$ , voir Fig.(3.1)). Contrairement au modèle standard, on ne va négliger aucun terme dans les équations car dans les structures étudiées ici, le flux de matière vertical est la source de matière du jet. Il faut donc traiter de façon rigoureuse la dynamique de la matière dans le disque.

### Conservation de l'impulsion

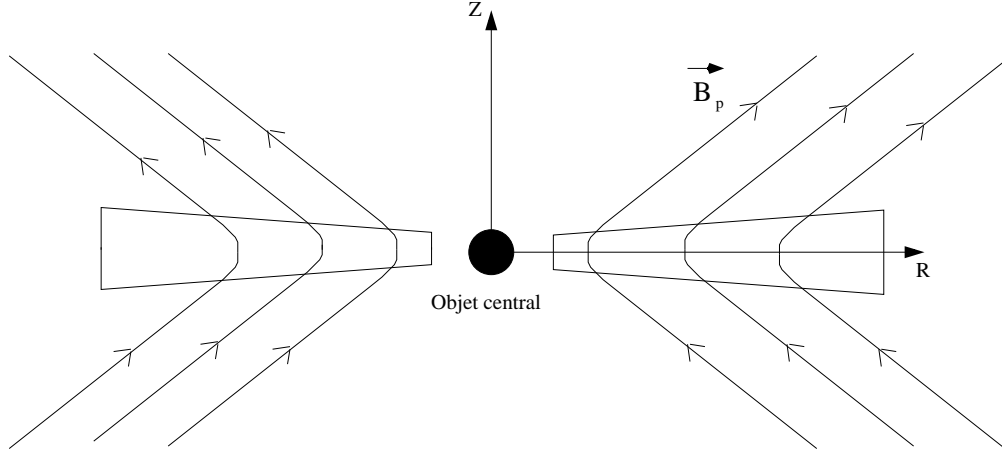
L'équation de conservation de l'impulsion quant à elle va pouvoir s'écrire

$$\rho \vec{u} \cdot \vec{\nabla} \vec{u} = -\vec{\nabla} P - \rho \vec{\nabla} \Phi_G + \vec{J} \times \vec{B} + \vec{\nabla} \cdot \vec{\mathbb{T}} \quad (3.3)$$

Cette équation a donc trois composantes, chacune traduisant l'équilibre stationnaire dans une des trois directions. En écrivant la composante toroïdale de cette équation, on aura l'équilibre azimuthal qui doit montrer la conservation du moment cinétique du disque. Cet équilibre s'écrit en coordonnées cylindriques

$$\frac{\rho}{r} \vec{\nabla} (\Omega r^2) \cdot \vec{u}_p = \vec{J}_p \times \vec{B}_p + (\vec{\nabla} \cdot \vec{\mathbb{T}}) \cdot \vec{e}_\phi \quad (3.4)$$





**Fig. 3.1** – Représentation schématique du plan poloidal d'une structure magnétisée d'accrétion-éjection. La structure est supposée être axisymétrique par rapport à  $z$  et symétrique par rapport au plan  $z = 0$ .

où  $\Omega$  est la vitesse angulaire de rotation et l'indice  $p$  est relié au plan poloidal. En utilisant l'équation de Maxwell-Ampère et en définissant un vecteur  $\vec{\tau}$  comme

$$(\vec{\nabla} \cdot \vec{\tau}) \cdot \vec{e}_\phi = \frac{1}{r} \vec{\nabla} \cdot (r \vec{\tau}) \quad (3.5)$$

on obtient alors la conservation du moment cinétique dans le cadre axisymétrique et stationnaire

$$\vec{\nabla} \cdot \left( \rho \Omega r^2 \vec{u}_p - \frac{r B_\phi \vec{B}_p}{\mu_o} - r \vec{\tau} \right) = 0 \quad (3.6)$$

Le moment cinétique peut donc être transporté de deux façons différentes. La première est le transport dû à la viscosité et donc à la friction entre deux anneaux en rotation différentielle. Le transport résultant sera radial, le moment cinétique étant redistribué vers les parties externes du disque. La deuxième façon est un transport résultant de l'action du champ magnétique (la partie toroïdale de la force de Lorentz) qui va emmagasiner le moment cinétique de la matière sous forme de composante toroïdale du champ magnétique ( $B_\phi$ ). Ce qui est intéressant, c'est que ce moment cinétique stocké peut être rendu à la matière par un couple magnétique se mettant, cette fois-ci, à accélérer le plasma au lieu de le freiner comme dans le disque. Le transport de moment cinétique se fait alors le long du champ magnétique poloidal et va ainsi alimenter le jet en énergie via un flux de Poynting.

Pour que le disque puisse émettre un jet, il faut qu'une partie de la matière qui le compose puisse s'échapper de ce dernier. Si l'on regarde la composante verticale de l'équation de conservation du moment, on voit que le mouvement vertical de la matière est le résultat d'une compétition entre les différentes forces poussant ou comprimant le plasma. En effet, l'équilibre vertical

$$\rho \vec{u}_p \cdot \vec{\nabla} u_z = -\frac{\partial P}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial z} \frac{B_\phi^2 + B_r^2}{2\mu_o} + B_r \frac{\partial B_z}{\partial z} - \rho \frac{GM_*}{(r^2 + z^2)^{3/2}} \quad (3.7)$$

fait intervenir trois forces : la composante verticale de la force de Lorentz, le gradient de pression thermique et la force de gravité. Cette dernière comprime le disque comme le fait la force magnétique. En effet, les composantes radiale et toroïdale du champ magnétique croissent en module entre le plan du disque ( $z = 0$ ) et sa surface (voir la Fig.(3.1)). La seule force pouvant permettre au plasma du disque d'aller dans le jet, dans le cadre des configurations magnétique bipolaire, est donc la force de pression thermique. Une contrainte importante apparaît ici : la force de pression doit être plus grande que la compression magnétique. La pression thermique ne doit donc pas être elle-même très inférieure à la pression magnétique. Cette condition se traduit par un paramètre plasma  $\beta_p = 2P\mu_o/B^2 \geq 1$  sur le plan du disque. Le paramètre  $\beta_p$  ne peut toutefois pas être beaucoup plus grand que l'unité. En effet, depuis les travaux de Balbus & Hawley (1991), on sait qu'un plasma dont le paramètre  $\beta_p \gg 1$  est sujet à une instabilité de cisaillement non-locale qui ne permettrait plus alors de considérer une production stationnaire de jets.

La dernière composante de la conservation de l'impulsion que je n'ai pas explicitée est sa composante radiale. Elle s'écrit

$$\rho \vec{u}_p \cdot (\vec{\nabla} u_r) = \rho \Omega r^2 - \frac{\partial P}{\partial r} + J_\phi B_z - J_z B_\phi - \rho \frac{GM_* r}{(r^2 + z^2)^{3/2}} \quad (3.8)$$

Ainsi le mouvement d'accrétion ( $u_r < 0$ ) dépend de la compétition entre plusieurs forces : la force centrifuge, les forces de pression thermique et magnétique radiales et la gravité. Couplée à l'équation de conservation du moment cinétique (3.6) qui détermine la vitesse angulaire de la matière, cette équation régit la chute de matière vers l'objet central.

## Équation d'induction du champ magnétique

L'axisymétrie du problème permet de décrire le champ magnétique et le courant avec seulement deux fonctions scalaires  $a$  et  $b$ . En effet, si l'on pose  $a = rA_\phi$  ( $A_\phi$  composante toroïdale du potentiel vecteur) et  $b = rB_\phi$  on peut alors écrire

$$\vec{B}_p = \frac{1}{r} \vec{\nabla} a \times \vec{e}_\phi \quad (3.9)$$

$$\vec{J}_p = \frac{1}{\mu_o r} \vec{\nabla} b \times \vec{e}_\phi \quad (3.10)$$

$$J_\phi = -\frac{1}{\mu_o r} \Delta' a \quad (3.11)$$

où l'opérateur  $\Delta'$  est défini comme

$$\Delta' = r^2 \vec{\nabla} \cdot \frac{1}{r^2} \vec{\nabla} = r \frac{\partial}{\partial r} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (3.12)$$

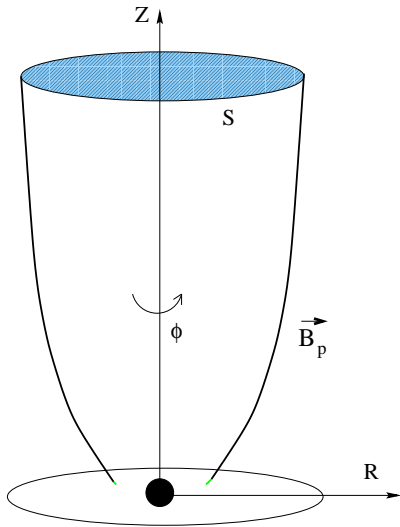
Les scalaires  $a$  et  $b$  sont reliés aux flux de champ magnétique et de courant. En effet, si l'on considère la surface  $S$  définie par la Fig.(3.2) et que l'on intègre sur cette surface, on obtient

alors

$$\int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \oint_C \vec{A} \cdot d\vec{l} = 2\pi a(r, z) \quad (3.13)$$

$$\int_S \vec{J} \cdot d\vec{S} = \oint_C \frac{\vec{B}}{\mu_o} \cdot d\vec{l} = \frac{2\pi}{\mu_o} b(r, z) = I(r, z) \quad (3.14)$$

où  $C$  est le contour fermé entourant la surface  $S$  et  $I$  l'intensité traversant cette surface. Le champ magnétique étant un champ à flux conservatif, la fonction scalaire  $a$  sera donc constante le long des surfaces magnétiques ( $\vec{B}_p \cdot \vec{\nabla} a = 0$ ). Il en va de même pour  $b$  le long des surfaces de courant ( $\vec{J}_p \cdot \vec{\nabla} b = 0$ ).



**Fig. 3.2** – Définition d'une section de flux magnétique  $S$  (surface grisée).

où  $\nu'_m$  est la diffusivité magnétique toroïdale. Nous disposons de six équations pour décrire la structure. Malheureusement ce n'est pas suffisant car nous devons contraindre sept grandeurs que sont le champ de vitesse  $\vec{u}$ , le champ magnétique ( $a$  et  $b$ ), ainsi que la pression et la densité du plasma. Il faut donc considérer la dernière équation mais non la moindre : l'équation d'énergie.

L'équation d'induction du champ magnétique peut être décomposée en deux équations. La première décrira la déformation des surfaces magnétiques. Elle s'écrit

$$\eta_m J_\phi = \vec{u}_p \times \vec{B}_p \Rightarrow \nu_m \Delta' a = \vec{u}_p \cdot (\vec{\nabla} a) \quad (3.15)$$

et fait intervenir la diffusivité magnétique poloïdale anormale car due à la turbulence. On peut faire une différence entre la diffusivité poloïdale et toroïdale car à priori rien ne nous permet de poser ces deux diffusivités comme égales. La torsion des lignes de champs (qui est reliée au stockage du moment cinétique par le champ magnétique) est décrite par l'équation

$$\vec{\nabla} \cdot \left( \frac{\nu'_m}{r^2} \vec{\nabla} r B_\phi \right) = \vec{\nabla} \cdot \frac{1}{r} (B_\phi \vec{u}_p - \vec{B}_p \Omega r) \quad (3.16)$$

## Équation d'état et d'énergie

Comme je l'ai montré dans le chapitre précédent, la conservation de l'énergie fait intervenir des phénomènes complexes qui ne sont pas tous descriptibles par une simple approche MHD. Il faut donc utiliser une équation plus simple, mais s'appuyant toutefois sur une justification physique pertinente. Une autre difficulté émane de l'équation d'état qui permet de relier la pression et la densité du plasma à sa température, dans le cas des plasmas à l'équilibre thermodynamique local. L'équation d'état complète d'un gaz parfait s'écrit

$$P = \rho \frac{k_B}{\langle \mu \rangle m_p} T + p_{rad} \quad (3.17)$$

où  $\langle \mu \rangle m_p$  est le poids atomique moyen du plasma et  $p_{rad}$  la pression de radiation. La pression totale est la somme de la pression thermique et de la pression de radiation. Il est d'ailleurs important de remarquer que ce n'est pas la pression de radiation elle-même qui intervient dans les équations dynamiques, mais son gradient. C'est donc le gradient de la pression de radiation qu'il convient de négliger vis à vis du gradient de pression thermique. L'équation d'énergie, incluant les effets du rayonnement, de la turbulence ainsi que les chauffages anormaux, peut être écrite grâce au second principe de la thermodynamique, comme (voir la section 2.3)

$$\rho T \vec{u}_p \cdot \vec{\nabla} S = \eta_m J_\phi^2 + \eta'_m J_p^2 + \eta_v |r \vec{\nabla} \Omega|^2 - \vec{\nabla} \cdot \vec{q}_{turb} - \vec{\nabla} \cdot \vec{S}_{rad} \quad (3.18)$$

où  $S$  est l'entropie du plasma,  $\eta_v$  la viscosité turbulente,  $\vec{S}_{rad}$  le flux radiatif et  $\vec{q}_{turb}$  le flux d'énergie dû à la turbulence. Ce dernier terme est celui qui représente l'expression (2.55). On ne connaît malheureusement pas encore de forme simple et utilisable pour cette expression. Pour avoir une estimation de ce terme, il faudrait pouvoir résoudre le problème, donc le système d'équations cinétiques décrivant le plasma hors équilibre. Un autre problème majeur de cette équation est le traitement du transfert radiatif qui intervient dans le terme de transport du rayonnement. En effet, le gradient du flux d'énergie transportée par les photons s'écrit de façon générale sous la forme

$$\vec{S}_{rad} = -\frac{c}{\bar{\kappa} \rho} \vec{\nabla} p_{rad} \quad (3.19)$$

où  $\bar{\kappa}$  est l'opacité de Rosseland du plasma. La pression de radiation dépend intimement du régime d'opacité. Dans le cas où le plasma est optiquement épais, la pression de radiation est celle émise par un corps noir; elle s'écrit  $p_{rad} = a T_{rad}^4$ , où  $a$  est la constante de Stefan. Si le plasma devient optiquement mince, on ne peut écrire cette grandeur sous une forme simple. Le changement d'opacité intervenant entre le disque "dense" et le jet plus dilué rend ce transfert radiatif difficile à réaliser.

Dans toutes les études portant sur les disques magnétisés, cette équation d'énergie n'est jamais prise en compte sous sa forme complète en raison de sa complexité. Le moyen le plus souvent employé pour suppléer à cette équation est d'utiliser une relation polytropique, c'est à dire une relation simple reliant la pression du plasma à sa densité et qui s'écrit

$$P = K \rho^\Gamma \quad (3.20)$$

où  $\Gamma$  est l'indice polytropique et  $K$  une fonction ne dépendant pas des caractéristiques du plasma. L'avantage de cette relation est bien évidemment sa simplicité, mais c'est aussi son plus grand défaut. En effet, toute l'énergétique du système se retrouve masquée et imposée par le choix de l'indice polytropique qui est libre dans ce cas. Une conséquence importante de cette hypothèse simplificatrice est que l'épaisseur du disque, contrôlée par l'équation d'énergie, est laissée libre.

| Système                              | Etoiles jeunes | Microquasars | Noyaux actifs de galaxie |
|--------------------------------------|----------------|--------------|--------------------------|
| Distance à l'objet central           | $0.1AU$        | $10r_S$      | $10r_S$                  |
| Viscosité classique ( $m^2.s^{-1}$ ) | $\sim 10^2$    | $\sim 10^8$  | $\sim 10^{13}$           |
| Nombre de Reynolds $Rc_s/\nu_v$      | $\sim 10^{12}$ | $\sim 10^4$  | $\sim 10^4$              |

**Tab. 3.1** – Nombre de Reynolds caractérisant des écoulements astrophysiques avec une viscosité classique

### 3.1.2 Pourquoi un disque d'accrétion turbulent ?

La source d'énergie pouvant alimenter le phénomène d'éjection est principalement la libération de l'énergie mécanique par le mouvement d'accrétion de la matière vers l'objet central. Ce mouvement d'accrétion au sein du disque képlérien ne peut avoir lieu que si la force de gravité s'appliquant à un élément du plasma est plus forte que la force centrifuge résultant du mouvement de rotation. Cette condition est réalisée si et seulement si la matière est freinée par une force dans la direction toroïdale (un couple de freinage). Dans les modèles standard, ce couple provient des forces de frottements visqueux. Le fluide est alors complètement dominé par la viscosité : le nombre de Reynolds de ce fluide devra donc être inférieur ou égal à l'unité.

Un ordre de grandeur de la vitesse d'écoulement vers l'objet central du fluide est donné par l'expression (2.11) à travers la vitesse du son à l'intérieur du disque. Le nombre de Reynolds que l'on obtient en prenant la valeur d'un plasma complètement ionisé (Spitzer 1962) aux températures et densités estimées dans la section (1.1.3) est donné par la formule

$$\rho\nu_v \simeq 2.10^{-16} \frac{T^{5/2}}{\ln \Lambda} kg.m^{-1}.s^{-1} \quad (3.21)$$

On obtient alors une estimation du nombre de Reynolds pour les différents systèmes qui est donnée par le tableau (3.1). La constante  $\ln \Lambda$  est le logarithme coulombien qui est typiquement de l'ordre de 10 dans les systèmes considérés. Ces nombres de Reynolds sont dans tous les cas très supérieurs à l'unité, ce qui indique que la viscosité à l'intérieur des disques d'accrétion est très supérieure à la valeur "classique". L'origine de cette viscosité, très probablement turbulente, n'a jusqu'à présent pas de forme analytique connue.

Dans le modèle standard, une prescription simple de la viscosité turbulente est effectuée en écrivant le coefficient de transport (Shakura & Sunyaev 1973) comme

$$\nu_s = \alpha_v c_s h \quad (3.22)$$

où le paramètre  $\alpha_v$  est libre et contrôle la valeur de la viscosité. On peut montrer, dans le cas d'une turbulence isotrope, que ce coefficient doit être plus petit que l'unité afin que la taille des cellules du turbulence soit plus petite que l'épaisseur du disque.

## 3.2 Le jet MHD

La définition du jet magnétique issu des SMAE peut se faire de plusieurs façons différentes. La première est de définir le jet comme étant la zone où la composante verticale de la vitesse poloïdale de la matière est au moins aussi grande que la composante radiale. La deuxième est de définir le jet comme étant la région où les coefficients de transports macroscopiques sont nuls, c'est à dire la région où il n'y a plus de turbulence complètement développée. Ces deux définitions sont en fait similaires comme nous allons le voir dans les lignes qui suivent.

### 3.2.1 Champ gelé

Si nous regardons l'équation d'induction du champ magnétique toroïdale (3.15), la zone où  $\nu_m = \mu_o \eta_m = 0$  donne alors la relation du champ gelé (en utilisant aussi l'équation de continuité)

$$\vec{u}_p = \frac{\eta(a)}{\mu_o \rho} \vec{B}_p \quad (3.23)$$

où  $\eta(a)$  est un invariant le long des lignes de champ magnétique. On obtient la valeur de cet invariant en sachant qu'à la surface d'Alfvén, la vitesse de la matière non-relativiste est égale à  $\vec{u}_p = \vec{B}_p / \sqrt{\mu_o \rho_A}$ . Sa valeur,  $\eta(a) = \sqrt{\mu_o \rho_A}$ , est une sorte de mesure de l'emport de masse du jet. Il est à noter que les ondes d'Alfvén ont un vecteur d'onde parallèle au champ magnétique. Mais les SMAE étant axisymétriques, l'onde ne peut se propager que le long de la partie poloïdale du champ  $\vec{B}$ . C'est pourquoi n'intervient que  $\vec{B}_p$  dans la définition de la vitesse d'Alfvén.

### 3.2.2 Rotation des surface magnétiques

La deuxième équation d'induction (3.16) s'écrit dans le jet en utilisant la relation (3.23),

$$\vec{B}_p \cdot \vec{\nabla} \left[ \frac{B_\phi}{r\rho} - \frac{\mu_o}{\eta(a)} \Omega \right] = 0 \quad (3.24)$$

où  $\Omega$  est la vitesse angulaire de la matière. Cette équation fait apparaître un nouvel invariant MHD qui a la dimension d'une vitesse angulaire,

$$\Omega_*(a) = \Omega - \frac{\eta(a)}{\mu_o \rho r} B_\phi \quad (3.25)$$

Cette vitesse angulaire de rotation est celle du référentiel où le champ électromoteur s'annule et celle des surfaces magnétiques. En effet, la loi d'Ohm (2.37) dans le régime de MHD idéale, s'écrit  $\vec{E} = \vec{u} \times \vec{B}$ . En écrivant la relation liant la vitesse totale de la matière au champ magnétique, on obtient  $\vec{u} = \eta(a) \vec{B}_p / \mu_o \rho + \Omega_* r \vec{e}_\phi$ , ce qui implique, dans le référentiel  $R'$  tournant à la vitesse  $\Omega_*(a)r$ , que  $\vec{u}' \parallel \vec{B}'$  et donc  $\vec{E}' = \vec{0}$ . On peut remarquer que la matière se s'écoule pas parallèlement au champ magnétique total, mais seulement le long de sa partie poloïdale. Nous allons voir que ceci a une grande importance dans l'accélération de matière dans le jet.

### 3.2.3 Moment cinétique du jet

La conservation totale du moment cinétique du disque (3.6) donne naissance au troisième invariant MHD caractérisant l'écoulement MHD idéal. En effet, dans le jet, le couple visqueux n'existe plus, ce qui permet d'avoir la relation

$$\vec{B}_p \cdot \vec{\nabla} \left( \Omega r^2 - \frac{r B_\phi}{\eta(a)} \right) = 0 \Rightarrow \Omega r^2 - \frac{r B_\phi}{\eta(a)} = f(a) \quad (3.26)$$

Pour avoir une expression de  $f(a)$ , plaçons-nous à la surface d'Alfvén, c'est à dire où  $\vec{u}_p = \vec{B}_p/\eta(a)$ . En utilisant l'expression des deux premiers invariants, on obtient alors que

$$\Omega r^2 - \frac{r B_\phi}{\eta(a)} = \Omega_* r_A^2 \quad (3.27)$$

où  $r_A$  est le rayon de la surface magnétique où se trouve l'intersection entre la surface magnétique et la surface d'Alfvén. Dans le jet, le moment cinétique total du système est composé du moment cinétique porté par la matière ( $\Omega r^2$ ) et du moment cinétique stocké dans le champ magnétique ( $r B_\phi/\eta$ ). Ce moment cinétique stocké dans le champ, doit être rendu à la matière dans le jet pour pouvoir accélérer cette dernière, donnant ainsi naissance à un jet magnéto-centrifuge.

Revenons à l'importance du fait que la matière n'ait pas une vitesse d'écoulement complètement parallèle au champ magnétique. Si la vitesse de la matière était complètement parallèle au champ magnétique, nous aurions alors  $\Omega_* = 0$ . Ceci impliquerait, d'après les relations (3.25) et (3.27), que  $r = r_A$ ; c'est à dire un jet cylindrique ayant une densité et une vitesse poloïdale constante. En effet, si nous posons une vitesse de rotation des surfaces magnétiques nulle, cela revient à dire que le champ électromoteur est nul dans le jet : la matière ne subirait alors aucune augmentation de son énergie cinétique (le jet serait cylindrique). Le fait qu'à la surface du disque, à la transition entre les régimes MHD, la vitesse poloïdale de la matière ne soit pas égale à la vitesse d'Alfvén locale imposera donc que les surfaces magnétiques soient en rotation dans une structure axisymétrique et stationnaire.

### 3.2.4 Invariant généralisé de Bernoulli

L'existence des invariants précédents permet de récrire la partie poloïdale de l'équation de conservation de l'impulsion sous la forme d'un invariant. En effet, en injectant les expressions trouvées dans le paragraphe précédent dans la partie poloïdale de l'équation de conservation, on trouve alors que

$$\vec{u}_p \cdot \vec{\nabla} \left( \frac{u^2}{2} + \Phi_G + H - \Omega_* (\Omega r^2 - \Omega_* r_A^2) \right) = \frac{Q}{\rho} \quad (3.28)$$

où  $\Phi_G$  est le potentiel gravitationnel,  $H$  l'enthalpie du plasma et  $Q$  la source d'entropie du système. Ce terme  $Q$  décrit la différence locale entre chauffage local et refroidissement local. Le deuxième principe de la thermodynamique a été utilisé ci-dessus pour relier la pression  $P$

du plasma à son enthalpie spécifique  $H$  et au terme  $Q$

$$\rho T \frac{DS}{Dt} = Q = \rho \vec{u}_p \cdot \vec{\nabla} H - \vec{u}_p \cdot \vec{\nabla} P \quad (3.29)$$

où  $S$  est l'entropie du plasma. On obtient une généralisation de l'invariant de Bernoulli à un fluide ionisé dans un champ magnétique et non-adiabatique en projetant le terme  $Q$  le long d'une surface magnétique et on a ainsi (Sauty & Tsinganos 1994; Chan & Henriksen 1980)

$$E(a) = \frac{u^2}{2} + \Phi_G + H - \Omega_* (\Omega r^2 - \Omega_* r_A^2) + \int_{s_o}^s \frac{Q}{\rho u_p} ds \quad (3.30)$$

qui est l'énergie totale spécifique de l'écoulement, constante le long d'une surface magnétique. L'intégrale présente dans l'invariant est une intégrale curviligne le long d'une surface magnétique avec l'abscisse curviligne  $l$  allant de  $s_o$  (correspondant à la transition entre les régimes résistif et idéal) à  $s$ .

Dans le cas des jet "froids", c'est à dire des jets où l'enthalpie ainsi que l'intégrale portant sur  $Q$  peuvent être négligées devant les autres termes, on peut obtenir une estimation de la vitesse asymptotique maximale qu'il est possible à la matière d'atteindre. En effet, une estimation de l'invariant est possible à la base du jet si l'on suppose un grand évasement du jet ( $r_o \ll r_A$ , où  $r_o$  est le rayon du point d'ancrage de la ligne de champ).

$$E(a) \simeq \Omega_*^2 r_A^2 . \quad (3.31)$$

Pour obtenir la vitesse polôidale asymptotique de la matière, on égalise l'énergie cinétique de la matière à l'infini à l'estimation précédente et on arrive à

$$u_{p,max} = \sqrt{2E(a)} \simeq \sqrt{2} \Omega_* r_A \quad (3.32)$$

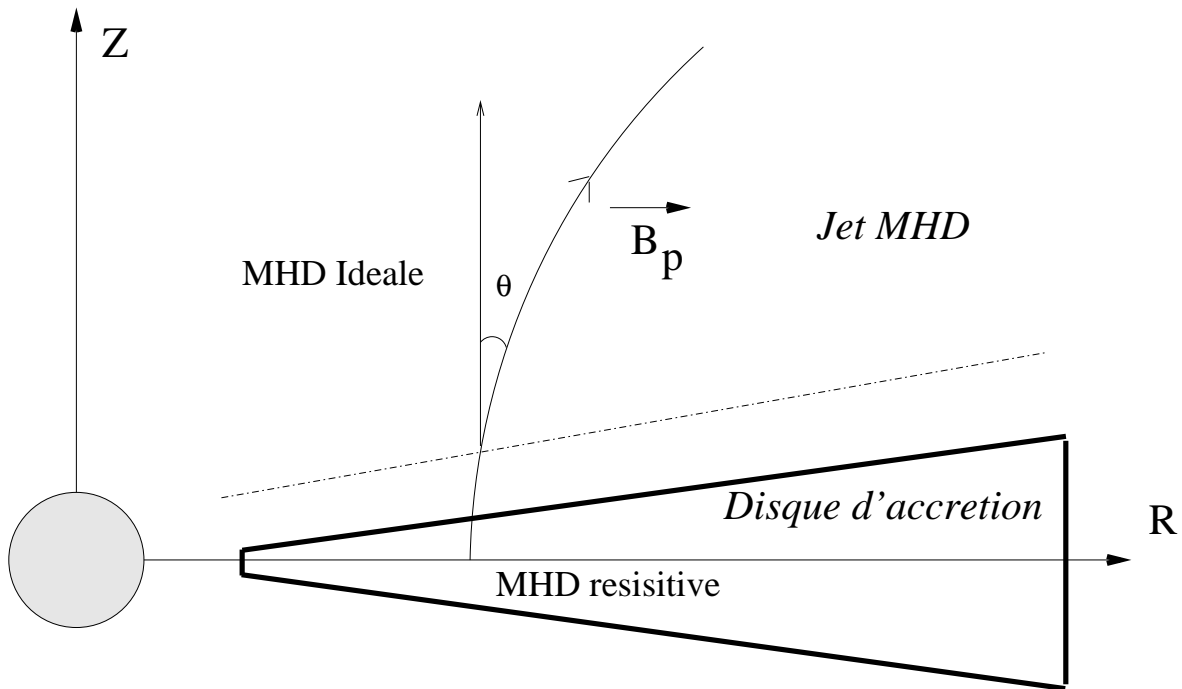
où l'on voit l'importance de l'évasement du jet à la surface d'Alfvén qui contrôle la vitesse finale du jet (Michel 1969; Pelletier & Pudritz 1992). Je donnerai ultérieurement une estimation plus précise et plus générale de cette vitesse asymptotique.

Une autre implication de l'invariant de Bernoulli est l'existence d'un angle minimal d'inclinaison des surfaces magnétiques à la transition entre les régimes MHD. Cette contrainte émerge de la nécessité pour la matière du jet de s'éloigner du disque : il faut que l'invariant de Bernoulli soit positif. Dans le cas des disques minces, on peut raisonnablement supposer qu'à la surface du disque, la matière tourne à une vitesse proche de la vitesse képlérienne. Ce faisant, on peut faire un développement limité autour de la transition entre les deux régimes MHD pour obtenir une contrainte sur les éléments  $\delta r$  et  $\delta z$  d'une ligne de champ (ces éléments sont définis sur la figure (3.3)). On obtient alors que

$$\tan \theta = \frac{\delta z}{\delta r} < \sqrt{3} \left( 1 + \frac{2 Q_o (\delta z^2 + \delta r^2)^{1/2} / \rho_o u_{p,o} - \delta H}{\Omega_K^2 \delta r^2} \right)^{1/2} \quad (3.33)$$

où les indices "o" dénotent des grandeurs estimées à l'endroit même de la transition. Dans le cas des jets froids, on trouve le critère de Blandford & Payne (1982) : les surfaces magnétiques





**Fig. 3.3** – Angle minimal  $\theta = \arctan(\delta r/\delta z)$  d’inclinaison des surfaces magnétiques pour le lancement d’un jet. Dans le cas où l’énergie thermique est négligeable, on montre que cet angle doit être supérieur à  $30^\circ$  afin de laisser partir la matière dans le jet.

doivent être inclinées d’au moins  $60^\circ$  pour que la matière puisse partir dans le jet. L’influence des grandeurs “thermiques”, telle l’enthalpie et le chauffage local, dépend du signe de ces dernières. En effet, si la variation d’enthalpie le long de la ligne de champ est négative (l’enthalpie est alors convertie en autre chose comme l’énergie cinétique de la matière), le potentiel gravitationnel sera alors contrebalancé par une source supplémentaire d’énergie. Il en résulte que les surfaces magnétiques pourront être moins inclinées que dans le cas froid. La contribution du terme  $Q$  peut elle aussi être positive ou négative. Il ne faut pas oublier que ce terme représente la différence entre chauffage local et refroidissement local. Puisqu’en régime de MHD idéale les coefficients de transport sont nuls, les chauffages ohmique et visqueux sont nuls. Seuls d’éventuels chauffages supplémentaires (reconnexion magnétique, convection, etc..) peuvent compenser les pertes radiatives dans le jet. Si ce n’est pas le cas, le terme  $Q$  sera alors négatif et tendra à augmenter l’inclinaison des lignes de champs.

### 3.2.5 Équilibre transverse des surfaces magnétiques

Cette équation, qui est sans doute la plus ardue, est obtenue en projetant l’équation de conservation de l’impulsion dans la direction perpendiculaire à la surface magnétique (parallèlement à  $\vec{\nabla}a/|\vec{\nabla}a|$ ). Cette équation, appelée équation de Grad-Shafranov, présente

un point critique au point d'Alfvén. En effet, son expression est

$$\rho \left\{ \frac{dE}{da} + (\Omega r^2 - \Omega_* r_A^2) \frac{d\Omega_*}{da} - \Omega \frac{d\Omega_* r_A^2}{da} \right\} + \frac{B_\phi^2 + m^2 B_p^2 \ln \rho_A}{2\mu_o} \frac{d \ln \rho_A}{da} = \vec{\nabla} \cdot \left( (m^2 - 1) \frac{\vec{\nabla} a}{\mu_o r^2} \right) \quad (3.34)$$

où  $m$  est le nombre de Mach Alfvénique. A la surface d'Alfvén ( $m = 1$ ), une condition de régularité doit être satisfaite pour que l'équation reste dérivable sur cette surface.

### 3.2.6 Paramètres du jet

Une façon usuelle et pratique de décrire la morphologie d'un jet est d'utiliser les paramètres introduits par Blandford & Payne (1982) qui décrivent l'évasement, la densité et la rotation du jet. Ils ne sont en fait que des représentations sans dimensions des trois invariants MHD idéale présents dans la structure. Je vais ici brièvement rappeler leurs définitions et les liens les unissant.

#### i) Bras de levier magnétique

Le moment cinétique total présent dans le jet est, comme nous l'avons vu dans l'un des paragraphes précédents, égal au produit de la vitesse angulaire de rotation des surfaces magnétiques par le carré du rayon d'Alfvén. Ce rayon d'Alfvén est interprété comme étant le bras de levier avec lequel le jet exerce le couple magnétique sur le disque pour prélever le moment cinétique de ce dernier. Ce bras de levier "magnétique" est mesuré grâce au paramètre  $\lambda$  défini comme

$$\lambda = \frac{\Omega_* r_A^2}{\Omega_o r_o^2} \simeq \frac{r_A^2}{r_o^2} \quad (3.35)$$

où  $r_o$  est le point d'ancrage de la surface magnétique sur le plan ( $z = 0$ ) du disque et  $\Omega_o$  la vitesse angulaire de rotation de la matière en  $z = 0$ . Plus le paramètre  $\lambda$  est grand, plus le jet sera évasé. On peut remarquer que ce paramètre nous donne une estimation plus précise de la vitesse maximale asymptotique que peut atteindre la matière (dans l'équation (3.32), j'avais fais l'hypothèse que  $\lambda \gg 1$ , hypothèse qui n'est pas toujours vérifiée dans les jets observés, surtout pour les étoiles jeunes). Cette estimation devient dans le cas du jet froid

$$u_{p,max} = \Omega_o r_o \sqrt{2\lambda - 3} \quad (3.36)$$

On voit ici une contrainte sur la valeur minimale du bras de levier d'un jet froid. En effet, pour que la matière puisse s'échapper, il faut que  $\lambda > 3/2$ , ce qui impose que  $r_A > \sqrt{3/2} r_o$ . Cet évasement minimal du jet nous indique que la transition alfvénique ne se produit pas à une altitude  $z$  très proche de la surface du disque à moins que la configuration du jet ne donne un angle d'ouverture des surfaces magnétiques très important ( $\tan \theta \sim 0$ ). Cette configuration ne semble pas viable car la génération d'un champ magnétique radial de cette ampleur écraserait le disque par pincement magnétique, interdisant alors à la matière de s'échapper du disque.

#### ii) Empoirt de masse dans le jet

Ce paramètre est une mesure de la fraction de masse emmenée dans le jet par unité de champ magnétique. Sa définition exacte est

$$\kappa = \eta(a) \frac{\Omega_o r_o}{B_o} \quad (3.37)$$

où l'on voit apparaître le deuxième invariant MHD,  $\eta(a)$ . Il est intéressant de noter que si l'on évalue l'équation (3.27) à la surface du disque, on obtient alors

$$\kappa = \frac{1}{\lambda - 1} \left| \frac{B_\phi^+}{B_o} \right| \quad (3.38)$$

où l'exposant + dénote une grandeur évaluée à la surface du disque. Cette relation mélange la conservation de la masse et le champ gelé avec la matière pour signifier que plus le jet sera évasé, moins il y aura de matière emportée par le jet. Ceci est compatible avec les estimations de la vitesse asymptotique maximale faites dans les précédentes sections. En effet, si le jet emporte moins de matière, il y a naturellement plus d'énergie magnétique disponible pour une quantité de masse donnée.

### iii) Rotateur magnétique

Le paramètre  $\omega_A$  dont nous allons parler ici est relié au dernier invariant MHD  $\Omega_*$ . Ce paramètre possède une grande importance dans l'obtention d'un jet MHD trans-alfvénique. Sa définition est (Michel (1969); Pelletier & Pudritz (1992); Ferreira (1997); Lery *et al.* (1998))

$$\omega_A = \frac{\Omega_* r_A}{u_{p,A}} \quad (3.39)$$

où  $u_{p,a}$  est la vitesse poloïdale de la matière à la surface d'Alfvén. En suivant Pelletier & Pudritz (1992), on peut relier la vitesse de rotation des surfaces magnétiques à la vitesse de rotation de la matière grâce à une variable  $g$  telle que  $\Omega_* = (1 - g)\Omega$ . Pour que le jet puisse continuer à accélérer la matière, il faut que les surfaces magnétiques tournent plus vite que celle-ci. Cette contrainte, appliquée à la surface d'Alfvén, donne pour un jet froid

$$g_A^2 = 1 - \frac{3}{\lambda} - \frac{1}{\omega_A^2} + \frac{2}{\lambda^{3/2}(1 + z_A^2/r_A^2)^{1/2}} > 0 \quad (3.40)$$

où  $z_A$  est l'altitude à laquelle la matière traverse la surface d'Alfvén. Dans le cas où l'on suppose le bras de levier magnétique très grand devant l'unité, on trouve alors la condition trans-alfvénique comme étant  $\omega_A > 1$  (Pelletier & Pudritz 1992). Dans le cas général, la condition de rotateur rapide ( $\omega_A > 1$ ) n'est pas de mise mais c'est en fait une relation implicite mêlant le bras de levier, le paramètre de rotation magnétique et la position de la surface magnétique qui doit être satisfaite.

## 3.3 Résolution auto-similaire des équations MHD

Dans cette section, je vais aborder la description numérique que j'ai utilisée pour résoudre le jeu d'équations MHD. Pourquoi cette méthode plutôt qu'une autre ? L'avantage majeur de celle-ci est le fait que son utilisation permet de résoudre le jeu d'équation en entier, quel que soit le régime MHD rencontré, sans négliger aucun terme dans les diverses équations.

### 3.3.1 Structure auto-similaire

L'auto-similarité est basée sur la décomposition des grandeurs du système en un produit de deux fonctions indépendantes (chacune ne dépendant que d'une variable) et de l'imposition de la forme d'une des fonctions. Cette fonction aura la même forme dans toutes les grandeurs pour permettre une élimination de cette dernière dans les équations. Ainsi, on se retrouve avec un système d'équations différentielles à une seule variable. Parmi toutes les grandeurs intervenant dans la structure, seule la gravité possède une forme analytique, qui s'écrit dans un repère cylindrique et non-relativiste

$$-\vec{\nabla}\Phi_G = -\frac{GM_*}{r^2} \begin{pmatrix} (1+X^2)^{-3/2} \\ 0 \\ X/(1+X^2)^{3/2} \end{pmatrix}$$

où  $X = z/r$ . La forme auto-similaire la plus simple est donc de décomposer les grandeurs en un produit d'une puissance de  $r$  et d'une fonction de  $X = z/r$ . Ainsi toutes les grandeurs  $A$  du système d'équations s'écriront sous la forme

$$A(r, z) = A_{oe} \left( \frac{r}{r_e} \right)^{\alpha_A} f_A(X) \quad (3.41)$$

où l'indice  $e$  désigne des grandeurs prises en  $r = r_e$  et  $z = 0$  ( $r_e$  étant le rayon externe de la SMAE). La première grandeur à considérer est l'échelle de courbure du champ magnétique poloïdal sur le plan du disque. Cette échelle  $l$  se définit comme

$$\frac{a(r, z=0)}{l^2} = - \left( \frac{\partial a}{\partial z} \right)_{z=0} \quad (3.42)$$

Grâce à cette longueur, il nous est possible de faire un développement au premier ordre du champ magnétique radial

$$B_r(z \leq h) \simeq B_o \left( \frac{r^2}{\alpha_a l^2} \right) X \quad (3.43)$$

où  $B_o$  est la valeur (quasi-constante sur une épaisseur de disque) du champ magnétique vertical sur le plan du disque. La condition d'auto-similarité impose la forme de la variation radiale de  $l$  comme  $l \propto r$ . Plusieurs types de courbures peuvent apparaître au sein d'un même disque. Suivant les variations de  $l$ , l'angle d'ouverture  $\theta$  des surfaces magnétiques ne sera pas du tout le même. En effet, si on se place dans le contexte des disques d'accrétion minces ( $h(r) \ll r$ ), on peut obtenir trois grands types de structures :

$$\begin{cases} l \sim r & \Rightarrow B_r(z=h) \simeq \frac{h}{r} B_o \ll B_o \\ l \sim \sqrt{hr} & \Rightarrow B_r(z=h) \simeq B_o \\ l \sim h & \Rightarrow B_r(z=h) \simeq \frac{r}{h} B_o \gg B_o \end{cases}$$

Les deux dernières configurations imposent que  $l \sim r \sim h$ . Qu'en est-il de la première? Si on considère le critère de départ de la matière du disque (paragraphe 1.3), une telle

configuration doit impérativement faire appel à une couronne qui donnera à la matière une enthalpie suffisante pour surpasser l'attraction gravitationnelle. L'étude des jets froids (sans enthalpie) n'est donc pas possible dans ce contexte. Dans la suite, je poserai donc comme dépendance radiale de  $h(r) \propto r$  (ou encore  $\alpha_h = 1$ ).

Les autres exposants radiaux  $\alpha_A$  doivent suivre des relations bien précises pour que les lois de puissance disparaissent dans les équations. Ainsi, en regardant le jeu d'équations représenté par les équations (3.2) à (3.20), on a plusieurs relations entre exposants radiaux. La conservation de la masse (3.2) impose que  $\alpha_{ur} = \alpha_{uz}$ . Les forces de marée dans un disque képlérien ( $\Omega \propto r^{-3/2}$ ) imposent, dans l'équilibre radial du disque, que la valeur des exposants radiaux de la vitesse poloïdale soit  $\alpha_{ur} = \alpha_{uz} = -1/2$ .

L'équation d'induction (3.16) (qui régit la déformation des surfaces magnétiques) donne le lien entre la variation radiale de la diffusivité magnétique poloïdale,  $\alpha_{\eta_m} = \alpha_{ur} + 1 = 1/2$ . La conservation du moment cinétique (équation 3.6) nous donne la relation entre exposant de densité et exposant du flux magnétique  $a$  :

$$\alpha_\rho = 2\alpha_a - 3$$

alors que la deuxième équation d'induction nous donne le lien entre courant et flux magnétique

$$\alpha_{\eta'_m} + \alpha_b = \alpha_a + 1/2$$

Les différentes forces présentes dans l'équation de conservation de l'impulsion nous donnent une égalité entre la distribution de flux magnétique et de courant,  $\alpha_b = \alpha_a - 1$ . De proche en proche, on établit tous les liens entre exposants pour finalement fermer le système d'équations par une hypothèse sur le gradient de pression dominant dans le disque. En effet, les forces de marée présentes dans l'équilibre vertical du disque indiquent que

$$\alpha_P = \alpha_\rho - 1 \tag{3.44}$$

ce qui d'après l'équation d'état complète (3.17) donne

$$\alpha_P = \alpha_\rho + \alpha_T = 4\alpha_T = \alpha_\rho - 1 \tag{3.45}$$

Aucune solution réelle n'existant pour cette série d'égalités, le cadre auto-similaire sera incapable de décrire la présence des deux pressions (thermique et radiative) simultanément. Quel régime de pression privilégié ? Les structures magnétisées d'accrétion-éjection s'étendent sur des zones du disque d'accrétion qui ne sont pas confinées au voisinage de l'objet central : la luminosité de l'objet central (étoile jeune) peut donc être négligée dans le disque. Le mécanisme du jet est basé sur l'interaction entre le champ magnétique et la matière et n'est pas influencé par le champ de radiation de l'astre central (le jet s'étendant sur de très grandes distances, le flux lumineux de l'étoile se diluerait très vite). **Je vais donc dans la suite de cette étude faire l'hypothèse que la pression dominante dans le disque et le jet est la pression thermique et non la pression radiative.** Il est à noter que le transfert radiatif

qui devrait être entrepris compliquerait très sérieusement le travail, surtout que les opacités de Rosseland varieraient bien évidemment d'un système à l'autre (différence de composition de plasma, de température, etc..).

L'hypothèse faite précédemment impose que  $\alpha_T = -1$  et donc que la vitesse du son dans le disque varie comme  $c_S^2 \propto r^{-1/2}$ . On confirme alors la dépendance de l'épaisseur du disque d'accrétion,  $h \propto r$ , étant donné que  $c_S^2 \propto \Omega_K^2 h^2$  (voir par exemple Frank *et al.* (1985)). La dernière étape à franchir pour fermer le système d'équations est de considérer la variation du taux d'accrétion  $\dot{M}_a(r)$ . En effet, contrairement aux modèles de disques standards, le taux d'accrétion du disque n'est pas une constante mais dépend du rayon  $r$ . Le taux de variation de ce taux d'accrétion sera le premier (et peut-être le plus symbolique) des paramètres du modèle de SMAE. On choisit de le définir comme

$$\xi = \frac{d \ln \dot{M}_a}{d \ln r} \Rightarrow \dot{M}_a = \dot{M}_{ae} \left( \frac{r}{r_e} \right)^\xi \quad (3.46)$$

En considérant le taux d'accrétion  $\dot{M}_a$  et le taux d'éjection d'un jet, la conservation globale de la masse s'écrit  $\dot{M}_j$

$$\dot{M}_a(r) - 2\dot{M}_j(r) = \dot{M}_{ae} \quad (3.47)$$

ce qui nous permet d'obtenir le lien entre le taux de variation de toutes les exposants radiaux en fonction du "taux d'éjection  $\xi$ ". En effet, si l'on considère la définition du taux d'accrétion  $\dot{M}_a = \int_{-h}^h 2\pi r \rho u_r dz \simeq 4\pi \rho_o u_{ro} r h$ , on obtient alors que

$$\alpha_\rho = \xi - \frac{3}{2} \quad (3.48)$$

et donc

$$\begin{aligned} \alpha_P &= \xi - \frac{5}{2} \\ \alpha_a &= \frac{\xi}{2} + \frac{3}{4} \\ \alpha_b &= \frac{\xi}{2} - \frac{1}{4} \\ \alpha_{u_r} &= \alpha_{u_z} = -\frac{1}{2} \\ \alpha_{\nu_m} &= \alpha_{\nu'_m} = \frac{1}{2} \end{aligned} \quad (3.49)$$

La description des coefficients de transport magnétique est donc soumise à une condition dans le cadre auto-similaire : leurs exposants radiaux doivent être égaux à  $1/2$ . La description usuelle de la viscosité turbulente dans un disque d'accrétion standard a été introduite par Shakura & Sunyaev (1973) et fait intervenir un seul paramètre  $\alpha_v$ , tel que

$$\nu_v = \alpha_v c_S h \quad (3.50)$$

où l'on voit d'après les relations déduites auparavant que  $\nu_v \propto r^{1/2}$ . Cette prescription peut donc s'appliquer aussi aux diffusivités magnétiques dans le cadre des SMAE. La diffusivité

magnétique se reliant à des phénomènes d'origine magnétique, la prescription des diffusivités magnétiques sera légèrement modifiée pour relier les diffusivités magnétiques à la pression magnétique plutôt qu'à la pression thermique

$$\nu_m = \nu_{moe} \left( \frac{r}{r_e} \right)^{1/2} f_{\nu_m}(x) \quad (3.51)$$

$$\nu'_m = \nu'_{moe} \left( \frac{r}{r_e} \right)^{1/2} f_{\nu'_m}(x) \quad (3.52)$$

où les constantes sont égales à

$$\nu_{moe} = \alpha_m (VAh)_{z=0, r=r_e} \quad (3.53)$$

$$\nu'_{moe} = \alpha'_m (VAh)_{z=0, r=r_e}$$

et où la vitesse d'Alfvén a remplacé la vitesse du son. **J'ai utilisé ici la variable auto-similaire  $x = z/h$ , proportionnelle à  $X$ , pour des raisons de simplicité ( $x = 1$  correspond simplement à la surface du disque).** Nous disposerons donc de deux paramètres sans dimension  $\alpha_m$  et  $\alpha'_m$  pour contrôler l'amplitude des coefficients de transport magnétiques. La turbulence étant limitée à l'intérieur du disque, les fonctions  $f_{\nu_m}(x)$  et  $f_{\nu'_m}(x)$  doivent s'annuler en dehors du disque et avoir une dérivée nulle en  $z = 0$  par respect de la symétrie par rapport au plan du disque. La fonction la plus simple est alors une gaussienne ayant un écart type égal à 1. Pour conclure ce paragraphe, je vais rappeler ici très brièvement les valeurs des fonctions  $f$  en  $x = 0$  pour que la symétrie par rapport au plan du disque soit respectée

$$\begin{aligned} f_P(0) = f_\rho(0) &= f_a(0) = f_T(0) = f_{u_r}(0) = f_\Omega(0) = 1 \\ f_b(0) &= f_{u_z}(0) = 0 \end{aligned} \quad (3.54)$$

Je vais présenter en détails dans la prochaine section les restrictions que l'auto-similarité fait apparaître dans la description du couple visqueux.

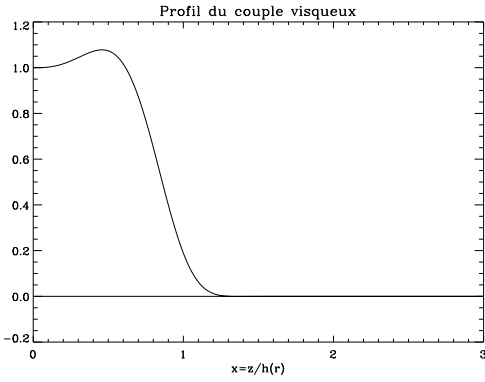
### 3.3.2 De l'adéquation entre auto-similarité et prescription du couple visqueux

Dans le modèle standard, le couple visqueux est décrit avec le même formalisme que celui décrivant les fluides maxwelliens, à la différence près que la viscosité est prescrite et bien supérieure à celle existant dans les fluides visqueux sur Terre. L'expression du couple visqueux est alors (Landau & Lifchitz 1954)

$$[\vec{\nabla} \cdot \overleftarrow{\mathbb{T}}] \cdot \vec{e}_\Phi = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 T_{r\Phi}) \quad (3.55)$$

sur le plan du disque. La prescription " $\alpha_v$ " est similaire à la relation  $T_{r\Phi} = -\alpha_v P$ , ce qui permet, dans le cadre auto-similaire, de calculer la valeur du couple visqueux sur le plan du disque,

$$[\vec{\nabla} \cdot \overleftarrow{\mathbb{T}}] \cdot \vec{e}_\Phi = -\frac{\alpha_v P_e}{r_e} (2 + \alpha_P) \left( \frac{r}{r_e} \right)^{\alpha_P + 1} > 0 \quad (3.56)$$



**Fig. 3.4** – Représentation des variations verticales du couple visqueux. La petite bosse apparaissant au dessus du plan du disque est créée par la contribution de la composante  $T_{z\Phi}$  du tenseur des contraintes visqueuses.

divergence. L’auto-similarité peut poser des problèmes similaires à propos d’autres équations (équation polytropic) comme je le montrerai dans le cadre des SMAE avec création d’entropie.

Dans le modèle présenté ici, les variations des grandeurs du champ de vitesse  $\vec{u}$  sont radiales et verticales. Il faut donc non pas considérer simplement la contrainte visqueuse entre deux anneaux de rayons voisins, mais aussi la contrainte visqueuse issue du frottement entre deux anneaux superposés, tournant à des vitesses différentes. La répercussion de cela obligerait, dans le cadre d’un disque  $\alpha$ , à la présence d’un deuxième coefficient de viscosité pour contraindre la composante  $T_{z\Phi}$  du tenseur des contraintes. Le vecteur  $\vec{\tau}$ , défini par la relation (3.5) devra donc avoir une forme auto-similaire telle que

$$\vec{\tau} = \tau_{oe} \left( \frac{r}{r_e} \right)^{\alpha_P} \begin{pmatrix} f_1(x) \\ 0 \\ f_2(x) \end{pmatrix}$$

où les fonctions  $f_1$  et  $f_2$  doivent être positives pour avoir un couple visqueux qui freine la matière à l’intérieur du disque. Le chauffage visqueux quant à lui sera décrit par le tenseur des contraintes tel que

$$Q_{visq} = \rho \nu_v r^2 |\nabla \Omega|^2 \quad (3.57)$$

où je rappelle que  $\Omega$  est la vitesse angulaire de la matière. La conservation du moment angulaire, en utilisant le vecteur  $\vec{\tau}$ , est vérifiée. Sur le plan du disque, la valeur de ce couple visqueux doit être égale à la relation (3.56), ce qui nous donne le lien entre la constante  $\tau_e$  et la pression en  $r = r_e$  et  $z = 0$ .

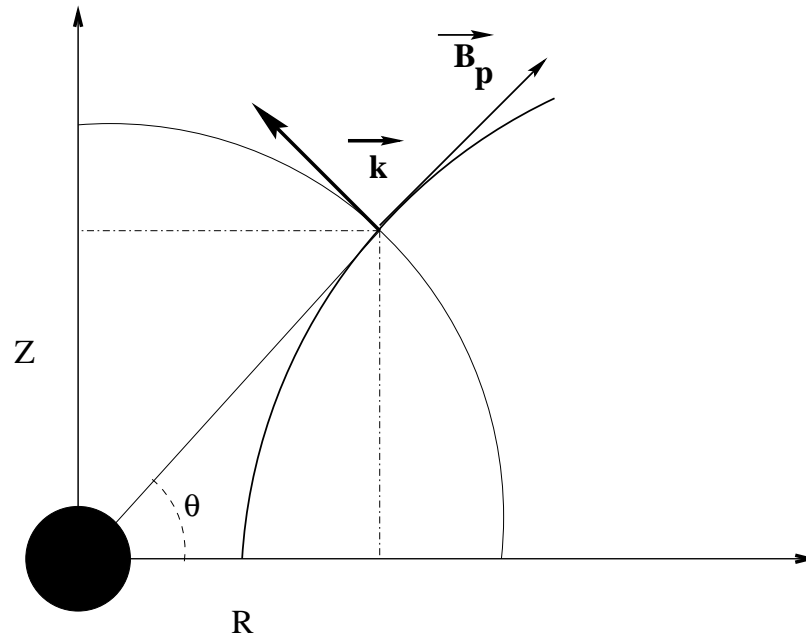
$$\tau_{oe} = \alpha_v P_e \quad (3.58)$$

avec  $f_1(0) = 1$ . L’écriture auto-similaire du couple visqueux en  $r = r_e$  nous donnera alors,

qui est positive. Le couple visqueux se mettrait donc à accélérer la matière au lieu de la freiner. Pour remédier à cela, il suffirait de changer le signe de la prescription telle que  $T_{r\Phi} = \alpha_v P$  mais le chauffage issu du couple visqueux deviendrait alors négatif car  $Q_{vis} \propto -3/2 \Omega_K T_{r\Phi}$  dans un disque képlérien (Landau & Lifchitz 1954).

L’utilisation du formalisme du couple visqueux utilisé dans le modèle standard ne convient donc pas ici dans un système de coordonnées cylindrique. Il est important de noter que ce résultat dépend de la géométrie choisie. En effet, si nous nous étions placés dans un système de coordonnées sphériques, le problème aurait disparu à cause du changement d’expression de l’opérateur





**Fig. 3.5** – Configuration du vecteur d'onde des ondes caractéristiques du milieu, dans le cadre auto-similaire radial.

selon la variable  $x = z/h(r)$

$$\left. \frac{\vec{\nabla} \cdot r \vec{\tau}}{\alpha_v P_e} \right|_{r=r_e} = (\alpha_P + 2)f_1(x) - x f_1'(x) + \frac{r}{h} f_2'(x) \quad (3.59)$$

ce qui impose que les fonctions  $f_1$  et  $f_2$  soient positives, décroissantes et que leurs dérivées en  $x = 0$  soient nulles. De plus ces fonctions doivent décroître vite pour s'annuler au dessus de la surface du disque ( $f_1, f_2 \rightarrow 0$  si  $x > 1$ ), ceci pour que le couple visqueux soit nul en dehors du disque. Des profils gaussiens pourraient satisfaire les conditions ci-dessus sauf qu'une condition supplémentaire doit aussi être satisfaite : la dérivée verticale en  $z = 0$  du couple visqueux doit être nulle pour respecter la symétrie de la structure par rapport au plan du disque. J'ai donc choisi d'utiliser des profils tels qu'ils suivent une loi en  $\exp(-x^4)$ , fonction qui satisfait à toutes les conditions énoncées ci-dessus. Le profil vertical normalisé (à  $\alpha_v P_e$ ) du couple visqueux qui apparaîtra dans la structure est représenté par la figure (3.4). La protubérance apparaissant au dessus du plan du disque est la contribution due à la friction des anneaux de matière superposés en rotation différentielle (cette friction est nulle sur le plan du disque pour des raisons de symétrie). Il est à noter que ce type de profil est déjà apparu dans des simulations numériques de disques d'accrétion turbulents à trois dimensions (Stone *et al.* 1996).

### 3.3.3 Les points critiques de l'écoulement

Une fois écrit dans le cadre auto-similaire avec des lois de puissance, le système d'équations MHD décrivant la structure, se résume à un système matriciel de la forme

$$\begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & M & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \cdot \\ f'_A(x) \\ \cdot \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cdot \\ P \\ \cdot \end{pmatrix}$$

où la matrice  $M$  et le vecteur  $P$  dépendent des fonctions  $f_A(x)$  qui décrivent les variables du système, mais pas de leurs dérivées. La variable d'intégration est l'angle de latitude  $\theta$  défini par la figure (3.5) (et qui est relié au rapport  $z/r = \tan \theta$ ). L'intégration du système d'équations commence sur le plan du disque en  $x = 0$  et continue jusqu'à rencontrer des points critiques de l'écoulement. Que sont ces points critiques ? Ce sont des valeurs de  $x$  où le déterminant de la matrice  $M$  est nul. Ces points sont les points où la vitesse  $V_\theta$  de la matière coïncident avec la vitesse caractéristique d'une des ondes se propageant dans le milieu.

– i) **Régime résistif**

La présence de diffusivité magnétique tend à s'opposer à toute variation du champ magnétique. Les ondes MHD sont donc amorties dans ce type de milieu. En effet, si on calcule le déterminant avec le jeu d'équations de la MHD résistive, on trouve que le déterminant de  $M$  s'annule si et seulement si (Ferreira 1994)

$$V_\theta^2 \left( V_\theta^2 - \Gamma \frac{k_B T}{m_p} \right) = 0 \quad (3.60)$$

où  $\Gamma$  est l'indice polytropique du système et où la vitesse  $V_\theta$  est reliée aux composantes poloïdales de la vitesse de la matière par

$$V_\theta = \frac{u_z - \varepsilon x u_r}{(1 + \varepsilon^2 x^2)^{1/2}} = \vec{V} \cdot \vec{k} \quad (3.61)$$

où  $\varepsilon = h(r)/r$  est une constante dans toute la SMAE (j'ai montré dans la section précédente que  $h \propto r$ ) et  $\vec{k}$  est le vecteur d'onde des ondes MHD dans le cadre auto-similaire. Deux points critiques seront rencontrés par l'écoulement. Le premier  $V_\theta = 0$ , correspond au plan du disque. Il n'a pas d'existence physique mais est imposé par la symétrie de la structure par rapport au plan du disque. Le deuxième correspond à l'onde sonore, seule capable de se propager dans un milieu résistif. Étant donné que je recherche des solutions stationnaires, les solutions que je présenterai ne franchiront jamais ce point critique car franchir le point sonique entraînerait physiquement une onde de choc non-stationnaire, indescriptible dans le cadre d'étude envisagé ici. La vitesse  $V_\theta$ , à l'intérieur d'un disque mince ( $\varepsilon \ll 1$ ), est essentiellement verticale. Pour ne pas franchir le point sonique, il suffit donc que la matière monte suffisamment lentement au dessus du disque pour atteindre le régime de MHD idéale où l'onde sonore se transforme en une onde magnéto-sonore.

– ii) **Régime MHD idéale**

Dans le régime MHD idéale, le déterminant du système d'équations décrivant le jet possède plusieurs racines telles que (Ferreira 1994)

$$\left[ V_\theta^4 - V_\theta^2 \left( \frac{k_B T}{m_p} + V_A^2 \right) + \Gamma \frac{k_B T}{m_p} V_{Ak}^2 \right] [V_\theta^2 - V_{Ak}^2]^2 = 0 \quad (3.62)$$

où  $V_A^2 = B^2/\mu_o\rho$  et  $V_{Ak} = (\vec{B} \cdot \vec{k})/(\sqrt{\mu_o\rho}k)$ . La surface d'Alfvén est associée au cône d'angle  $\theta_A$  où  $V_\theta = \vec{u}_p \cdot \vec{k}/k = \vec{B}_p \cdot \vec{k}/k\sqrt{\mu_o\rho}$ , ce qui implique, à la surface d'Alfvén, que la vitesse poloïdale de la matière est égale à la vitesse d'Alfvén poloïdale. Ce résultat est logique, étant donné les hypothèses faites sur la SMAE. En effet, puisque la structure est axisymétrique, les ondes caractéristiques du milieu ne peuvent se propager dans la direction azimuthale. Sachant que le vecteur poloïdal de la vitesse de la matière est colinéaire au vecteur poloïdal du champ magnétique dans le régime de MHD idéale, la vitesse  $V_\theta$  est donc forcément égale à la vitesse poloïdale de la matière, à la surface d'Alfvén.

Les deux autres points critiques sont les deux ondes magnétosonores dont les surfaces critiques apparaissent quand

$$V_\theta^2 = \frac{1}{2} \left[ V_A^2 + \Gamma \frac{k_B T}{m_p} \pm \sqrt{\left[ V_A^2 + \Gamma \frac{k_B T}{m_p} \right]^2 - 4\Gamma \frac{k_B T}{m_p} V_{Ak}^2} \right] \quad (3.63)$$

Pour que la matière soit causalement déconnectée du disque, il faut que l'écoulement traverse les trois séparatrices afin que les ondes les plus rapides, les ondes magnétosonores rapides, n'aient plus le temps de retourner vers le disque et de rattraper la matière pour lui communiquer de l'information. La vitesse de ces ondes étant élevée, la matière n'atteindra la dernière surface critique que loin du disque, c'est à dire quand  $z \gg r$ . Cela impose, dans notre cadre auto-similaire, que la surface critique ne sera atteinte que si  $-u_r \sim V_{FM}$  (vitesse de l'onde magnétosonore rapide). Dans une configuration de jet, la vitesse verticale  $u_z$  est très supérieure à la vitesse radiale ; la dernière surface critique "auto-similaire" apparaîtra, par exemple, si la vitesse poloïdale de la matière est très supérieure à  $V_{FM}$ .



# Chapitre 4

## Turbulence MHD dans un disque d'accrétion et lancement de jets

### Sommaire

---

|     |   |    |
|-----|---|----|
| 3.1 | Le disque d'accrétion magnétisé . . . . .             | 43 |
| 3.2 | Le jet MHD . . . . .                                  | 50 |
| 3.3 | Résolution auto-similaire des équations MHD . . . . . | 55 |

---

Dans ce chapitre, je vais traiter du modèle de SMAE “froides”, c’est à dire des structures où l’équation d’énergie sera modélisée par une équation polytropique adiabatique. Ce premier pas vers une description complète des phénomènes magnétiques et thermiques est utile dans la mesure où il permet de poser les relations entre grandeurs du système sans considérer la présence d’énergie thermique. Ce type de structures est essentiellement piloté par le champ magnétique qui est la source d’énergie pour l’accélération de la matière dans le jet. Nous allons voir ici que toute la structure est déterminée par la configuration de la turbulence dans le disque. Le contenu de ce chapitre a fait l’objet d’un article paru dans la revue *Astronomy & Astrophysics* (Voir dans l’annexe pour la publication Casse & Ferreira (2000a)).

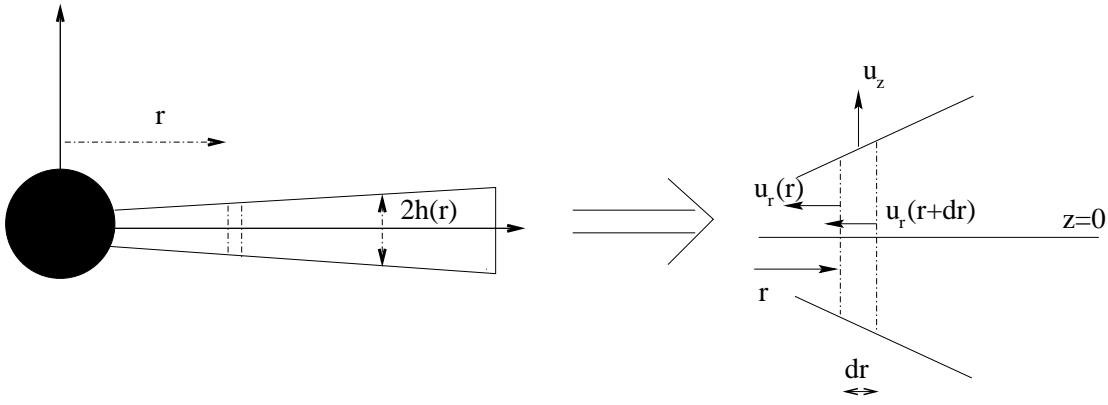
### 4.1 Paramètres décrivant le disque d'accrétion

Dans cette partie, je vais présenter tous les paramètres utiles pour décrire l’ensemble de la structure. Parmi tous ces paramètres, je vais montrer que seuls quatre d’entre eux, pour une structure supportant un jet froid, sont libres. Ces quatre paramètres sans dimension décrivent la turbulence (viscosité et diffusivités magnétiques) ainsi que l’épaisseur du disque ( $\varepsilon = h(r)/r$ ).

#### Paramètres de la turbulence

La valeur de la diffusivité magnétique poloidale, sur le plan du disque, est contrôlée par la prescription (3.53), qui définit le paramètre  $\alpha_m$  comme

$$\alpha_m = \frac{\nu_m}{V_A h} \Big|_{z=0} \tag{4.1}$$



**Fig. 4.1** – La conservation de la masse entre flux de masse accrété et flux de masse éjecté donne une relation entre le taux d'éjection et le flux de masse dans le jet (voir le texte).

L'anisotropie dans la diffusivité magnétique sera mesurée par  $\chi_m$ , défini tel que

$$\chi_m = \left( \frac{\nu_m}{\nu'_m} \right)_{z=0} \quad (4.2)$$

Si  $\chi_m$  est inférieur à l'unité, la structure dissipera d'avantage les variations du champ magnétique toroïdal que celles du champ poloidal. En effet si on fait une comparaison avec la section (2.3), on voit que la diffusivité trouvée dans l'exemple présenté dépend de  $\nu_s$ . Cette fréquence de diffusion angulaire (par rapport à la direction du champ électrique) ne prend pas en compte le mouvement d'ensemble du plasma dans le cas considéré. Ainsi il paraît raisonnable de considérer, étant donné la différence d'amplitude entre la vitesse poloidale et la vitesse azimuthale du plasma, que la diffusion angulaire est anisotrope et donc que les coefficients de diffusion magnétique le seront aussi.

La valeur de la viscosité du disque sera contrôlée par le paramètre  $\mathcal{P}_m$ , le nombre de Prandtl magnétique, défini comme

$$\mathcal{P}_m = \left( \frac{\nu_v}{\nu_m} \right)_{z=0} \quad (4.3)$$

La valeur du nombre de Prandtl magnétique est considérée comme étant de l'ordre de l'unité (Pouquet *et al.* 1976). Ce paramètre peut être relié au paramètre  $\alpha_v$  de la prescription du même nom par

$$\alpha_v = \alpha_m \mu^{1/2} \mathcal{P}_m \quad (4.4)$$

où le paramètre  $\mu = V_A^2 / C_S^2|_{z=0}$  est relié au fameux paramètre  $\beta_p$  du plasma qui mesure le rapport entre densité d'énergie thermique et densité d'énergie magnétique. La compétition entre le gradient de pression du plasma et la compression magnétique est intimement contrôlée par la valeur de  $\mu$ . De cette compétition résulte la vitesse de sortie du disque de la matière et donc du bon franchissement ou non du point magnéto-sonique lent. La valeur de  $\mu$  est donc fixée par la condition de régularité de franchissement sans discontinuité du point magnéto-sonique lent.

### Taux d'éjection

Je rappelle la définition du paramètre du taux d'éjection, qui est une mesure du flux de masse envoyée dans le jet. En effet, le paramètre  $\xi$  défini par l'équation (3.46) peut être relié au flux de masse dans le jet grâce à la conservation de la masse dans un élément de volume du disque de hauteur  $h$  et d'épaisseur  $\delta r$  (défini sur la figure (4.1)). Dans cet élément de volume, on peut récrire la conservation de la masse globale (3.47) sous une forme différentielle

$$\rho^+ u_z^+ r dr = \int_0^h [(\rho_o u_{r,o} r)_r dz - (\rho_o u_{r,o} r)_{r+dr} dz] \quad (4.5)$$

où l'indice  $+$  se rapporte à des grandeurs estimées à la surface du disque et l'indice  $o$  à des grandeurs estimées sur le plan du disque. Connaissant les variations radiales des différentes grandeurs, on peut faire un développement au premier ordre en  $dr$  pour obtenir la relation

$$\rho^+ u_z^+ = \rho_o u_o \varepsilon \xi \quad (4.6)$$

où  $u_o = -u_r(z=0)$ . Plus  $\xi$  est grand (taux d'accrétion de plus en plus décroissant en allant vers l'objet central) et plus le flux de masse éjecté est important. La densité du jet est contrôlée par cette grandeur dont la valeur sera fixée par le franchissement sans discontinuité de la surface Alfvénique.

#### Courbure magnétique et rapport des couples de freinage

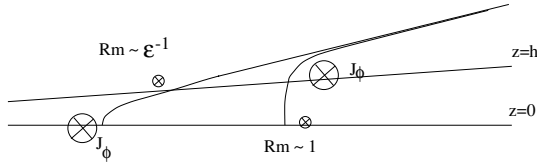
Les surfaces magnétiques sont verticales sur le plan du disque. C'est à dire que la composante radiale du champ magnétique est nulle sur le plan du disque pour une raison de symétrie. La courbure des surfaces magnétiques est, par contre, non-nulle en  $z=0$ . L'équation d'induction régissant les déformations des surfaces magnétiques (3.15) se réduit à l'égalité

$$\frac{h^2}{l^2} + \varepsilon^2 \alpha_a (2 - \alpha_a) = \varepsilon^2 \alpha_a \frac{r_o u_{r,o}}{\nu_{m,o}} = \varepsilon^2 \alpha_a \mathcal{R}_m \quad (4.7)$$

où le rayon de courbure des surfaces magnétiques est défini comme  $\partial^2 a / \partial z^2|_{z=0} = -a_o / l^2$ . On voit que le nombre de Reynolds magnétique  $\mathcal{R}_m$  est directement relié à la courbure des surfaces magnétiques : plus  $\mathcal{R}_m$  est grand et plus les lignes de champ poloidales sont courbées à l'intérieur du disque. Pour se convaincre du lien entre courbure et nombre de Reynolds magnétique, il suffit d'écrire un développement au premier ordre en  $x$  du champ magnétique radial

$$B_r(x < 1) \simeq z \left. \frac{\partial B_r}{\partial z} \right|_{z=0} = B_o \varepsilon (\mathcal{R}_m + \alpha_a - 2) \frac{z}{h} \quad (4.8)$$

qui n'a une réelle validité qu'à l'intérieur du disque. Nous avons vu, dans la section traitant de l'invariant de Bernoulli, qu'un jet "froid" doit voir ses lignes de champ inclinées d'au moins  $30^\circ$  par rapport à la verticale. Une courbure naturelle de ce genre de structures est telle que  $B_r \sim B_z$  à l'intérieur du disque, vers la surface : cela se traduit par  $\mathcal{R}_m \sim \varepsilon^{-1}$  ( $\mathcal{R}_m$  est donc d'autant plus grand que le disque est mince). Ce type de courbure dans le disque a été choisi pour les premières solutions de jets trans-alfvéniques issues d'un disque (Ferreira & Pelletier 1995).



**Fig. 4.2** – Emplacement de la source polaire de courant toroïdale  $J_\phi$  pour différentes courbures magnétiques.

la source de courant toroïdal se trouve sur le plan du disque.

La condition *sine qua non* pour que la structure puisse lancer un jet est que dans le jet, la matière doit être accélérée par le couple magnétique afin que le moment cinétique stocké dans le champ magnétique soit restitué à la matière. Ce couple magnétique doit donc changer de signe entre le disque et le jet. Si l'on regarde quel courant contrôle le couple, on voit que le courant radial doit avoir un comportement bien particulier. Comme le montre l'équation (4.9)

$$(\vec{J} \times \vec{B}) \cdot \vec{e}_\phi = J_r B_z - J_z B_r \quad (4.9)$$

le courant radial doit tendre vers 0 à la surface du disque ( $J_r$  est proportionnel à la vitesse radiale qui change de signe à la surface). Pour regarder plus en détails le comportement du courant radial, je vais considérer l'équation intégrale issue de l'équation d'induction (3.16) et qui donne la valeur du courant radial à une altitude  $z$  dans le disque

$$\eta'_m J_r = \eta'_o J_o + r \int_0^z \vec{B}_p \cdot \vec{\nabla} \Omega dz - B_\phi u_z \quad (4.10)$$

où le dernier terme peut être négligé dans les disques minces (car  $\Omega h \gg u_z$  à l'intérieur du disque). La variation de courant radial est donc contrôlée par la rotation différentielle du disque. La contribution de la dérivée verticale de  $\Omega$  ne peut être plus grande que la dérivée radiale. En effet si l'on considère la relation (3.25) en sachant que la vitesse de rotation des surfaces magnétiques  $\Omega_*$  est proche de la vitesse de rotation de la matière sur le plan du disque, on montre que la vitesse angulaire de la matière à la surface du disque est

$$\Omega^+ \simeq \Omega_o + \frac{\sqrt{\mu_o \rho_A} B_\phi^+}{\mu_o \rho^+ r} \quad (4.11)$$

où le second terme peut se récrire comme

$$\frac{\sqrt{\mu_o \rho_A} |B_\phi^+|}{\mu_o \rho^+ r} \leq \frac{B_o}{r \sqrt{\mu_o \rho_o}} \sqrt{\frac{\rho_o \rho_A}{\rho^{+2}}} \sim \Omega_K \varepsilon \sqrt{\frac{\rho_o \rho_A}{\rho^{+2}}} \quad (4.12)$$

où l'on a supposé que  $B_\phi^+ \leq B_o$ , ce qui correspond à la condition  $\mu \sim 1$ . Le rapport  $\rho_o \rho_A / \rho^{+2}$  est inférieur à l'unité car dans un scénario de jets magnéto-centrifuges le jet a besoin de s'évaser pour accélérer la matière. Il me semble alors évident que la dilution de matière la plus forte se passe dans le jet. Dans cette hypothèse, on obtient que  $\Omega^+$  est très proche de  $\Omega_o$  et donc que  $\partial \Omega / \partial z < \partial \Omega / \partial r$ .

Si le nombre de Reynolds magnétique est de l'ordre de l'unité, une courbure avec des lignes de champ raides dans le disque est réalisée. Mais pour satisfaire au critère des jets froids, la structure doit générer une forte composante radiale du champ magnétique à la surface du disque, entraînant une forte source de courant toroïdal  $J_\phi$  vers la surface. Dans la topologie où  $\mathcal{R}_m \sim \varepsilon^{-1}$ ,



En estimant les deux contributions au sein de l'intégrale dans l'équation (4.10) et en minorant le rapport par l'unité grâce au raisonnement précédent, on arrive à

$$\frac{\int_0^z B_r \frac{\partial \Omega}{\partial r} dz}{\int_0^z B_z \frac{\partial \Omega}{\partial z} dz} \simeq \frac{3 \langle B_r \rangle \Omega_o \varepsilon}{B_o (\Omega_o - \Omega^+)} \geq 1 \quad (4.13)$$

Un jet issu d'un disque s'évasant toujours (bras de levier minimal pour invariant de Bernoulli positif), on obtient toujours que la valeur moyenne du champ radial à la surface du disque est  $\langle B_r \rangle \sim B_o$ . L'écart entre la rotation de la matière sur le plan du disque et à la surface, respecte la relation suivante

$$\Omega_o - \Omega^+ \leq \frac{3}{2} \varepsilon \Omega_o \quad (4.14)$$

En utilisant le développement de  $B_r$  (4.8), on obtient que

$$\eta_m^+ J_r^+ \simeq \eta_o' J_o - \frac{3}{4} \Omega_o B_o \varepsilon (\mathcal{R}_m + \alpha_a - 2) \frac{z^2}{h} + B_o r (\Omega^+ - \Omega_o) \quad (4.15)$$

ce qui, compte tenu des considérations faites précédemment, peut s'écrire à la surface du disque ( $z = h$ )

$$\frac{\eta_m^+ J_r^+}{\eta_o' J_o} \geq 1 - \frac{3 \Omega_o B_o r}{2 \eta_o' J_o} ([\mathcal{R}_m + \alpha_a - 2] \varepsilon^2 + \varepsilon) \quad (4.16)$$

Le dernier pas à franchir est d'utiliser l'équilibre azimuthal de la structure sur le plan du disque pour obtenir

$$\frac{1}{J_o} = \frac{2 B_o (1 + \Lambda)}{\rho_o u_o \Omega_o \Lambda} \quad (4.17)$$

où le paramètre  $\Lambda$  mesure le rapport du couple magnétique sur le couple visqueux sur le plan du disque

$$\Lambda = \left| \frac{(\vec{J} \times \vec{B}) \cdot \vec{e}_\phi}{\vec{\nabla} \cdot \vec{\tau} \cdot \vec{e}_\phi} \right|_{z=0} \quad (4.18)$$

Le nombre de Reynolds magnétique ne peut être, sur le plan du disque, plus grand que  $\mathcal{R}_m \sim \varepsilon^{-1}$  (sinon le champ magnétique radial écrasera le disque). Il est donc évident que l'on aura toujours  $(\mathcal{R}_m + \alpha_a - 2) \varepsilon^2 + \varepsilon \simeq \varepsilon$ . Le premier membre de l'équation (4.16) devant être nul à la surface du disque, on doit donc toujours avoir

$$\Lambda \simeq \frac{3 \chi_m (1 + \Lambda)}{\alpha_m^2 \varepsilon \mathcal{R}_m} \quad (4.19)$$

qui est un premier lien entre le rapport des couples  $\Lambda$  et le nombre de Reynolds magnétique  $\mathcal{R}_m$ . Un autre lien entre ces deux grandeurs émane de la conservation du moment angulaire écrit sur le plan du disque et qui donne (en se souvenant que  $\tau_{oe} = \alpha_v P_e$ )

$$\mathcal{R}_m = (1 + \Lambda) \mathcal{P}_m \quad (4.20)$$

ce qui nous permet d'obtenir la relation très importante d'existence d'un jet

$$\Lambda \simeq \frac{3 \chi_m}{\alpha_m^2 \varepsilon \mathcal{P}_m} \quad (4.21)$$

Ainsi la courbure initiale des lignes de champ et le rapport des couples dépendent directement de la configuration de la turbulence. Dans d'autres solutions trans-alfvéniennes existantes dans la littérature (obtenues par Ferreira (1997)), la courbure des lignes de champ magnétique poloïdales était telle que  $\Lambda \sim \varepsilon^{-1}$ . Dans toutes les études menées précédemment, le couple visqueux était toujours négligé. Nous verrons dans la suite que cette restriction réduit considérablement la variété de jets possibles.

### Nombre de Mach sonique

La vitesse du flot d'accrétion sur le plan du disque est caractérisée par le nombre de Mach sonique  $m_s$

$$m_s = \frac{u_o}{\Omega_K h} = \alpha_v \varepsilon (1 + \Lambda) \quad (4.22)$$

Un disque subsonique demandera une contrainte telle que  $\alpha_v < 1/\varepsilon(1 + \Lambda)$ . Cette contrainte, dans le cadre de la courbure  $\mathcal{R}_m \sim \varepsilon^{-1}$  revient à avoir  $\alpha_v < 1$ .

### Ecart à la rotation képlérienne

La vitesse angulaire de rotation de la matière sur le plan du disque, donnée par l'équilibre radial du disque et mesurée par le paramètre  $\delta$  défini comme

$$\frac{\Omega_o}{\Omega_K} = \delta = \left( 1 - \varepsilon^2 \left[ \frac{m_s^2}{2} + 2(2 - \alpha_a) + \mu \mathcal{R}_m \right] \right)^{1/2} \quad (4.23)$$

nous montre que la matière tourne moins vite que la vitesse képlérienne. Ceci est complètement normal du moment que la matière accrète vers l'objet central, la vitesse de Kepler représentant la vitesse où la force centrifuge compense la force de gravité. Dans le lien ci-dessus, on voit également que l'écart à la rotation képlérienne est d'autant plus faible que le disque est mince. Ceci est bien évidemment dû au fait que le disque doit être subsonique pour rester stationnaire et que la vitesse du son dans le disque est proportionnelle à son épaisseur.

### Torsion des lignes de champ

Comment mesurer la quantité de moment cinétique stocké dans le champ magnétique sous la forme de la composante azimuthale de ce dernier ? En connaissant la dérivée de  $B_\phi$  sur le plan du disque, on peut faire une estimation de son ordre de grandeur par un développement au premier ordre en  $z$ . Le paramètre  $q$  défini comme

$$q = - \frac{h}{B_o} \frac{\partial B_\phi}{\partial z} \Big|_{z=0} \quad (4.24)$$

est relié aux autres paramètres par l'équilibre azimuthal

$$q = \frac{\alpha_m}{2} \mathcal{R}_m \varepsilon \delta \mu^{-1/2} \frac{\Lambda}{1 + \Lambda} \quad (4.25)$$

La valeur du champ magnétique toroïdal à la surface sera donc  $B_\phi^+ \sim q B_o$ . On voit ainsi que la quantité de moment angulaire emporté par le jet est directement proportionnelle au rapport des couples  $\Lambda$  : plus le couple magnétique domine le couple visqueux, plus le moment cinétique du disque sera emporté par le jet.

## 4.2 Liens entre turbulence et géométrie du jet

Cette section est dévolue aux relations existant entre la forme et les caractéristiques du jet avec la turbulence caractérisant le disque d'accrétion sous-jacent.

### 4.2.1 Bras de levier magnétique

Considérons tout d'abord le rapport  $\sigma$  entre le flux de Poynting MHD et l'énergie cinétique de la matière

$$\sigma^+ = - \frac{2\Omega_* r B_\phi B_p}{\mu_o \rho u^2 u_p} \Big|_{z=h} = 2(\lambda - 1) \quad (4.26)$$

qui, au dessus du disque, à la transition entre les régimes MHD et en utilisant la relation (4.6) et l'équilibre azimuthal, donne

$$\sigma^+ \simeq \frac{1}{\xi} \left| \frac{B_\phi^+}{qB_o} \right| \frac{\Lambda}{1 + \Lambda} \quad (4.27)$$

On obtient ainsi la valeur du bras de levier magnétique qui caractérise l'évasement du jet. Ce bras de levier est inversement proportionnel au taux d'éjection

$$\lambda \simeq 1 + \frac{1}{2\xi} \left| \frac{B_\phi^+}{qB_o} \right| \frac{\Lambda}{1 + \Lambda} \quad (4.28)$$

ce qui n'est rien de plus qu'une traduction de la conservation de la masse. Comme je l'ai montré dans la section précédente, le rapport des couples  $\Lambda$  est entièrement déterminé par la configuration de la turbulence alors que l'indice d'éjection  $\xi$  est fixé par la condition de régularité au point d'Alfvén. Malheureusement, il n'y a aucune relation simple qui donne une idée de  $\xi$  pour une configuration de turbulence donnée. Un moyen simple d'écrire la condition de régularité est de prendre en compte la définition de  $g$  qui, je le rappelle, est l'écart entre vitesse angulaire de la matière et vitesse angulaire de rotation des surfaces magnétiques  $\Omega_* = \Omega(1 - g)$ . En suivant Pelletier & Pudritz (1992), on a

$$g = \frac{m^2}{m^2 - 1} \left( 1 - \frac{r_A^2}{r^2} \right) \quad (4.29)$$

où le nombre de Mach alfvénique  $m^2 = \rho_A/\rho$ . La valeur de  $g$  à la surface d'Alfvén doit être finie, ce qui implique que la relation ci-dessus doit être dérivable au point critique. Le gradient de l'expression du dessus ne sera pas infini au point d'Alfvén si et seulement si

$$\vec{\nabla}(\ln \rho) \Big|_A = \vec{\nabla}(\ln \rho_A) + \frac{2}{g_A r_A} [\vec{\nabla}(r_A) - \vec{e}_r] \quad (4.30)$$

Cette égalité vectorielle ne permet pas de tirer de lien univoque entre  $\xi$  et les coefficients de transport du disque. Il faut donc se résoudre à faire une approche à tâtons afin de déterminer l'espace de paramètres possible pour le lancement des jets.

### 4.2.2 Flux de masse dans le jet

L'évasement du jet et sa densité sont intimement liés par la conservation de la masse et par la relation démontrant que la vitesse poloïdale est parallèle au champ magnétique poloïdal. En considérant la définition de l'invariant MHD  $\Omega_* r_A^2$ , on montre qu'à la transition entre les deux régimes, on peut écrire que

$$\kappa = \frac{1}{\lambda - 1} \left| \frac{B_\phi^+}{B_o} \right| \quad (4.31)$$

ce qui donne directement le lien  $\kappa = \alpha_m \mathcal{R}_m \varepsilon \delta \xi \mu^{1/2}$ . Les valeurs des paramètres présents dans cette relation étant tous plus ou moins proches de l'unité (sauf  $\xi$  et  $\mathcal{R}_m \varepsilon \leq 1$ ),  $\kappa$  sera une borne inférieure du pourcentage de matière partie dans le jet par rapport à la matière accrétée sur l'objet central.

### 4.2.3 Rotation des surfaces magnétiques

Le dernier paramètre décrivant le jet est le paramètre de rotation des surfaces magnétiques  $\omega_A$ . En retravaillant sa définition (3.39), on arrive très facilement à obtenir que

$$\omega_A = \kappa \lambda^{1/2} \sqrt{\frac{\Omega_*}{\Omega_o}} \frac{B_o}{B_{p,A}} \quad (4.32)$$

où  $B_{p,A}$  est la valeur du champ magnétique poloïdale à la surface d'Alfvén. La dilution du flux magnétique dans le jet et surtout à la surface d'Alfvén, dépend fortement de la forme de cette dernière. Dans le cadre auto-similaire, le rapport  $r_A/r_o$  est identique pour toutes les surfaces magnétiques, ce qui nous indique que la surface d'Alfvén est conique avec un angle d'ouverture du cône  $\psi_A$  défini comme  $\tan \psi_A = z_A/r_A$ . On obtient ainsi

$$\omega_A = \kappa \sqrt{\frac{\Omega_o}{\Omega_*}} \lambda^3 \frac{\sin(\psi_A - \theta_A)}{\sin \theta_A} \quad (4.33)$$

où l'angle  $\theta_A$  est défini sur la figure (4.3). Si l'on fait l'hypothèse que la mesure de  $B_\phi^+$  est donnée par l'expression  $qB_o$ , l'expression du paramètre de rotation des surfaces magnétiques peut alors se réduire à

$$\omega_A \sim \alpha_v \varepsilon \Lambda \frac{\lambda^{3/2}}{\lambda - 1} \frac{\sin(\psi_A - \theta_A)}{\sin \psi_A} \quad (4.34)$$

J'ai montré dans le chapitre précédent que la condition trans-alfvénique pour un jet froid est  $\omega_A > 1$ . Cette condition, appliquée à la relation (4.34), nous indique que le rapport des couples de freinage doit alors être supérieur à une valeur critique

$$\Lambda > \Lambda_c \sim \frac{\lambda - 1}{\lambda^{3/2}} \frac{1}{\alpha_v \varepsilon} \quad (4.35)$$

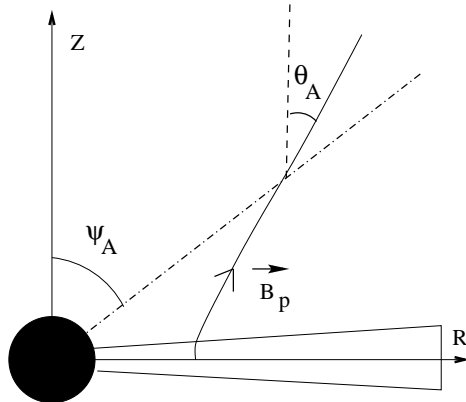


Fig. 4.3 – Surface d'Alfvén dans le cadre

L'obtention de cette valeur critique est possible grâce au fait que l'angle  $\theta_A$  (angle que fait la surface magnétique avec la verticale au point d'Alfvén) est toujours inférieur à l'angle  $\psi_A$ . Si cette condition n'était pas remplie, la matière ne franchirait pas la surface critique. Que représente cette condition pour

la structure ? Tout simplement que pour une quantité donnée de matière présente dans le jet, il faut un minimum d'énergie pour propulser cette dernière au delà de la surface d'Alfvén. En effet, si  $\Lambda$  est inférieur à cette valeur limite, le transport par viscosité du moment cinétique ne laissera ne permettra pas la création d'un flux de Poynting suffisant pour nourrir le jet.

Un disque d'accrétion "quasi-standard" ( $\Lambda \ll 1$ ) peut-il être obtenu dans notre contexte ? La condition sur le rapport des couples nous indique que c'est possible à condition que

$$\Lambda \ll 1 \Rightarrow \begin{cases} \lambda \gg \varepsilon^{-2} \text{ avec } \alpha_v < 1 & (1) \\ \text{ou alors} \\ \alpha_v \gg \varepsilon^{-1} & (2) \end{cases}$$

On peut tout de suite voir que la condition (2) n'est pas physiquement acceptable (disque supersonique et taille des structures turbulentes à l'intérieur du disque bien supérieure à l'épaisseur du disque mince). La première condition n'est à priori pas impossible mais elle nécessite une configuration de jet assez spéciale. En effet, le bras de levier magnétique doit être d'autant plus grand que le disque est mince. Un bras de levier si grand donnera un jet très dilué avec une très grande vitesse asymptotique. De plus, l'énorme courbure de la surface magnétique à la surface du disque donnera un pincement magnétique du disque qui peut empêcher la matière de quitter le disque si le gradient vertical de pression thermique ne compense cette force de compression. En dehors de l'hypothèse des surfaces d'Alfvén coniques, la condition d'existence du jet (4.21) nous indique qu'une structure quasi-standard nécessite une configuration de la turbulence telle que

$$\chi_m \ll \varepsilon \Rightarrow \nu_m \ll \nu'_m \varepsilon \quad (4.36)$$

Ce type de configuration semble assez difficile à obtenir dans le cas des disques minces car l'anisotropie ainsi requise est très grande.

Avant de présenter le résultat des simulations numériques dans la prochaine section, je vais conclure ce paragraphe en réécrivant une dernière fois la relation (4.33) et en faisant apparaître le nombre de Mach sonique de l'écoulement radial sur le plan du disque

$$\omega_A \sim m_s \frac{\Lambda}{1 + \Lambda} \frac{\lambda^{3/2}}{\lambda - 1} \frac{\sin(\psi_A - \theta_A)}{\sin \psi_A} \quad (4.37)$$

où le paramètre symbolisant le jet,  $\omega_A$ , dépend du mouvement d'accrétion  $m_s$  et de l'importance relative de chacun des couples de freinage ( $\Lambda$ ). Je rappelle ici que les résultats précédents portant sur le paramètre de rotation des surfaces magnétiques ne sont valides que dans le

cas où la surface d’Alfvén est conique et en dehors de toute hypothèse d’auto-similarité du système. Ce type de forme conique pour la surface d’Alfvén a aussi été trouvé dans des simulations à deux dimensions de jet MHD (Krasnopolsky *et al.* 1999; Sakurai 1987). Cette configuration conique semble être naturelle lorsque que le jet est émis depuis une surface étendue du disque d’accrétion.

### Cas du Vent X

Le vent X, modèle proposé par Shu *et al.* (1994), est un scénario qui décrit l’interaction entre la magnétosphère d’une étoile jeune et le disque d’accrétion l’entourant.

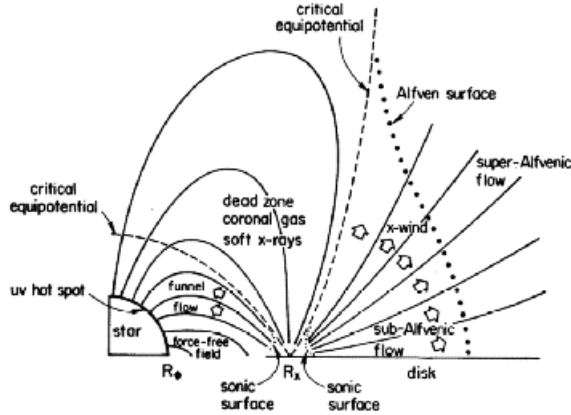


Fig. 4.4 – Schéma décrivant le modèle du vent X (d’après Shu *et al.* (1994))

Un vent, issu d’une petite région du disque d’accrétion située derrière un point X ( nommé ainsi à cause de la configuration du champ magnétique), est en expansion libre au dessus du disque d’accrétion (voir figure (4.4)). La forme de la surface d’Alfvén obtenue par les auteurs (Najita & Shu 1994) s’apparente à une sphère dont le centre est le point X lui-même. En reprenant l’équation (4.33), qui est valide pour tous types de jets et vents froids stationnaires, on arrive à

$$\omega_A \simeq \kappa \frac{\lambda^{3/2}}{\varepsilon^2 \sin^2 \theta_A} \frac{B_o}{B^+} \quad (4.38)$$

ce qui permet d’obtenir un écoulement super-alfvénique avec des bras de levier beaucoup plus petits que dans le cas des SMAE. Des bras de levier magnétiques plus petits correspondent soit à un indice d’éjection  $\xi$  beaucoup plus grand, soit à un rapport des couples de freinage beaucoup plus petit (voir équation (4.28)). Ce modèle semble donc plus à même de fournir des solutions d’écoulement magnétisés issus de disques “quasi-standard”. Toutefois, le modèle du vent X n’explique pas et surtout n’estime pas le réalisme d’une configuration magnétique telle que celle utilisée dans le disque. Il se pourrait que la très forte courbure des lignes de champ magnétique poloidale au dessus du disque empêche la matière de quitter le disque. Par ce simple exemple, je voulais simplement illustrer que la géométrie magnétique et la forme de la surface d’Alfvén ont de puissantes répercussions sur les possibilités de tel ou tel modèle.

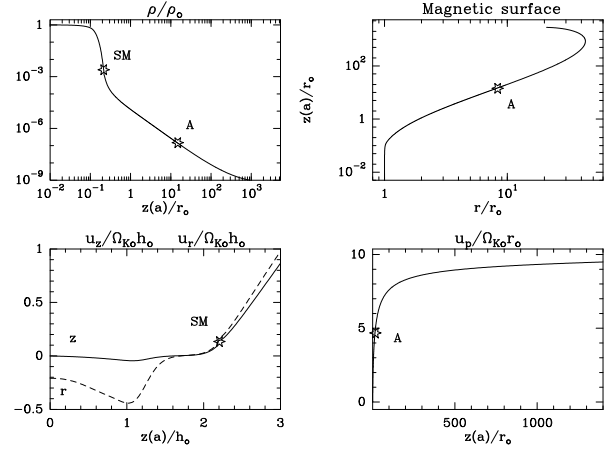
## 4.3 Simulation numérique et espace de paramètres

Je présenterai dans cette section le résultat des simulations numériques que j’ai effectuées pour obtenir des structures “mixtes”, c’est à dire des disques d’accrétion visqueux et résistifs lançant des jets MHD froids.

La définition d'un jet froid est un écoulement MHD où l'enthalpie ne joue pas de rôle dans la dynamique du système. L'équation polytropique la plus propice à ceci est celle représentant des surfaces magnétiques adiabatiques

$$P = K(a)\rho^\gamma \quad (4.39)$$

où l'indice  $\gamma$  est le rapport des chaleurs spécifiques du plasma  $\gamma = C_P/C_V$ . Dans le cas d'un plasma monoatomique, ce coefficient est égal à  $5/3$  (Landau & Lifchitz 1954). Je choisirai cette valeur pour l'équation polytropique (4.39). La fonction  $K(a)$  est libre et doit respecter la forme auto-similaire de l'équation. Cette fonction s'écrira alors  $K \propto (r/r_e)^{\alpha_K}$ . Je vais dans un premier temps montrer en détails une solution numérique de SMAE mixte et froide et dans un second temps donner un aperçu de l'espace de paramètres libres pouvant lancer un jet MHD.



**Fig. 4.5** – Différentes grandeurs d'une SMAE adiabatique et mixte ( $\Lambda = 1.29$ ) représentées le long d'une surface magnétique ( $z(a)/r_0$ ). Les vitesses radiales et verticales sont normalisées par rapport à la vitesse du son alors que la vitesse polôidale est normalisée par rapport à la vitesse de rotation de la matière au pied de la surface magnétique. Les étoiles représentent les points critiques rencontrés et franchis par l'écoulement (SM : magnétosonique lent et A : Alfvén).

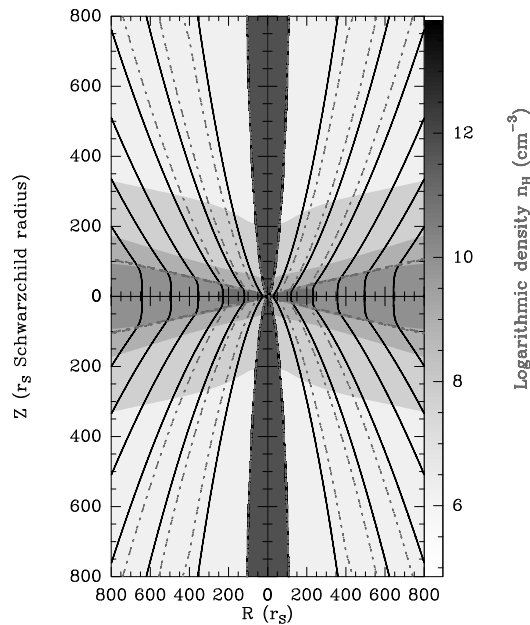
### 4.3.1 Une solution "froide" de SMAE mixte typique

En adoptant l'équation polytropique précédente, j'ai réalisé un grand nombre de simulations numériques de jets divers et variés. Parmi ces jets, je vais montrer en détails une simulation d'une structure froide et mixte. Le jeu de paramètres libres de cette solution est  $(\alpha_m, \chi_m, \mathcal{P}_m, \varepsilon) = (1.8, 0.139, 1, 0.1)$ . Le rapport des couples est alors, en vertu de la relation (4.20), égal à 1.29 et le nombre de Reynolds magnétique  $\mathcal{R}_m$  est de 2.29 sur le plan du disque. Une telle structure a donc presque une équipartition entre le transfert vertical de moment cinétique et le transfert radial de moment cinétique.

A l'intérieur du disque, les composantes radiale et verticale de la vitesse sont négatives. La matière est alors accrétée vers l'objet central tout en convergeant doucement vers le plan du disque. La transition entre accrétion et éjection se produit à la surface du disque, où tous les termes dynamiques sont comparables. A la surface du disque, la décroissance de la densité ( $\rho^+ \sim \varepsilon\rho_0$ ) va de pair avec une vitesse verticale d'éjection (voir Eq.(4.6))

$$u_z^+ \simeq u_o\xi \quad (4.40)$$

La faible valeur de  $\xi$  dans cette solution ( $\xi = 6.10^{-3}$ ) explique le profil de cette vitesse verticale qui est quasiment plat et égal à zéro. Le bras de levier magnétique de cette solution



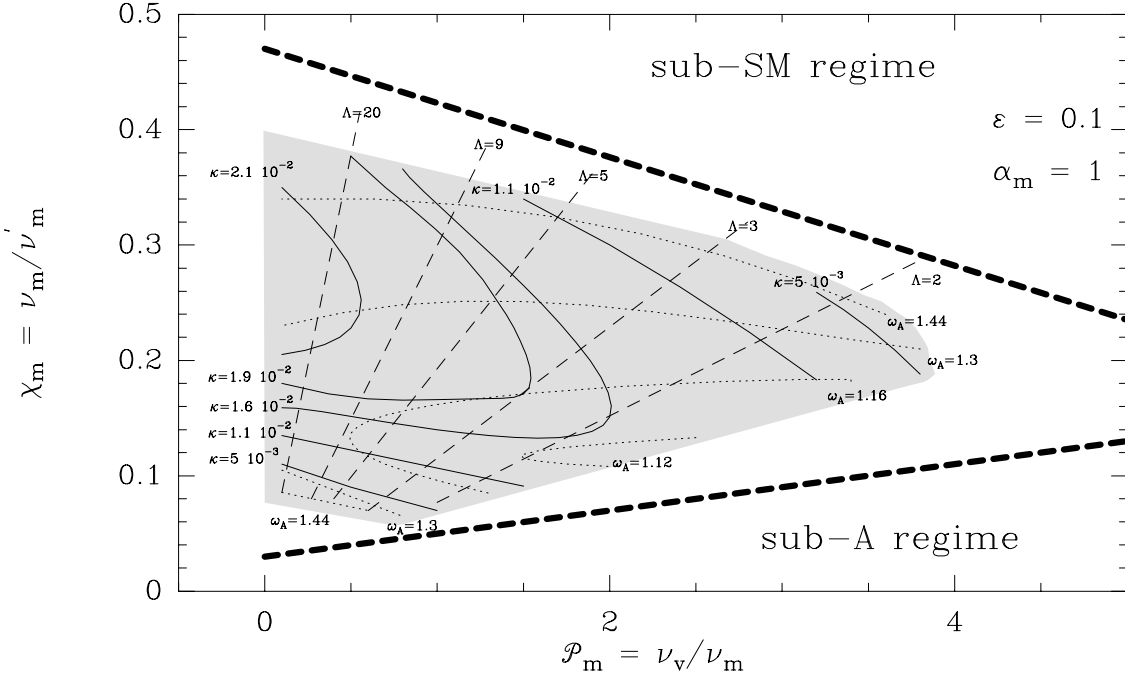
**Fig. 4.6** – Coupe poloïdale d’une SMAE mixte ( $\Lambda \sim 1.29$ ) en densité (dégradés de gris), champ magnétique (lignes pleines) et lignes d’écoulement (lignes pointillées). L’objet central est ici un trou noir supermassif de  $10^8 M_\odot$  et le taux d’accrétion sur le bord externe est  $\dot{M}_{ae} = 10^{-1} M_\odot / yr$ . Le disque dense et résistif voit les lignes d’écoulement poloïdale traverser les surfaces magnétiques tandis que vers la surface, aidée par le gradient vertical de pression thermique, la matière sort lentement du disque pour atteindre le jet MHD idéale où la matière se retrouve collée aux surfaces magnétiques.

est de  $\lambda = 65$ . Si l’on compare la vitesse asymptotique avec la vitesse maximale que peut donner la SMAE, on voit sur la figure (4.5) que l’écoulement a atteint sa vitesse terminale  $u_{p,\infty} \simeq 9.6\Omega_o r_o$  (inférieur à  $u_{p,max} = \Omega_o r_o \sqrt{2\lambda - 3} = 11.27\Omega_o r_o$ ). La transition accrétion vers éjection se produit dans des couches supérieures du disque qui sont encore résistives et visqueuses. Dans ces couches, le couple magnétique accélère le plasma azimuthalement. Au dessus de la surface du disque, la décroissance des coefficients de transports et la force de Lorentz elle-même obligent la matière à s’écouler le long des surfaces magnétiques. Une fois complètement établi le régime de MHD idéal, l’écoulement rencontre le premier point critique (magnéto-sonique lent, SM). Dans la figure (4.6), représentant toujours la même solution, on peut voir les surfaces magnétiques quasiment verticales à l’intérieur du disque. Le nombre de Reynolds magnétique sur le plan du disque de cette SMAE est  $\mathcal{R}_m = 2.29$ , ce qui est très éloigné de la courbure  $\mathcal{R}_m \sim \varepsilon^{-1} = 10$ . Néanmoins, les surfaces magnétiques sont inclinées de plus de  $30^\circ$  à la surface du disque, ce qui dénote la présence d’un fort courant toroïdal à sa surface (apparaissant aussi via la bosse dans la courbe de la vitesse radiale).

### 4.3.2 Espace de paramètre de jets adiabatiques venant d’un disque képlérien

La problématique de l’espace de paramètres est qu’il est à quatre dimensions. Explorer une telle structure serait un travail de très longue haleine. Ce travail, je ne l’ai abordé qu’à titre



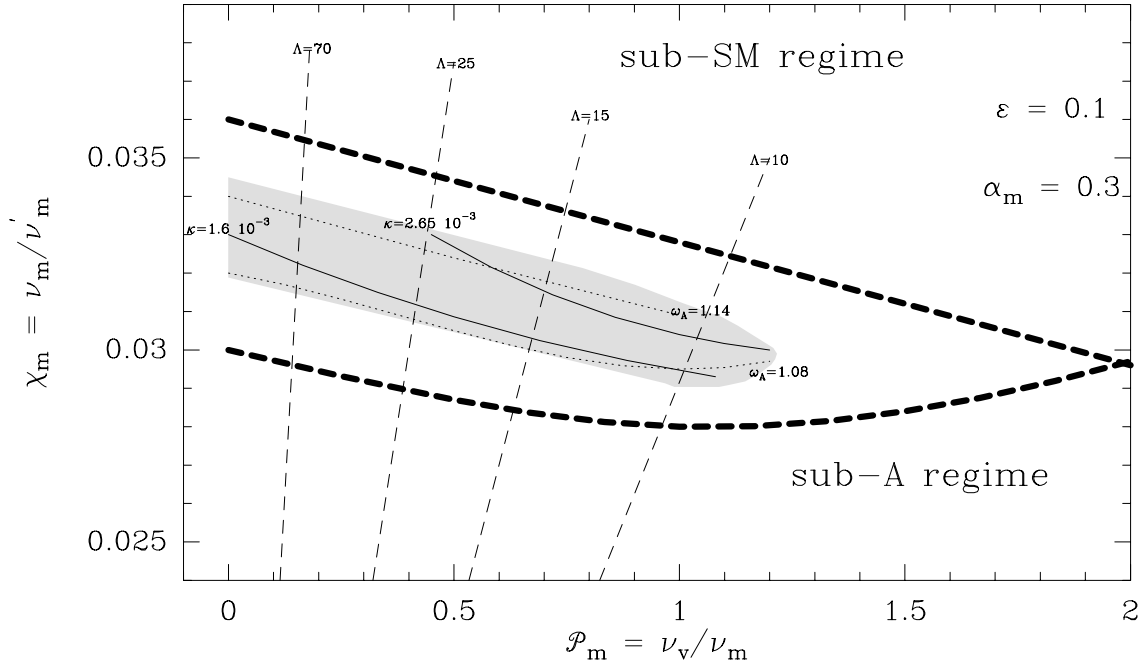


**Fig. 4.7** – Espaces de paramètres de SMAE froides et non-relativistes avec  $\alpha_m = 1$  et  $\varepsilon = 0.1$ . Les lignes pointillées et épaisses correspondent aux contraintes de lancement explicitées dans le texte alors que la partie grisée correspond aux endroits où des solutions numériques trans-alfvéniqes ont été trouvées. Les lignes pleines et en pointillées dans la zone grisée représentent les niveaux des paramètres de jets  $\kappa$  et  $\omega_A$  respectivement.

illustratif pour montrer les contraintes existantes pour la création de jets depuis un disque képlérien. Parmi le jeu de paramètres libres, l'épaisseur du disque est peut-être celui qui est le plus contraint. En effet, d'après des observations dans les divers systèmes, beaucoup de SMAE semblent avoir un disque d'accrétion mince. Je fixerai donc arbitrairement la valeur de  $\varepsilon = 0.1$  pour la suite. Le reste des paramètres que sont  $\alpha_m$ ,  $\mathcal{P}_m$  et  $\chi_m$  est libre. Pour plus de clarté, je présente ici deux espaces de paramètres où le niveau de la diffusivité poloidale est fixé (voir figures (4.7) et (4.8)). Les solutions trans-alfvéniqes sont dans la partie grisée de chaque figure. Les contraintes existant sur la production de jets MHD froids sont au nombre de deux. La première est que la matière du disque puisse quitter ce dernier pour atteindre le jet. Ceci est possible si le gradient vertical de pression thermique peut contrebalancer la compression magnétique exercée par le champ magnétique sur le disque. Le disque devant être proche de l'équipartition ( $P_o \sim B_o^2 / \mu_o$ ) pour vérifier la première contrainte, on peut écrire que

$$h \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{B_r^2 + B_\phi^2}{2B_o^2} \right) \simeq \mathcal{R}_m^2 \varepsilon^2 \frac{z}{h} \left( 1 + \frac{\alpha_m^2 \Lambda^2}{4\mu(1 + \Lambda)^2} \right) \leq 2 \quad (4.41)$$

où j'ai simplement fait l'hypothèse que chaque composante du champ magnétique doit être inférieure ou égale à la pression thermique (et donc aussi à  $B_o$ ). En exprimant tous les



**Fig. 4.8** – Même figure que la figure (4.7) mais pour des paramètres fixés tels que  $\alpha_m = 0.3$  et  $\varepsilon = 0.1$ . Avec ce niveau de turbulence, aucune solution mixte n’a pu être trouvée.

paramètres en termes de paramètres libres, on obtient l’inégalité suivante

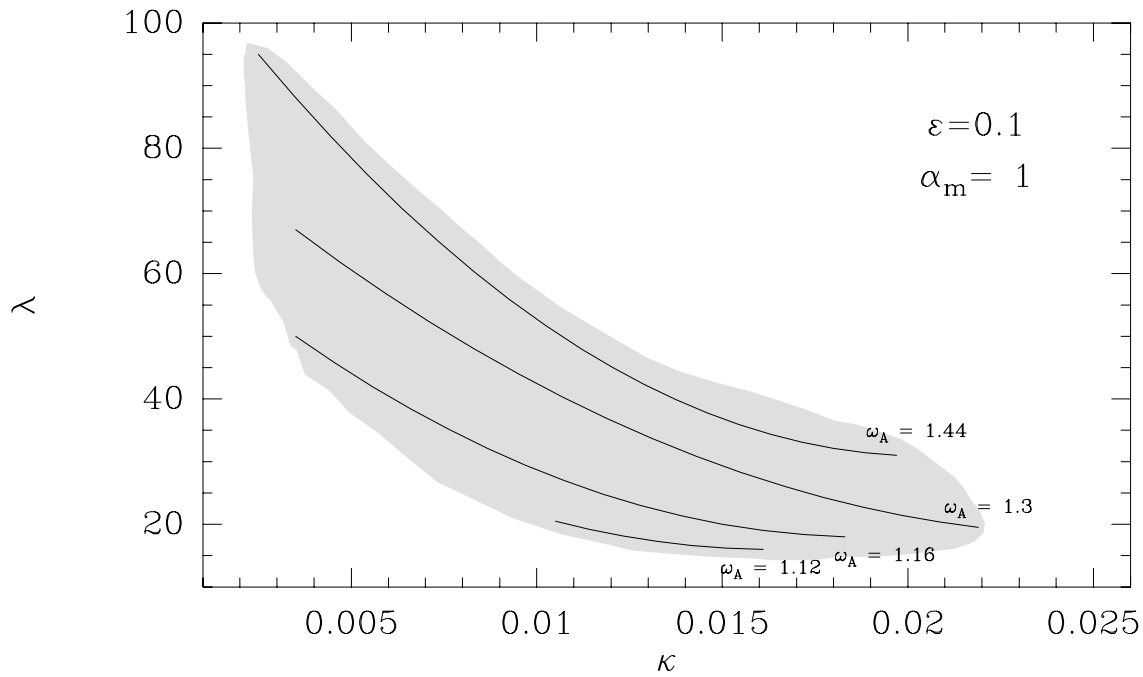
$$\chi_m \leq \frac{\alpha_m^2}{3}(\sqrt{2} - \mathcal{P}_m \varepsilon) \quad (4.42)$$

qui est symbolisée par la grosse ligne pointillée en haut sur les figures (4.7) et (4.8). Comme on peut le voir, cette contrainte est assez bien vérifiée, le bord de la surface grisée étant quasiment parallèle à cette dernière. J’ai indiqué “Régime sub-SM” dans la partie supérieure à la première contrainte car dans cette zone, la matière ne pouvant pas sortir du disque, elle n’atteint jamais le point magnéto-sonique lent.

La deuxième contrainte émerge de la nécessité pour le jet froid d’avoir suffisamment d’énergie (donc de moment cinétique stocké dans le champ magnétique) pour permettre à la matière d’atteindre la surface d’Alfvén. Cette contrainte peut se résumer dans le cas des jets froids à la condition  $\omega_A > 1$ . En utilisant la relation (4.34) qui définit le paramètre de rotation des surfaces magnétiques, on arrive à une inégalité telle que

$$\chi_m \left( \chi_m^2 - \frac{8\xi\mu}{9\delta}\alpha_m^2 \right) > \frac{8\alpha_m^4\xi\mu\varepsilon}{27\delta}\mathcal{P}_m \quad (4.43)$$

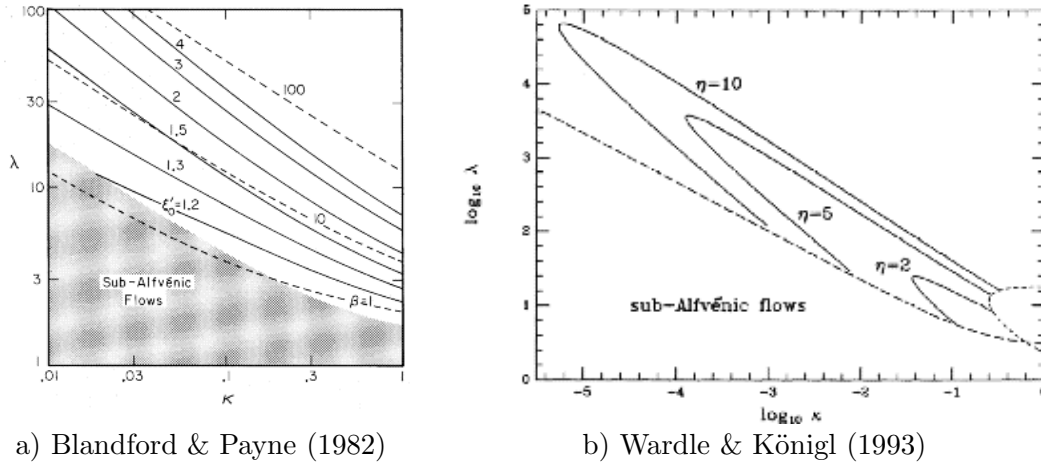
qui est représentée par la ligne pointillée épaisse en bas des figures (4.7) et (4.8). Cette contrainte dépend beaucoup de la valeur de  $\varepsilon$  et surtout de  $\alpha_m$ , ce qui explique la différence de forme entre les deux espaces de paramètres. Ces deux contraintes tendent à se rapprocher à mesure qu’on diminue le niveau de la turbulence  $\alpha_m$ . L’interprétation physique de ce phénomène est simple. Si le niveau de turbulence s’affaiblit ( $\alpha_m$  décroissant), le couple magnétique ne stocke pas assez de moment cinétique pour amener la matière du jet jusqu’à



**Fig. 4.9** – Espaces de paramètres de jets ( $\kappa$  et  $\lambda$ ) relatif à l’espace de paramètres de turbulence de la figure (4.7).

la surface d’Alfvén ( $\alpha_m \propto q \propto B_\phi^+$ , voire relation (4.25)). Il faut donc diminuer la quantité de matière dans le jet pour continuer à obtenir des écoulements trans-alfvéniqes. Diminuer la quantité de matière revient à faire diminuer  $\kappa$  donc à augmenter  $\lambda$  pour le jet : la compression magnétique résultante de ceci peut, arrivé à un certain point, empêcher la matière de quitter le disque. Quand ces deux contraintes se rencontrent, aucune solution trans-alfvénique n’est possible. Numériquement, je n’ai pas trouvé de solution pour des niveaux de turbulence inférieurs à  $\alpha_m = 0.2$ . Les deux contraintes se télescopent aussi si on monte trop le niveau de turbulence. En effet, un niveau de turbulence trop élevé donnera une compression magnétique du disque par  $B_\phi$  trop importante pour permettre à la matière du disque d’aller dans le jet. Je n’ai pas trouvé, numériquement, de SMAE pour des niveaux de turbulence supérieurs à  $\alpha_m = 3$ .

Aucune solution de SMAE froides “quasi-standard” ( $\Lambda \ll 1$ ) n’a été trouvée numériquement. J’ai montré que dans le cas des SMAE froides avec une surface d’Alfvén conique, la seule possibilité d’obtenir de telles structures est d’avoir des bras de levier énormes ( $\gg \varepsilon^{-2}$ ). Dans le cas de disques d’accrétion minces, cette condition ne peut être satisfaite à cause de la compression magnétique résultant de la création de champ magnétique poloïdal. Un moyen d’obtenir de telles configurations serait peut-être de considérer des disques épais. Malheureusement, seule une petite plage de valeur de  $\varepsilon$  permet d’obtenir des SMAE. En effet, si la valeur du rapport  $h/r$  est trop petite, la vitesse d’écoulement radiale de la matière sur le plan du disque sera trop faible pour assurer la condition trans-alfvénique (voir équation (4.35)), à moins d’obtenir un bras de levier énorme qui empêchera de toutes façons la matière de sortir



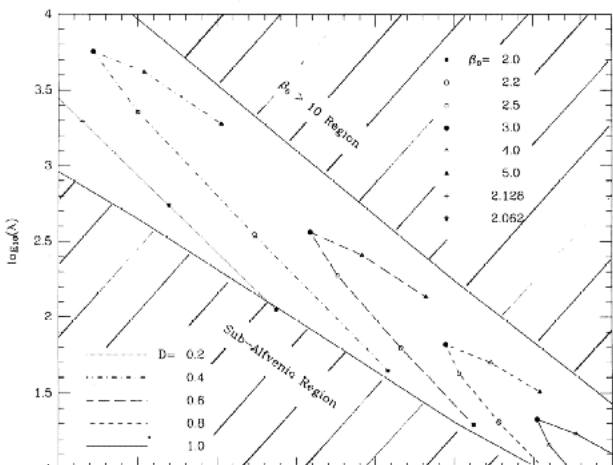
**Fig. 4.10** – Espaces de paramètres  $\kappa$ - $\lambda$  d'études antérieures. Ces espaces de paramètres sont beaucoup plus étendus que les solutions obtenues dans le cadre des SMAE. L'explication vient du fait que Blandford & Payne (1982) n'ont pas traité le disque résistif alors que Wardle & Königl (1993) ont traité un disque résistif en remplaçant l'équilibre par la relation  $\rho u_z = \text{constante}$ , ce qui élimine une contrainte importante sur la production de jet.

du disque. A l'opposé, l'équilibre radial du disque nous indique, via la définition de l'écart à la rotation képlérienne (4.23), que si le disque est trop épais, la matière se mettra à tourner en sens inverse. Pour mettre des chiffres sur ces considérations, je n'ai obtenu des SMAE trans-alfvéniqes que si  $10^{-3} < \varepsilon < 0.3$ .

### 4.3.3 Comparaison avec d'autres études stationnaires

Les contraintes analytiques que j'ai présentées tout au long de ce chapitre doivent être vérifiées par toute étude sur les jets MHD reposant sur les mêmes hypothèses que celles énoncées ici. Ces hypothèses sont : un disque d'accrétion képlérien, des jets froids ainsi qu'une surface d'Alfvén conique. Pour comparer les résultats entre études, il est pratique de représenter l'espace de paramètres non pas sous la forme des figures (4.7) et (4.8), mais sous la forme d'un espace de paramètres en  $\kappa$ - $\lambda$ . Les études antérieures à celle présentée ici ont été faites en se basant sur les mêmes hypothèses (Blandford & Payne 1982; Wardle & Königl 1993; Li 1995). En comparant les espaces de paramètres  $\kappa$ - $\lambda$  que j'ai obtenus avec ceux de Blandford & Payne (1982); Wardle & Königl (1993), on voit immédiatement qu'il est très restreint.

Comment est-ce possible ? C'est tout simplement le résultat d'un disque traité comme une condition aux limites (Blandford & Payne 1982) ou d'une approximation dans l'équilibre vertical (Wardle & Königl 1993). En effet, la condition d'un régime sub-



alfvénique est facilement accessible sans connecter le jet à un disque

$$\omega_A > 1 \Rightarrow \kappa > \frac{\lambda - 1}{\lambda^{3/2}} \quad (4.44)$$

A l'opposé, si le disque n'est pas décrit ou que l'équilibre est imposé comme par Wardle & Königl (1993)

avec  $\rho u_z = \text{constante}$ , alors la condition que le gradient vertical de pression thermique puisse soulever la matière vers le jet malgré la compression magnétique n'est plus vérifiée. Ceci explique pourquoi des bras de levier magnétique si grands apparaissent dans l'espace de paramètres de Wardle & Königl (1993). Pour l'espace de paramètres de Li (1995) (voir figure (4.11)), l'équilibre vertical est lui aussi occulté par l'auteur et remplacé par une structure de disque statique. Comme on peut le voir sur ces exemples, la moindre entorse faite à un traitement rigoureux de l'équilibre vertical du disque a des répercussions dramatiques sur les résultats des simulations.

J'ai présenté dans la section précédente une solution de SMAE mixte avec des lignes de champ magnétiques raides dans le disque. Seul Li (1996) avait auparavant montré une telle configuration magnétique. Mais la comparaison entre les deux types de modèles n'est pas immédiate car c'est la diffusion ambipolaire qui est considérée dans Li (1996). Toutefois, l'auteur présente une solution où la viscosité est négligée ( $\mathcal{P}_m \ll 1$ ) et où le disque est très loin de l'équipartition ( $\beta_p \gg 1$ ). On est en droit de se poser deux questions : la première est de savoir comment le disque, dans un tel régime, supporte l'instabilité de Balbus & Hawley (1991), la deuxième est de savoir comment, avec un gradient vertical de pression thermique, si peu de matière peut être éjectée du disque. La réponse à ces deux questions vient peut être du fait que l'auteur n'a pas résolu l'équation d'induction du champ magnétique mais l'a remplacée par la prescription du profil vertical du coefficient de couplage entre les espèces.

#### 4.3.4 Bilan des SMAE visqueuses et froides

J'ai présenté dans ce chapitre le modèle généralisé des Structures Magnétisées d'Accrétion-Ejection résistives et visqueuses. Les hypothèses faites pour décrire de tels systèmes sont que la structure est axisymétrique, stationnaire, non-relativiste et képlérienne. J'ai donné ici les contraintes issues du lancement de jets super-alfvéniques pour un disque d'accrétion. Ces contraintes analytiques ne dépendent pas de la méthode numérique employée ici mais des hypothèses faites précédemment (qui sont communes à beaucoup d'études portant sur les jets), ainsi que de la forme de la surface alfvénique.

Les contraintes les plus fortes portent évidemment sur le même principe : le disque doit émettre un jet super-alfvénique. Pour que le disque émette un jet, il faut que le rapport des couples  $\Lambda$  satisfasse à la relation (4.21), ne dépendant que de la configuration de la turbulence et de l'épaisseur du disque. Il est important de noter que cette relation, bien que pas très stricte étant donné les approximations faites pour l'obtenir, est bien vérifiée numériquement. En

effet, j'ai observé que si la contrainte précédente n'était pas vérifiée à moins de 10 %, aucune solution de jet n'était obtenue. Les deux autres concernent l'équilibre vertical du disque et la quantité d'énergie nécessaire pour atteindre la surface d'Alfvén. Toutes ces contraintes placées dans le cadre d'un jet froid, c'est à dire d'un jet où l'enthalpie ne joue aucun rôle dynamique, donne un espace de paramètres de disque et de jets assez restreint. Bien que cet espace de paramètres dépende de l'auto-similarité employée pour résoudre les équations, il semble tout de même réaliste car il vérifie toutes les contraintes énoncées auparavant. J'ai aussi montré dans ce chapitre qu'aucun jet froid super-alfvénique ne pouvait être lancé depuis un disque dominé par la viscosité ( $\Lambda \ll 1$ ) dans le cadre de solutions avec une surface d'Alfvén conique. Cette restriction traduit le fait qu'un minimum de moment cinétique du disque doit être prélevé par le jet pour accélérer la matière, le magnétisme étant la source d'énergie dans un jet froid.

Une des conclusions de cette étude est aussi que le niveau de turbulence doit être élevé pour obtenir des jets froids super-alfvéniques (je rappelle que dans mes solutions  $0.3 \leq \alpha_m \leq 3$ ). La longueur de cohérence de cette turbulence peut alors être supérieure à l'épaisseur du disque. En effet, la longueur de cohérence de la turbulence est estimée comme  $l \sim \nu_m/h \sim \alpha_m h$ , dans le cas de disque "α". Néanmoins, les jets froids stationnaires nécessitent que la turbulence soit à ce niveau. Une telle longueur de cohérence, de l'ordre de l'épaisseur du disque, est peut-être le symptôme de phénomènes de transport turbulent d'énergie vers une couronne au dessus du disque. Il apparaîtrait alors que l'approximation de jet froid n'est pas valide car il faudrait prendre en compte la dissipation d'énergie à la base du jet. Cet apport d'énergie pourrait devenir un réservoir d'énergie supplémentaire pour l'accélération de la matière du jet.

Un autre argument en faveur de la non-validité des structures froides est la comparaison des solutions obtenues ici avec différentes observations. Dans les étoiles jeunes, la mesure des vitesses de la matière dans certains jets montre des vitesses typiques de 300 à 500 km/s. Si l'on suppose que ces jets ont été émis après le rayon de corotation, alors les solutions froides trouvées ici donnent des vitesses terminales de jets beaucoup trop importantes (voir par exemple Cabrit *et al.* (1999)). A l'opposé, dans les objets compacts, les vitesses terminales des jets sont relativistes (microquasars) ou ultra-relativistes (AGN). De telles vitesses ne peuvent être atteintes dans ce modèle non-relativiste. Toutefois, on peut faire une estimation du facteur de Lorentz maximal accessible par accélération magnétique. En effet, si l'on suppose qu'une partie  $\sigma_\infty$  de l'énergie magnétique est convertie en énergie cinétique, en sachant que l'invariant de Bernoulli est conservé le long d'une surface magnétique, on arrive alors à

$$\gamma_\infty = 1 + \frac{2\lambda - 3}{12(1 + \sigma_\infty)} \left( \frac{3r_S}{r_o} \right) \quad (4.45)$$

où  $r_S = 2GM_*/c^2$  est le rayon de Schwarzschild de l'objet compact et  $r_o$  le pied d'ancrage de la ligne de champ magnétique considérée. La valeur de  $\sigma_\infty$  a été évaluée de l'ordre de l'unité par Li *et al.* (1992). La valeur maximale obtenue pour le bras de levier magnétique des jets est de l'ordre de la centaine dans les solutions froides que j'ai obtenues. Si l'on suppose que

la ligne de champ est ancrée à  $10r_g$  de l'objet compact, on obtient un facteur de Lorentz maximal de 3.5, ce qui ne donnera pas sur l'ensemble de la structure une vitesse suffisante pour reproduire les vitesses observées (la vitesse asymptotique décroît avec le rayon). Dans le modèle de jet à deux écoulements (Sol *et al.* 1989; Henri & Pelletier 1991), un jet MHD moyennement relativiste entoure un plasma de paires électrons-positrons qui peut se déplacer à des vitesses ultra-relativistes. Les solutions froides trouvées ici sont juste en dessous de la limite pour satisfaire au critère de ce modèle (facteur de Lorentz d'ensemble compris entre 2 et 5). Toutes ces considérations vont donc m'amener, dans le prochain chapitre, à étudier les SMAE "chaudes" où les grandeurs thermiques (enthalpie) jouent un rôle important dans l'accélération mais aussi dans la poussée initiale de la matière.





# Chapitre 5

## Les effets de la turbulence MHD : création de jets “chauds”

### Sommaire

---

|  |    |
|--|----|
| 4.1 Paramètres décrivant le disque d'accrétion . . . . .   | 65 |
| 4.2 Liens entre turbulence et géométrie du jet . . . . .   | 71 |
| 4.3 Simulation numérique et espace de paramètres . . . . . | 74 |

---

Dans cet avant-dernier chapitre, j'aborderai l'étude des disques d'accrétion magnétisées lançant des jets MHD “chauds”. Le qualificatif chaud vient ici mettre en lumière le rôle des grandeurs thermiques du plasma dans la dynamique et l'énergétique de l'écoulement. Dans un premier temps, je présenterai l'équation d'énergie, certes simplifiée, qui remplacera la sempiternelle équation polytropique commune à toutes les études antérieures sur le lien accrétion-éjection. Je parlerai aussi des répercussions de ce choix d'équation sur les relations analytiques du chapitre précédent. Dans un second temps, je donnerai l'expression du bilan énergétique global d'une SMAE dans le cadre auto-similaire. Enfin je présenterai des solutions numériques de structures chaudes, solutions inaccessibles dans le cadre des solutions froides. Le contenu de ce chapitre a fait l'objet d'un article paru dans la revue *Astronomy & Astrophysics* (voir dans les annexes pour Casse & Ferreira (2000b)).

### 5.1 Equation d'énergie et dynamique des jets

J'ai montré dans les chapitres précédents que la prise en compte des phénomènes turbulents apparaissant dans l'équation d'énergie ne pouvait pas se faire facilement (voire pas du tout) dans le cadre de la MHD. J'ai ensuite montré que la prise en compte des processus radiatifs ne pouvait pas se faire dans le cadre auto-similaire. Il nous faut pourtant trouver un moyen de modéliser, même phénoménologiquement, la présence de processus de chauffage et de refroidissement. L'équation la plus simple permettant cela est celle qui résulte du second

principe de la thermodynamique

$$\rho \frac{dS}{dt} = Q = \rho \vec{u}_p \cdot \vec{\nabla} S \quad (5.1)$$

où  $S$  est l'entropie du plasma et  $Q$  la différence entre termes de chauffages et termes de refroidissement. En gardant le même jeu d'équations pour la structure (sauf la relation polytropic), on peut alors relier, via les relations thermodynamiques d'un gaz parfait, l'entropie spécifique

$$\rho \vec{u}_p \cdot \vec{\nabla} S = \rho \vec{u}_p \cdot \vec{\nabla} H - \vec{u}_p \cdot \vec{\nabla} P = Q \quad (5.2)$$

à la pression  $P$  du plasma et à  $H$  l'enthalpie spécifique du plasma. Toute la difficulté du problème est renvoyée dans le terme  $Q$ . La forme et l'amplitude de ce dernier détermineront les caractéristiques de la solution. Il est à noter que si  $Q = 0$  dans le jet, l'équation (5.2) se ramène à la relation adiabatique utilisée dans les jets froids. Au niveau du disque, les lignes d'écoulement n'étant pas parallèles aux surfaces magnétiques, un chauffage local exactement compensé par un refroidissement local ne sera pas exactement similaire à l'équation polytropic des jets froids. Toutefois, les solutions froides obtenues précédemment sont toujours associées à des valeurs  $Q \simeq 0$ .

Dans les disques minces (ou pas trop épais,  $\varepsilon \leq 0.5$ ), les gradients des caractéristiques du plasma sont verticales. Il est donc évident que la plus grosse influence que pourra avoir la source d'entropie  $Q$  se situera là où la vitesse poloïdale de la matière sera verticale elle aussi. Cela se produit seulement à la surface du disque, dans la couronne. Si l'on regarde l'équilibre vertical du disque

$$\rho u_z \frac{\partial u_z}{\partial z} \simeq -\frac{\partial P}{\partial z} - \rho \Omega_K^2 z - \frac{\partial}{\partial z} \frac{B_\phi^2 + B_r^2}{2\mu_o} \quad (5.3)$$

une différence positive entre chauffage et refroidissement dans la couronne du disque engendrera un gradient vertical de la pression du plasma plus forte, ce qui entraînera naturellement un flot de matière plus important dans le jet. L'augmentation du gradient vertical d'enthalpie spécifique augmentera quant à lui la température du plasma (l'enthalpie est directement reliée à la température dans un gaz parfait). Comme on le voit très bien ici, un chauffage coronal du disque aura le double avantage d'augmenter à la fois le flux de masse dans le jet et la température du plasma composant le jet (qui est potentiellement une source d'énergie pour l'accélération de la matière du jet). Il faut toutefois faire attention à cet effet car il est à double tranchant. Il n'existe aucun moyen de contrôle sur la répartition du chauffage entre l'enthalpie et la poussée due à la pression thermique. Si le résultat du chauffage est de mettre beaucoup de matière dans le jet et de peu chauffer le plasma, il y aura moins d'énergie disponible par unité de masse. A l'opposé, un chauffage qui aura pour effet de surtout chauffer le plasma et de ne rajouter que peu de matière dans le jet donnera une grande quantité d'énergie disponible pour chaque unité de masse (et donc la possibilité d'atteindre des vitesses plus élevées pour la matière).

Les sources de chauffage (ou d'apport d'énergie dans un sens plus large), peuvent être de

diverses origines. En effet, dans le cas le plus général,  $Q$  peut s’écrire

$$Q = (\Gamma_{eff} + \Gamma_{turb} + \Gamma_{ext}) - \Lambda_{rad} - \Lambda_{turb} \quad (5.4)$$

où les diverses contributions à ce terme sont  $\Gamma_{turb}$  le chauffage dû à la turbulence,  $\Gamma_{ext}$  de l’énergie venant de l’extérieur de la structure (luminosité de l’objet central,..) et le chauffage effectif défini comme la somme de tous les chauffages MHD

$$\Gamma_{eff} = \eta_m J_\phi^2 + \eta'_m J_p^2 + \eta_v |r \nabla \Omega|^2 \quad (5.5)$$

Les processus de refroidissement peuvent être classés en deux catégories : les processus de refroidissement radiatifs et ceux d’origine turbulente (processus se produisant à l’intérieur du disque, voir Shakura *et al.* (1978)). On peut toujours écrire le refroidissement radiatif comme la divergence du flux radiatif  $\Lambda_{rad} = \vec{\nabla} \cdot \vec{S}_{rad}$ , mais l’expression du flux radiatif reste dépendante du régime d’opacité du plasma (voir par exemple Malbet & Bertout (1991) dans le cas des étoiles jeunes). Le flux radiatif  $\vec{S}_{rad}$  peut être écrit d’une façon simple en utilisant l’approximation de la diffusion uniquement dans le cas où le disque est optiquement épais (voir, par exemple, Ferreira & Pelletier (1993)). Le refroidissement par transport turbulent est encore plus mal connu, car on ne connaît ni son amplitude ni son profil vertical. Malheureusement, ce terme est peut-être celui qui est le plus pertinent, comme pour la convection (Ferreira & Pelletier 1995). A l’opposé, le chauffage turbulent peut lui aussi être très actif, surtout dans la couronne (Galeev *et al.* 1979; Heyvaerts & Priest 1989; Miller & Stone 2000). Le processus le mieux connu parmi ces phénomènes est le chauffage effectif présent dans le disque d’accrétion. Pour avoir une mesure de l’importance de la différence entre chauffage et refroidissement  $Q$ , je vais introduire un paramètre semblable à celui utilisé dans les modèles de disques d’accrétion dominés par l’advection (Narayan & Yi 1995)

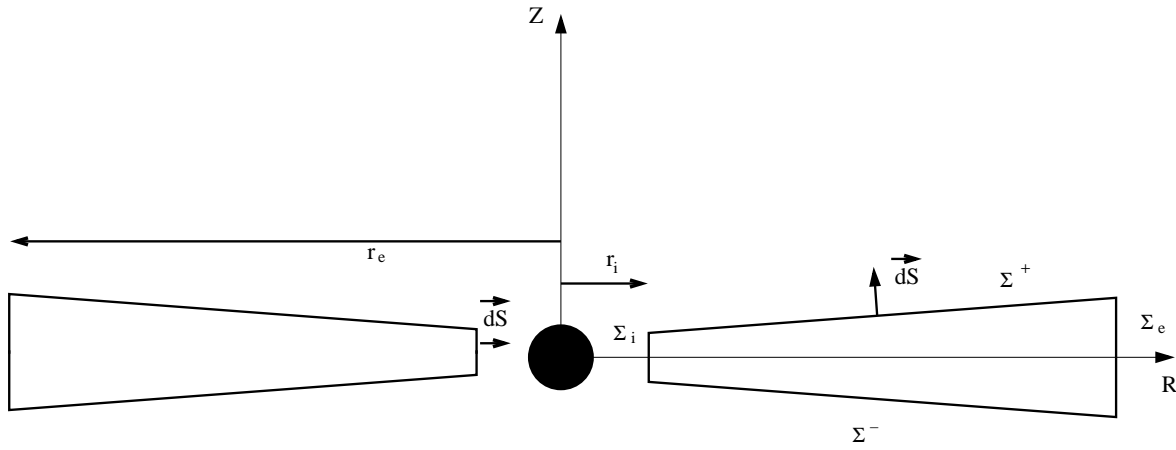
$$f = \frac{\int_V Q dV}{\int_V \Gamma_{eff} dV} = \frac{\int_V Q dV}{P_{diss}} \quad (5.6)$$

où le volume  $V$  est celui occupé par le disque (Cf. figure 5.1). Il faut bien voir ici que le paramètre  $f$  ne contrôle que la quantité de chaleur transformée sous forme d’entropie et non son profil vertical. Etant donné le manque d’information sur les différents processus, je vais donc imposer le profil vertical de  $Q$  et je discuterai les implications physiques sur la production des jets.

Une implication immédiate de la création d’entropie dans le disque et/ou dans la couronne, se matérialise dans l’estimation de l’invariant de Bernoulli généralisé (3.30). En effet, l’enthalpie d’un gaz parfait étant proportionnelle à sa température, on arrive à

$$E(a) = \Omega_o^2 r_o^2 \left( \lambda - \frac{3}{2} + \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{T^+}{T_o} \varepsilon \right) \quad (5.7)$$

avec  $T^+$  la température à la surface du disque (température coronale) et  $\gamma = C_p/C_v = 5/3$ , le rapport des chaleurs spécifiques. Le réservoir d’énergie disponible pour l’accélération est



**Fig. 5.1** – Volume occupé par le disque d'accrétion de la SMAE. Les rayons  $r_i$  et  $r_e$  sont respectivement les rayons interne et externe de la structure. Les surfaces  $\Sigma$  interviennent dans le bilan d'énergie global de la structure.

accru par la présence de l'enthalpie (donc de la température). La contrainte sur le bras de levier magnétique minimal pour obtenir un jet est modifiée soit par la présence d'un disque chaud ( $\varepsilon \leq 1$ ) soit par la manifestation d'un chauffage coronal fort ( $T^+ \gg T_o$ ). Les effets thermiques de la création d'entropie se manifestent donc sous deux formes : l'une énergétique (enthalpie), l'autre dynamique (forces de pression). Chacune de ces manifestation possède un rôle bien précis dans l'emport de masse dans le jet et l'accélération de cette matière.

## 5.2 Conservation globale de l'énergie

Dans cette partie de ma thèse, je parlerai tout d'abord de l'expression de la conservation de l'énergie sans aucune considération quant au modèle employé. Dans un deuxième temps, je présenterai les expressions détaillées de chaque grandeur intervenant dans le bilan, dans le cadre auto-similaire.

### 5.2.1 Expression générale du bilan énergétique

En retravaillant l'équation d'énergie locale (3.18), on peut montrer qu'elle s'écrit sous la forme

$$\vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{u}_p (\frac{u^2}{2} + \Phi_G + H) + \vec{S}_{MHD} - \vec{u} \cdot \overleftrightarrow{\mathbb{T}}) = \rho T \vec{u}_p \cdot \vec{\nabla} S - \Gamma_{eff} \quad (5.8)$$

où  $\vec{S}_{MHD}$  est le flux de Poynting MHD,  $\overleftrightarrow{\mathbb{T}}$  le tenseur des contraintes visqueuses,  $H$  l'enthalpie et  $S$  l'entropie spécifique. En utilisant la deuxième loi de la thermodynamique qui s'écrit

$$\rho T \vec{u}_p \cdot \vec{\nabla} S = \Gamma_{eff} + (\Gamma_{turb} - \Lambda_{turb}) + \Gamma_{ext} - \vec{\nabla} \cdot \vec{S}_{rad} \quad (5.9)$$

peut être réinjectée dans l'équation précédente, on obtient alors une expression conservative de l'énergie

$$\vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{u}_p \frac{u^2}{2} + \Phi_G + H) + \vec{S}_{MHD} + \vec{S}_{rad} - \vec{u} \cdot \overleftrightarrow{\mathbf{T}} = (\Gamma_{turb} - \Lambda_{turb}) + \Gamma_{ext} \quad (5.10)$$

En intégrant cette relation sur le volume  $V$  défini par la figure (5.1), on obtient le bilan global d'énergie où il convient de définir chacune des grandeurs intervenant dans ce dernier. Je rappelle les notations des surfaces considérées sur la figure (5.1) :  $\Sigma_e$  et  $\Sigma_i$  sont les surfaces latérales de la SMAE définies respectivement par  $r = r_i$  et  $r = r_e$ . Les surfaces  $\Sigma^+$  et  $\Sigma^-$  représentent la surface du disque et sont définies comme étant à une altitude telle que  $z \sim h(r)$ . Après l'intégration de la dernière relation sur ce volume  $V$ , on obtient

$$P_{acc} + P_{ext} = 2P_{jet} + 2P_{rad} \quad (5.11)$$

où la puissance libérée par l'accrétion  $P_{acc}$  est définie comme la différence de flux d'énergie mécanique, magnétique, radiative et visqueuse à travers  $\Sigma_e$  et  $\Sigma_i$

$$P_{acc} = - \int_{\Sigma_i} \left[ \rho \vec{u}_p \mathcal{E} + \vec{S}_{MHD} + \vec{S}_{rad} - \vec{u} \cdot \overleftrightarrow{\mathbf{T}} \right] \cdot d\vec{S} - \int_{\Sigma_e} \left[ \rho \vec{u}_p \mathcal{E} + \vec{S}_{MHD} + \vec{S}_{rad} - \vec{u} \cdot \overleftrightarrow{\mathbf{T}} \right] \cdot d\vec{S} \quad (5.12)$$

avec  $\mathcal{E} = \frac{u^2}{2} + \Phi_G + H + \mathcal{E}_{turb}$ . Cette grandeur est l'énergie advectée par l'écoulement sur l'objet central (laminaire et turbulent). L'énergie spécifique de la turbulence  $\mathcal{E}_{turb}$  apparaît dans la définition de la puissance turbulente

$$P_{turb} = - \int_{\Sigma_i} \rho \vec{u}_p \mathcal{E}_{turb} \cdot d\vec{S} - \int_{\Sigma_e} \rho \vec{u}_p \mathcal{E}_{turb} \cdot d\vec{S} + \int_{\Sigma^\pm} \rho \vec{u}_p \mathcal{E}_{turb} \cdot d\vec{S} = \int_V (\Gamma_{turb} - \Lambda_{turb}) dV \quad (5.13)$$

L'énergie emportée dans le jet est donc la somme du flux d'énergie à travers la surface du disque

$$P_{jet} = \int_{\Sigma^\pm} \left[ \vec{S}_{MHD} + \rho \vec{u}_p \mathcal{E} \right] \cdot d\vec{S} = \int_{\Sigma^\pm} \rho \vec{u}_p E(a) \cdot d\vec{S} \quad (5.14)$$

Il n'y a pas de contribution de la viscosité dans  $P_{jet}$  car la viscosité est supposée s'annuler au dessus du disque. Par contre, un flux d'énergie turbulente (inclus dans  $\mathcal{E}$ ) peut s'échapper du disque autrement que par viscosité ou résistivité (comme un chauffage turbulent présenté dans la section 2.3). La dernière grandeur à définir est simplement la puissance rayonnée par le disque. Son expression est simplement  $P_{rad} = \int_{\Sigma^\pm} \vec{S}_{rad} \cdot d\vec{S}$ . Le premier pas est fait pour évaluer le bilan énergétique du disque. Malheureusement, le plus difficile reste à faire : estimer chaque contribution pour avoir un diagnostic observationnel de telles structures.

### 5.2.2 Bilan énergétique des SMAE auto-similaires

Dans le cadre auto-similaire, les dépendances radiales des différentes grandeurs sont connues et dépendent de l'indice d'éjection  $\xi$ . Il ne reste plus qu'à évaluer le profil vertical de chacun des termes pour avoir l'expression du bilan énergétique. Les surfaces  $\Sigma^\pm$  sont définies comme étant le lieu où la vitesse radiale de la matière s'annule, donc tout intégrant affecté de la vitesse poloidale  $u_p$  aura un profil décroissant sur une hauteur de disque.

### Puissance libérée par l'accrétion

Parmi les contributions composant  $P_{acc}$ , on peut faire des distinctions en écrivant  $P_{acc} = P_{acc}^{mec} + P_{acc}^{th} + P_{acc}^{MHD} + P_{acc}^{rad} + P_{acc}^{vis} + P_{turb}$  où chaque composante est définie comme

$$P_{acc}^{mec} = - \int_{\Sigma_i} \left[ \rho \vec{u}_p \left( \frac{u^2}{2} + \Phi_G \right) \right] \cdot d\vec{S} - \int_{\Sigma_e} \left[ \rho \vec{u}_p \left( \frac{u^2}{2} + \Phi_G \right) \right] \cdot d\vec{S} \quad (5.15)$$

$$P_{acc}^{th} = - \int_{\Sigma_i} [\rho \vec{u}_p H] \cdot d\vec{S} - \int_{\Sigma_e} [\rho \vec{u}_p H] \cdot d\vec{S} \quad (5.16)$$

$$P_{acc}^{turb} = - \int_{\Sigma_i} \rho \vec{u}_p \mathcal{E}_{turb} \cdot d\vec{S} - \int_{\Sigma_e} \rho \vec{u}_p \mathcal{E}_{turb} \cdot d\vec{S} \quad (5.17)$$

$$P_{acc}^{MHD} = - \int_{\Sigma_i} \vec{S}_{MHD} \cdot d\vec{S} - \int_{\Sigma_e} \vec{S}_{MHD} \cdot d\vec{S} \quad (5.18)$$

$$P_{acc}^{rad} = - \int_{\Sigma_i} \vec{S}_{rad} \cdot d\vec{S} - \int_{\Sigma_e} \vec{S}_{rad} \cdot d\vec{S} \quad (5.19)$$

$$P_{acc}^{vis} = - \int_{\Sigma_i} \vec{u} \cdot \vec{\Upsilon} \cdot d\vec{S} - \int_{\Sigma_e} \vec{u} \cdot \vec{\Upsilon} \cdot d\vec{S} \quad (5.20)$$

Dans le cadre auto-similaire le calcul de ces contributions est réalisable et donne

$$\frac{P_{acc}^{mec}}{P_o} \simeq (1 - \xi)(2 - \delta^2 - m_s^2 \varepsilon^2) \quad (5.21)$$

où le terme  $P_o$  intervenant dans de nombreuses expressions est relié à l'énergie gravitationnelle libérée par l'accrétion de matière

$$P_o = \eta_{lib} \frac{GM_* \dot{M}_{ae}}{2r_i} \quad \text{où} \quad \eta_{lib} = \frac{\left(\frac{r_i}{r_e}\right)^\xi - \left(\frac{r_i}{r_e}\right)}{1 - \xi} \quad (5.22)$$

L'advection d'énergie thermique par le flot s'écoulant sur l'objet central dépend de l'épaisseur du disque

$$\frac{P_{acc}^{th}}{P_o} \simeq -2(1 - \xi) \frac{\gamma}{\gamma - 1} \varepsilon^2 \quad (5.23)$$

Le signe de cette contribution est négatif, ce qui signifie qu'elle diminue la quantité d'énergie libérée et que le disque dépense de l'énergie en créant de l'enthalpie (donc l'agitation thermique). Le flux de Poynting MHD a une expression plus complexe en régime résistif qu'en régime idéal. En effet, dans le disque, l'expression de la partie poloïdale de ce dernier est

$$\vec{S}_{MHD} = \frac{B_\phi^2}{\mu_o} \vec{u}_p - \Omega r \frac{B_\phi}{\mu_o} \vec{B}_p - \frac{\nu'_m B_\phi}{r} \vec{\nabla}_r B_\phi \quad (5.24)$$

Le terme dominant dans la dernière expression est celui du milieu car sur les surfaces d'intégration  $\Sigma_i$  et  $\Sigma_e$ , les termes  $\vec{u}_p$  et  $\nu'_m$  s'annulent sur une hauteur du disque. On arrive à l'estimation de la puissance MHD advectée

$$\frac{P_{acc}^{MHD}}{P_{lib}} \simeq \frac{1 - \xi}{2} \frac{\Lambda}{1 + \Lambda} \left| \frac{B_\phi^+}{qB_o} \right| \tan \theta^+ \delta^2 \varepsilon \quad (5.25)$$

où  $\theta^+$  est l’angle entre la verticale et les lignes de champ magnétiques à la surface du disque. Cette contribution est positive et augmente la quantité totale d’énergie libérée. La dernière contribution que l’on peut estimer est celle due à la viscosité. Elle s’écrit

$$P_{acc}^{vis} = -\frac{P_o}{1+\Lambda} \frac{3\delta^2}{2\eta_{lib}} \frac{r_i}{r_e} - \int_{\Sigma_i} (\vec{u} \cdot \mathbb{T}) \cdot d\vec{S} \quad (5.26)$$

L’intégrale figurant ici n’est pas calculée car elle dépend des conditions aux limites imposées au couple visqueux au rayon interne de la SMAE. Dans le modèle standard, le tenseur des contraintes visqueuses est supposé s’annuler au rayon interne  $r_i$ . La puissance transportée par la viscosité est dans ce cas négative et traduit un flux d’énergie sortant de la SMAE par le rayon externe.

### Puissance emportée par le jet

La puissance partant dans les jets se compose d’énergie magnétique, d’enthalpie et d’énergie mécanique. Les énergies magnétique et thermique emportée par le jet sont de signe opposé à celui de l’énergie mécanique, reflétant ainsi leur rôle de réservoir d’énergie pour l’accélération des particules du plasma au contraire de l’énergie mécanique négative qui lie gravitationnellement la matière à l’objet central. L’expression générale de la puissance emmenée par le jet est

$$\frac{2P_{jet}}{P_{lib}} = \frac{\Lambda}{1+\Lambda} \left| \frac{B_\phi^+}{qB_o} \right| (1 - \varepsilon x^+ \tan \theta^+) \delta^2 + \frac{2\gamma}{\gamma-1} \frac{T^+}{T_o} \xi \varepsilon^2 - \xi \left[ \frac{2}{(1 + \varepsilon^2 x^{+2})^{1/2}} - \left( \frac{u^+}{\Omega_o r_o} \right)^2 \right] \quad (5.27)$$

où  $u^+$  est la vitesse totale de la matière à la surface du disque.

### Bilan énergétique des disques minces

Les expressions que j’ai données dans les paragraphes précédents sont applicables à toutes SMAE auto-similaires, quelle que soit l’épaisseur du disque. Dans les cas des disques minces ou sveltes ( $\varepsilon \leq 0.3$ ), les expressions ci-dessus se simplifient au point de donner le bilan suivant

$$P_{acc} = 2P_{jet} + 2P_{rad} \quad (5.28)$$

où l’on a

$$\frac{P_{acc}}{P_o} = (1 - \xi) \left( 1 + \frac{\varepsilon \Lambda}{2(1 + \Lambda)} \right)$$

$$\frac{2P_{jet}}{P_o} = \frac{\Lambda}{1 + \Lambda} \left| \frac{B_\phi^+}{qB_o} \right| + \frac{2\gamma}{\gamma - 1} \frac{T^+}{T_o} \xi \varepsilon^2 - \xi \quad (5.29)$$

$$\frac{2P_{rad}}{P_o} = (1 - f) \frac{P_{diss}}{P_{lib}} = \frac{P_{acc} - 2P_{jet}}{P_{lib}} \quad (5.30)$$

où j’ai supposé que la puissance transportée par la turbulence et la puissance venant de l’extérieur de la structure ( $P_{turb}$  et  $P_{ext}$ ) étaient nulles. Du bilan ci-dessus, deux cas extrêmes

peuvent être considérés. Le premier où  $f \ll 1$  est une structure dont les termes de chauffage et de refroidissement se compensent, et une structure où la puissance dissipée par chauffage sera finalement rayonnée. Dans le cas où  $f \sim 1$ , une grande source d'entropie est créée à cause d'un transport d'énergie plus efficace que le rayonnement. Aucune ne sera alors rayonnée par le disque et toute l'énergie libérée sera disponible pour le jet. Des configurations avec  $f > 1$  peuvent être envisagées, mais elles nécessitent la présence d'un apport d'énergie extérieure et/ou d'un transport d'énergie turbulente venant de l'extérieur du disque.

### 5.2.3 Contraintes sur la production de jets super-alfvéniques stationnaires

La condition trans-alfvénique (3.40) est modifiée par la présence de termes de chauffage le long de l'écoulement. En effet, en écrivant cette condition en incluant les termes de chauffage, on arrive à

$$g_A^2 = 1 - \frac{3}{\lambda} - \frac{1}{\omega_A^2} + \frac{2}{\lambda^{3/2}(1 + z_A^2/r_A^2)^{1/2}} + \frac{2}{\lambda} \left[ \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{T^+ - T_A}{T_o} \varepsilon^2 + \frac{\mathcal{H}(s_A, a)}{\Omega_o^2 r_o^2} \right] > 0 \quad (5.31)$$

L'indice  $A$  dénote des grandeurs estimées à la surface d'Alfvén. On voit que si une grande température coronale et/ou de forts termes de chauffage agissent, alors la condition ci-dessus pourra être remplie même si  $\omega_A < 1$ . Des rotateurs magnétiques lents seront alors le signe de jet magnéto-thermiques. Dans le cas des jets froids, cette configuration ne sera jamais réalisable.

## 5.3 Des jets MHD froids aux jets magnéto-thermiques

Pour illustrer les effets de la création d'entropie au sein d'une SMAE, je vais présenter dans cette section une série de simulations avec différents types de source d'entropie. Tout d'abord, je parlerai de la forme auto-similaire de l'équation d'énergie considérée ici. Dans un deuxième temps, je montrerai l'effet d'un terme  $Q$  croissant en amplitude. Pour finir, j'illustrerai la grande variété de jets accessibles dans le cas d'une SMAE chaude.

### 5.3.1 Forme auto-similaire de l'entropie

L'entropie ou plutôt son gradient peut s'exprimer en fonction des gradients de pression et d'enthalpie spécifique. La pression garde la même forme que dans le cas des structures froides.

L'enthalpie spécifique d'un gaz parfait est directement proportionnelle à la température du gaz. Nous aurons donc  $\alpha_P = \xi - 5/2$  et  $\alpha_H = -1$ . Le terme de source d'entropie  $Q$  devra donc avoir la forme suivante

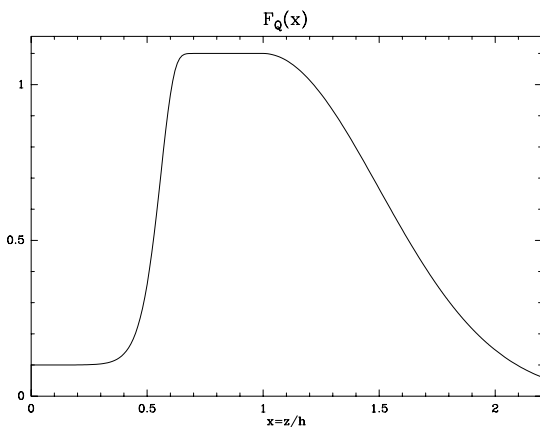
$$Q = Q_e \left( \frac{r}{r_e} \right)^{\xi-4} f_Q(x) \quad (5.32)$$



La valeur de la constante  $Q_e$  est contrainte par l'équation (5.2) en  $z = 0$  et  $r = r_e$ . A cet endroit, l'équation d'énergie s'écrit

$$Q_e = \left( \frac{\gamma}{\gamma - 1} + \alpha_P \right) \frac{P_e u_e}{r_e} = \left( \frac{\gamma}{\gamma - 1} + \xi - \frac{5}{2} \right) \frac{P_e u_e}{r_e} \quad (5.33)$$

Cette très forte contrainte existe aussi pour tous les modèles de disques dominés par l'advection (ADAF Narayan & Yi (1995)).



**Fig. 5.2** – Profil vertical de la source d'entropie  $Q$  coronale dans une solution où  $\xi = 0.1$ . La valeur de cette fonction, sur le plan du disque, est imposée par l'auto-similarité. L'amplitude de cette fonction est mesurée par le paramètre  $f$ .

En effet, un ADAF n'a pas d'éjection de matière, ce qui impose forcément  $\xi = 0$ . Dans ce cas, l'indice polytropique du plasma ne peut être égal à  $5/3$  car sinon, l'équation n'est pas définie, la valeur du chauffage devant être nulle. C'est pourquoi dans ces modèles, l'indice polytropique du gaz  $\gamma$  est un paramètre libre. Dans le formalisme des SMAE, la contrainte n'existe pas à cause de l'éjection de matière ( $\xi > 0$ ). Je choisirai donc par la suite d'imposer la valeur de l'indice polytropique  $\gamma$  comme étant celui d'un gaz parfait monoatomique ( $\gamma = 5/3$ ). Comme je l'ai montré précédemment, la présence d'une différence entre chauffage et refroidissement vers la surface du disque est celle qui a les effets les plus visibles sur la production des jets super-alfvéniqes. J'ai donc choisi un profil tel que celui montré sur la figure (5.2) qui respecte la contrainte mentionnée plus haut dans le paragraphe. La présence des points critiques dans l'écoulement n'est pas modifiée par la présence de chauffage. Les paramètres libres d'une SMAE chaude seront donc ceux d'une solution froide ( $\alpha_m, \chi_m, \mathcal{P}_m, \varepsilon$ ), augmentés du profil de la source d'entropie  $Q$  et de son amplitude ( $f$  et un profil comme celui montré sur la figure 5.2). Afin d'isoler les effets de chacun des paramètres de la source d'entropie, je présenterai dans le prochain paragraphe une série de simulations où seule l'amplitude du chauffage  $f$  variera avec un même profil pour toutes les solutions.

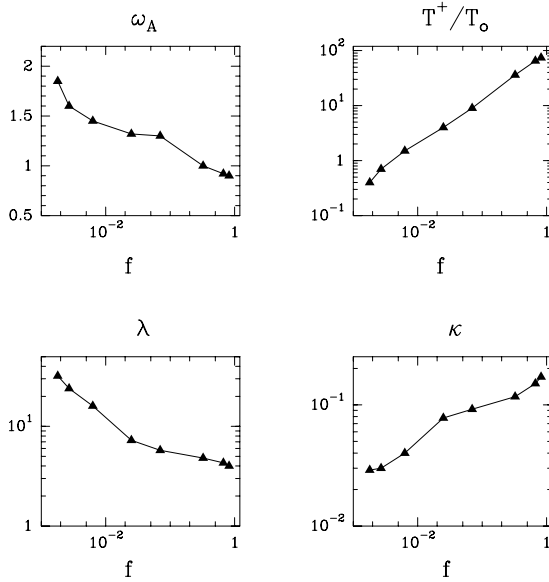
### 5.3.2 Transition jet froid-jet chaud

La création d'entropie engendrée par une différence entre chauffage et refroidissement ayant un profil comme celui de la figure (5.2), provoquera une augmentation du gradient vertical de pression thermique, ce qui tendra à augmenter la quantité de matière envoyée dans le jet. Pour illustrer cet effet, j'ai choisi de considérer une SMAE ayant un jeu de

paramètres libres tels que

$$(\alpha_m, \chi_m, \mathcal{P}_m, \varepsilon) = (1.5, 1.5, 1, 0.1) \quad (5.34)$$

Le niveau de turbulence est très haut dans cette configuration ( $\alpha_m > 1$ ), ce qui engendre dans le disque une très forte création de champ magnétique toroïdale. Dans ce type de configuration, aucune solution n'est possible (et trouvée) si aucune entropie n'est créée : pour  $f = 0$ , la compression magnétique l'emporte sur la pression thermique à la surface du disque. Ainsi, une première solution a été trouvée pour un  $f = 0.001$  et jusqu'à  $f = 1$ .

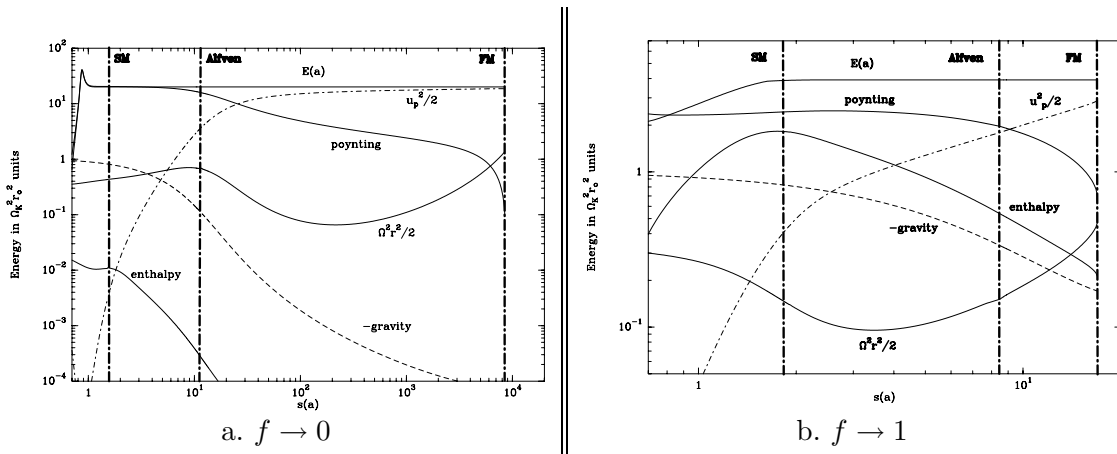


**Fig. 5.3** – Variation des paramètres d'un jet en fonction du paramètre  $f$ . La configuration magnétique est donnée par la relation (5.34). On trouve ainsi des jets magnétiques qui peuvent être des rotateurs magnétiques rapides ( $\omega_A > 1$ ) ou des rotateurs magnétiques lents ( $\omega_A < 1$ ). L'emport en masse augmente au fur et à mesure que la couronne crée de l'entropie alors que le bras de levier magnétique diminue.

voit une très bonne corrélation entre cet emport de masse qui augmente en fonction et le bras de levier décroissant avec  $f$ . La présence d'énergie thermique dans le jet permet, comme je l'ai montré dans la section précédente, l'existence de rotateurs magnétiques lents ( $\omega_A < 1$ ). Ceci est effectivement observé pour des créations d'entropie suffisamment grande ( $f > 0.6$  dans cette simulation). Pour se convaincre de la présence d'une telle énergie dans le jet, il suffit de regarder la différence de composition de l'invariant de Bernoulli entre une solution froide ( $f \ll 1$ ) et une solution chaude ( $f \sim 1$ ), figure (5.4). Dans la solution chaude, l'enthalpie est du même ordre de grandeur que le flux de Poynting alors que dans la solution

Ceci est normal car  $f$  augmentant, le bilan des forces à la surface du disque ne peut être satisfait qu'avec un gradient vertical de pression thermique plus fort. Le rapport des couples sur le plan du disque est égal à 19 alors que le nombre de Reynolds magnétique est égal à  $\mathcal{R}_m = 20 > \varepsilon^{-1}$ . Une telle courbure des surfaces magnétiques sur le plan du disque n'était pas envisageable dans les solutions froides à cause de la compression magnétique (cette solution se serait retrouvée au delà de la contrainte 4.41 des espaces de paramètres de disque).

La figure (5.3) montre les variations des paramètres de jets ainsi que de la température coronale en fonction de l'amplitude de la création de l'entropie. On constate que le flux de masse emporté dans le jet augmente de façon monotone avec  $f$ , confirmant ainsi que le gradient vertical de pression thermique est de plus en plus fort et donc qu'il permet à plus de matière de partir dans le jet. En gardant à l'esprit la relation entre emport de masse dans le jet et bras de levier magnétique (4.31), on

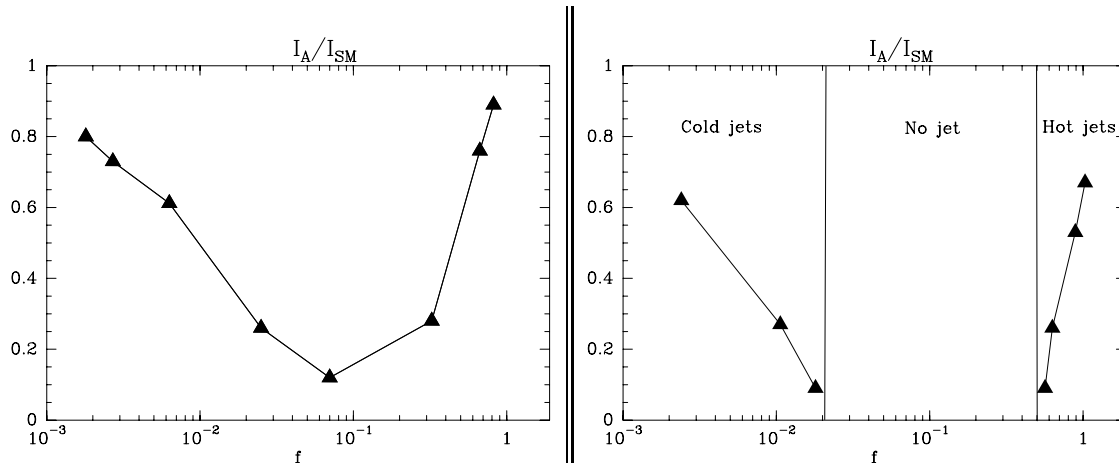


**Fig. 5.4** – Invariants de Bernoulli et ses composantes pour deux solutions avec des chauffages coronaux opposés. Les invariants de Bernoulli sont représentés le long d’une surface magnétique (abscisse curviligne  $s(a) = z(a)/h_o$ ). Les grandeurs sont normalisées au carré de la vitesse képlérienne du pied de la surface magnétique **(a)**. Cette solution est la solution avec le plus petit chauffage coronal de la figure (5.3) alors que **(b)** présente le plus grand chauffage coronal de cette même figure. La présence d’enthalpie est significative dans la solution “chaude” où l’enthalpie dans la couronne est du même ordre de grandeur que le flux de Poynting. Dans la solution froide, l’invariant de Bernoulli n’est quasiment composé que d’énergie magnétique dans la couronne et d’énergie cinétique pololdale loin du disque.

froide, l’enthalpie est complètement négligeable. On peut aussi noter que l’enthalpie décroît dans la solution chaude tandis que l’énergie magnétique reste à peu près constante dans la partie sub-alfvénique. L’enthalpie sert donc de suppléant au magnétisme dans l’accélération de matière, permettant ainsi d’atteindre des vitesses plus élevées. Une mesure de la quantité d’énergie magnétique restant en réserve pour l’accélération de la matière est celle du courant  $I$  (Ferreira 1997). En effet, le courant  $I$  est proportionnel à la composante toroïdale du champ magnétique, et donc du flux de Poynting. Si on prend le rapport

$$\frac{I_A}{I_{SM}} = g_A \frac{\lambda}{\lambda - 1} \quad (5.35)$$

on obtient une estimation de la portion d’énergie magnétique consommée pour atteindre la surface d’Alfvén. Si on représente un tel rapport pour différentes solutions en fonction d’une création d’entropie croissante, on arrive à la figure (5.5). On voit très nettement sur la figure de gauche une transition continue entre deux régimes de jets. Dans le premier régime, c’est l’augmentation du gradient vertical de pression thermique qui provoque un emport de masse plus important dans le jet. Cette augmentation demande un plus grand “effort” au champ magnétique pour atteindre la surface d’Alfvén. Ce phénomène se produit jusqu’à ce que la densité de matière soit suffisamment importante pour que ce soit la création d’enthalpie qui prenne le pas sur le reste, fournissant ainsi de plus en plus d’énergie pour accélérer la matière (tout en économisant l’énergie magnétique d’où une courbe qui remonte pour les grands  $f$ ). Cette transition n’est pas toujours continue, comme le montre la figure à droite dans la



**Fig. 5.5** – Évaluation du courant restant à la surface d’Alfvén en fonction de l’entropie créée. Les solutions de la figure de gauche sont celles déjà montrées dans la figure (5.3). La figure de droite représente la même courbe que celle de gauche mais pour une SMAE ayant des paramètres de disques différents  $(\alpha_m, \chi_m, \mathcal{P}_m, \varepsilon) = (1.2, 1.5, 1, 0.1)$ . Dans cette figure de droite, il existe une zone où aucun jet ne peut être émis par le disque. En effet, si la quantité d’énergie magnétique n’est pas suffisante pour subvenir à l’augmentation de masse dans le jet, il faut attendre un niveau suffisant d’enthalpie dans le jet - et donc une création suffisante d’entropie - pour réobtenir un jet super-alfvéenique.

figure (5.5). Ceci peut se produire quand une configuration magnétique ne fournit pas assez d’énergie magnétique au jet pour surmonter l’augmentation de masse dans le jet.

### 5.3.3 Deux exemples extrêmes de jets

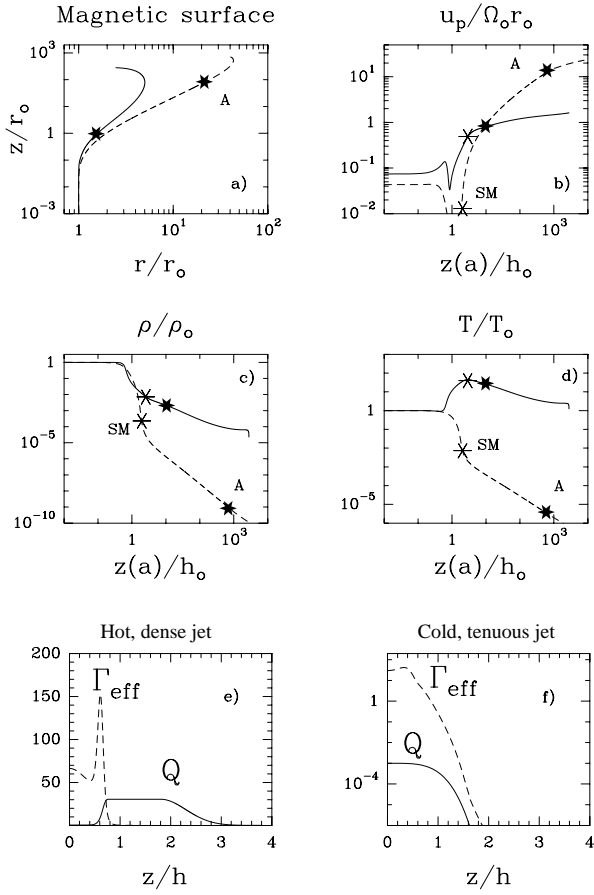
Les résultats numériques obtenus ici sur les SMAE chaudes sont très dépendants de la forme et de l’amplitude de la prescription de la source d’entropie. Il serait donc bien présomptueux de présenter ici un espace de paramètres, sachant que le choix de profils verticaux de création d’entropie est immense. Je vais donc seulement présenter un aperçu des possibilités qui s’offrent à nous, en montrant deux exemples opposés.

#### Un jet dense, chaud et lent

Dans cette solution, une énorme création d’entropie ( $f = 1$ ) a lieu dans la couronne (voir la courbe e) dans la figure 5.6). Ceci peut être produit par une sorte de chauffage coronal non-localisé, transportant verticalement et très efficacement l’énergie thermique libérée dans le disque. Le jeu de paramètre de cette solution est le suivant

$$(\alpha_m, \chi_m, \mathcal{P}_m, \varepsilon) = (4, 1.4, 1, 0.1) \quad (5.36)$$

avec un niveau de diffusivité magnétique très élevé. Le disque est néanmoins subsonique car son nombre de Mach sur le plan du disque est égal à  $m_s = 0.734$ .



**Fig. 5.6** – Courbes de plusieurs caractéristiques de deux jets extrêmes (“chaud” en ligne pleine et “froid” en pointillés). (a) Coupe poloïdale d’une surface magnétique ancrée en  $r_o$ . (b) Vitesse poloïdale du plasma le long d’une surface magnétique. (c) et (d) Densité et température du plasma le long d’une surface magnétique (les points SM et A dénotent la localisation des points critiques). (e) et (f) Profils des chauffages effectifs (ohmique+visqueux =  $\Gamma_{eff}$ ) et des sources d’entropie  $Q$ .

### Un jet froid, dilué et rapide

Dans cet exemple, je montre un jet bénéficiant d’une très petite création d’entropie ( $f = 5.10^{-5}$ ). La fonction  $Q$  est contenue à l’intérieur du disque (voir courbe f de la figure 5.6). La configuration de la turbulence est telle que

$$(\alpha_m, \chi_m, \mathcal{P}_m, \varepsilon) = (0.3, 0.047, 1, 0.1) \quad (5.38)$$

L’indice d’éjection résultant de cette configuration est de  $\xi = 0.456$ , ce qui est énorme par rapport aux résultats obtenus dans les solutions froides ( $\xi \sim 0.01$ ). Le jet ainsi obtenu possède un emport de masse dans le jet tel que  $\kappa = 1.04$  et un bras de levier très petit avec  $\lambda = 1.9$ . Cette solution est une solution mixte ( $\Lambda = 2.6$ ) avec des lignes de champ magnétique raides et verticales dans le disque ( $\mathcal{R}_m = 1.6$ ) et qui se courbent vers la surface, entraînant la présence massive de chauffage ohmique à cet endroit (voir figure 5.6e). La présence d’énergie thermique dans le jet est trahie par la vitesse terminale atteinte par le jet. En effet, l’estimation de cette vitesse dans le cas froid donnerait  $u_{p,\infty,froid}/\Omega_o r_o = \sqrt{2\lambda - 3} \simeq 0.9$  alors qu’elle atteint  $\simeq 2$ . Le bilan énergétique de cette structure s’obtient en calculant séparément chaque contribution grâce aux estimations faites dans la section précédente. On obtient ainsi

$$\begin{aligned} \frac{2P_{jet}}{P_o} &\simeq 0.58 \\ \frac{P_{acc}}{P_o} &\simeq 0.58 \quad (5.37) \\ \text{et donc } P_{rad} &\simeq 0 \end{aligned}$$

ce qui est cohérent avec le bilan d’énergie donné antérieurement où  $2P_{rad} = (1 - f)P_{diss} = 0$  si  $f = 1$ . Encore une fois, j’insiste sur le fait que cette solution n’est pas nécessairement réaliste mais a pour but de montrer les limites extrêmes du domaine de jets qui peuvent être obtenus.

ce qui donne un rapport des couples sur le plan du disque égal à  $\Lambda = 15.67$  et une courbure très prononcée des surfaces magnétiques ( $\mathcal{R}_m = 16.67$ ). Dans le cas présenté ici, une forte compression magnétique empêche le départ de matière du disque en l'absence de toute création d'entropie. Il suffit ainsi de régler le paramètre  $f$  au dessus d'une valeur seuil pour voir partir de la matière dans le jet. Si on se rapproche très près, par valeurs supérieures, de ce seuil, on peut obtenir des SMAE éjectant une toute petite quantité de plasma, permettant ainsi à cette dernière d'atteindre de grandes vitesses. La solution présentée ici est de ce type : son indice d'éjection est  $\xi = 0.001$ . Le bras de levier magnétique est de fait très grand ( $\lambda = 440$ ) et l'emport de masse très faible ( $\kappa = 2.8 \cdot 10^{-4}$ ). Ce jet "froid" (enthalpie négligeable, voir figure 5.6d), peut théoriquement permettre à la matière d'atteindre la vitesse asymptotique  $u_{p,\infty} = \Omega_o r_o \sqrt{2\lambda - 3} \simeq 29\Omega_o r_o$ . Autour des objets compacts, cette estimation n'est pas valide car je rappelle que la vitesse de rotation képlérienne autour d'un trou noir s'écrit

$$\Omega_K r = \frac{c}{\sqrt{6}} \left( \frac{3r_S}{r} \right)^{1/2} \quad (5.39)$$

où  $c$  est la vitesse de la lumière et  $r_S = 2GM_*/c^2$  le rayon de Schwarzschild de l'objet. La simulation de la SMAE étant non-relativiste, elle nous indique que la vitesse maximale atteinte par le plasma dans le jet est 23 fois la vitesse képlérienne. Dans le cas d'objets compacts, il ne faut considérer que la partie sub-alfvénique comme valide car le lancement d'un jet MHD atteignant des vitesses relativistes se fait à des vitesses non-relativistes dans la couronne. Pour avoir une idée des vitesses accessibles à un tel écoulement, on peut se servir de l'estimation 4.45 qui donnera une borne supérieure au facteur de Lorentz asymptotique en fonction du rayon du point d'ancrage de la surface magnétique dans le disque  $r_o$

$$\gamma_\infty = 1 + 36.54 \left( \frac{3r_S}{r_o} \right) \quad (5.40)$$

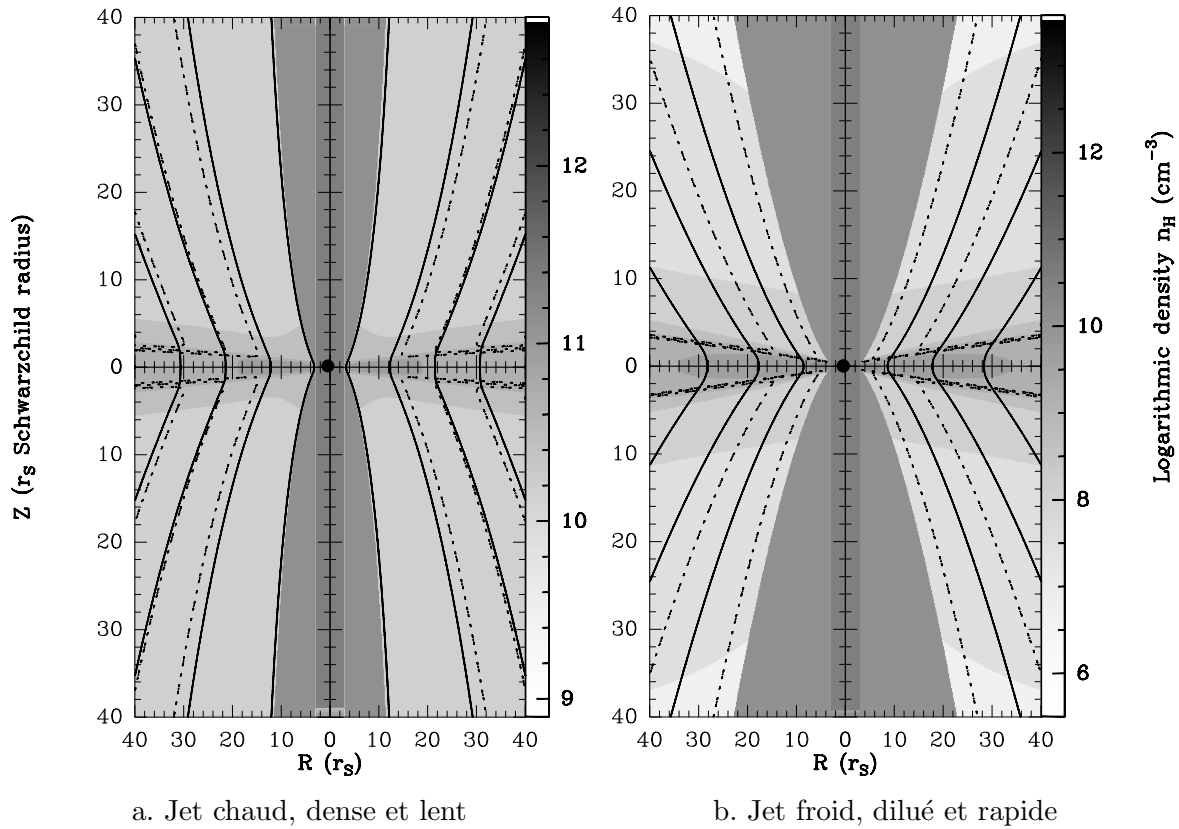
Une autre estimation, du facteur de Lorentz d'ensemble cette fois, peut être établie en regardant le bilan énergétique de la solution. On obtient ainsi

$$\begin{aligned} \frac{2P_{jet}}{P_o} &\simeq 0.45 \\ \frac{P_{acc}}{P_o} &\simeq 1.09 \\ \text{et donc } \frac{2P_{rad}}{P_o} &\simeq 0.64 \end{aligned} \quad (5.41)$$

ce qui donne, si l'on suppose que toute l'énergie du jet est convertie en énergie cinétique, que

$$P_{jet} = (\gamma_{bulk} - 1)c^2 \int_{r_i}^{r_e} dM_j = P_o \frac{2c^2 \xi r_e}{GM_*} (\gamma_{bulk} - 1) \quad (5.42)$$

Le résultat que l'on obtient ne dépend plus alors que du rayon externe de la SMAE  $r_e$ . L'ordre de grandeur du rayon externe dépend du type de système étudié et est assez mal connu. Une récente observation du noyau actif de la galaxie M87 dans le domaine radio donne une idée



**Fig. 5.7** – Coupe poloïdale en densité (niveau de gris), en surface magnétiques et en lignes d’écoulement (pointillés) des deux jets présentés dans la section (5.3.3). Les solutions sont représentées autour d’un trou noir supermassif de  $10^7 M_\odot$  avec un taux d’accrétion au rayon externe  $r_e = 40r_S$  de  $10^{-1} M_\odot/ann$ . La solution de gauche montre un jet s’évasant peu car très dense. Le jet de droite est très dilué et s’évase donc beaucoup, autorisant une grande vitesse asymptotique à la matière du jet. La zone foncée au dessus et en dessous du trou noir est une zone où la solution de SMAE ne demeure pas, laissant la possibilité à un plasma de pair de se créer et d’être accéléré par le mécanisme de la fusée Compton (Henri & Pelletier 1991)

de ce rayon (Junor *et al.* 1999), évalué comme étant de l’ordre de  $30r_S$ . Appliquée à notre exemple, on obtiendrait ainsi un facteur de Lorentz d’ensemble de l’ordre de  $\gamma_{bulk} \simeq 2.9$ . Le jet ainsi obtenu serait moyennement relativiste.

Ces deux exemples sont quelque peu contre-intuitifs dans certains aspects (ceci est dû aux nombreux degrés de liberté sur le chauffage qui, dans l’absolu, devrait faire l’objet d’une étude cinétique détaillée). En effet, de ces deux jets, c’est celui qui a le couple magnétique dominant qui rayonne le plus d’énergie. Ce jet n’est donc pas une machine à extraire du moment cinétique très efficace (seulement 41% de l’énergie libérée par l’accrétion s’en va dans les jets). Malgré ce manque de rendement, le jet peut atteindre des vitesses très élevées (voir relativistes autour d’objets compacts). A l’opposé, le jet dense emmène la totalité de l’énergie disponible dans le jet pour finalement atteindre une vitesse asymptotique assez faible. Ces faits sont le résultat de la dualité de la création d’entropie : cette création d’entropie

pousse la matière dans le jet et en même temps dépose, via la température du plasma, un réservoir d'énergie disponible pour l'accélération de cette dernière. Dans le premier exemple, une grande quantité d'enthalpie est déposée dans la couronne accompagnée d'une poussée encore plus grande de la pression thermique. L'emport de masse est si important que même avec l'enthalpie présente, il n'y a pas assez d'énergie pour accélérer la matière jusqu'à de grandes vitesses. Dans le deuxième cas, la poussée due à la pression thermique est à peine suffisante pour provoquer un flux de masse vertical. La quantité de matière dans le jet est très faible, ce qui autorise à la fois une grande accélération de cette dernière et une émission du disque importante.

### 5.3.4 Comparaison avec d'autres modèles de jets

Ayant écrit les relations entre invariants MHD du jet et turbulence dans le disque, nous sommes maintenant capables de comparer les résultats obtenus dans d'autres études, pour peu que la simulation faite soit axisymétrique et stationnaire et que le jet soit issu d'un disque képlérien. En effet, bien que les simulations présentées ici soient faites dans le cadre auto-similaire, les relations analytiques sont indépendantes de l'hypothèse d'auto-similarité. De plus, dans un disque quasi-képlérien, on peut raisonnablement espérer que les lois de puissances radiales reproduisent correctement le comportement radial des grandeurs, étant donné que la gravité est le terme dominant dans la dynamique du disque (la gravité de l'objet central étant par elle-même auto-similaire). A titre de comparaison, certaines des solutions froides obtenues ont les mêmes paramètres de jets que la simulation présentée par Krasnopolsky *et al.* (1999) qui utilise un code ZEUS 2D pour modéliser un jet froid. Il est à noter que la géométrie de la surface d'Alfvén de Krasnopolsky *et al.* (1999) est conique, confirmant ainsi les liens trouvés entre invariants MHD.

Une autre étude menée par Ustyugova *et al.* (1999), prenant une configuration magnétique polôïdale monopolaire, utilise un autre code numérique à deux dimensions (de type Godunov). Les auteurs obtiennent un vent MHD qui a une surface d'Alfvén non-conique avec des bras de leviers très faibles et des flux de masse forts. Ces valeurs de paramètres de jets sont compatibles avec les jets les plus denses que j'ai obtenus dans le cadre des SMAE "chaudes" créant beaucoup d'entropie à la surface du disque. En regardant de plus près les conditions aux limites imposées pour imiter la présence d'un disque d'accrétion képlérien, on voit que la vitesse du son dans la couronne (ainsi que la température coronale) est élevée. En fait, les auteurs annoncent que  $(T^+/T_o)\varepsilon^2 \geq 0.1$  avec un disque très mince ( $\varepsilon \ll 1$  et dans la simulation, on n'a pas de variation de la hauteur du disque avec le rayon). Cette condition aux limites crée une enthalpie dans la base du vent qui ne peut être cohérente qu'avec une création d'entropie à la surface du disque. Les paramètres qu'ils obtiennent pour leurs simulations sont en accord avec une simulation de vents chauds.

Une dernière étude réalisée par Ouyed & Pudritz (1997) a obtenu des jets stationnaires avec une axisymétrie par rapport à l'axe du disque. Ces jets ont été réalisés avec un code ZEUS 2D avec des conditions aux limites dont la forme est une loi de puissance pour le



champ magnétique. Ils ont aussi posé comme adiabatiques les surfaces magnétiques du jet. A l’opposé de nos solutions froides, ils obtiennent des paramètres de jets qui sont sensiblement ceux que j’ai obtenus avec une SMAE chaude ( $\lambda < 3.5$  et  $\kappa > 0.6$ ). Il pourrait apparaître un problème entre leurs solutions et celles présentées ici. Il n’en est rien. En effet, de tels bras de levier ne sont accessibles que si la température coronale est supérieure à celle du disque. Dans leur simulation, ce n’est pas le cas. Comment cela est-il possible? En reconsidérant la limite de la simulation comme étant une zone au dessus de la couronne, on peut alors accorder nos contraintes analytiques avec cette simulation. Il suffit de supposer la couronne chaude en dessous de la limite de la simulation qui se refroidit très vite pour donner une température faible au dessus de la couronne. En effet, de tels bras de levier ne sont accessibles que si la température à l’endroit de la transition entre MHD résistive et idéale est plus forte que celle du disque, prouvant que la base de la simulation n’est pas la couronne mais une région située au dessus de cette dernière. De plus, la compression magnétique engendrée par la composante toroïdale du champ ne permettrait pas un départ de matière du disque. La seule façon d’obtenir une telle configuration magnétique éjectant de la matière du disque est encore une fois d’ajouter une couronne chaude sur la surface du disque.

On le voit sur ces différents exemples, les conditions aux limites dans les simulations numériques de jets MHD sont à manier avec extrême prudence, sous peine de modéliser des jets qui ne pourraient jamais exister à cause de l’équilibre vertical du disque. Ces arguments viennent appuyer une partie de l’étude de Ustyugova *et al.* (1999) qui montre l’extrême sensibilité des solutions 2D vis à vis de leurs conditions aux limites.



# Chapitre 6

## Remarques de conclusion et perspectives

### Sommaire

---

|     |   |    |
|-----|---|----|
| 5.1 | Equation d'énergie et dynamique des jets . . . . .        | 85 |
| 5.2 | Conservation globale de l'énergie . . . . .               | 88 |
| 5.3 | Des jets MHD froids aux jets magnéto-thermiques . . . . . | 92 |

---

Il a été démontré, dans des études antérieures, que des jets super-alfvéniqes pouvaient être émis depuis des disques d'accrétion képlériens. Les structures ainsi modélisées étaient toutes axisymétriques et stationnaires (Wardle & Königl 1993; Li 1995, 1996; Ferreira 1997). La difficulté des jeux d'équations impliqués est telle que les structures incluant un disque magnétisé et un jet n'ont pu être modélisées de façon auto-cohérente en dehors du formalisme de l'auto-similarité. Pour faciliter l'étude du lien entre accrétion et éjection, diverses hypothèses supplémentaires ont été faites soit sur l'équilibre vertical du disque (Wardle & Königl 1993; Li 1995), soit sur les équations d'induction régissant le champ magnétique (Li 1996). Une étude plus récente a réussi à modéliser un disque d'accrétion magnétisé lançant un jet sans négliger aucun terme dans les diverses équations (Ferreira 1997). Ce modèle, généralisation de Blandford & Payne (1982), repose sur plusieurs hypothèses simplificatrices (outre la stationnarité et l'axisymétrie) : un plasma supposé **(i)** non-visqueux et **(ii)** un profil isotherme des surfaces magnétiques. L'espace de paramètres de ces solutions était alors mal connu.

### 6.1 Points importants dégagés par la thèse

Dans cette thèse, je me suis attelé à la fois à mieux comprendre la physique liant l'accrétion et l'éjection et à modéliser de façon plus réaliste encore les structures en découlant. Pour débiter mon travail, j'ai commencé par compléter le modèle de Ferreira (1997) en incorporant les effets de la viscosité dans le disque. J'ai ensuite montré que tous les paramètres du système,

à part ceux contraints par les conditions de régularité pour le franchissement des points critiques, étaient déterminés par la configuration de la turbulence. Cette turbulence, d'origine MHD, se manifeste sous la forme de trois coefficients de transport macroscopique (diffusivités magnétiques poloïdale et toroïdale ainsi que viscosité). La description d'un tel phénomène est extrêmement complexe car elle fait appel à des domaines de la physique cinétique encore très mal connus. De plus, parmi les phénomènes présents dans ces structures, certains ne sont pas descriptibles dans le cadre d'une approximation fluide MHD (transport turbulent d'énergie). Cette complexité et les lacunes quant à notre connaissance de ces processus microscopiques nous ont amenés à décrire leurs effets macroscopiques par des prescriptions phénoménologiques dépendant de paramètres "libres" car encore non contraints. Le modèle présenté ici extrapole ces prescriptions (qui se limitaient à la viscosité) à d'autres mécanismes de diffusion comme la diffusion magnétique. Cette thèse a ainsi montré que ces paramètres libres déterminaient, de par l'existence du jet, le rapport des couples de freinage dans le jet, la géométrie magnétique dans le disque ainsi que la quantité de moment cinétique emmenée par le jet.

Les relations analytiques issues de la présente étude relient de façon univoque les invariants MHD du jet aux caractéristiques du disque. Ainsi, j'ai pu montrer que les solutions où le couple visqueux est dominant par rapport au couple magnétique ne sont pas accessibles pour les structures où l'enthalpie du jet ne joue pas de rôle significatif dans la dynamique du jet. Cette restriction est directement imposée par la forme de la surface d'Alfvén (conique de par l'auto-similarité). Cette géométrie, commune à d'autres études de jets stationnaires issus de disques d'accrétion (Sakurai 1987; Ouyed & Pudritz 1997; Krasnopolsky *et al.* 1999), est primordiale dans la dilution du flux magnétique et dépend donc de la vitesse d'Alfvén.

L'espace de paramètres de jet obtenu dans le cadre des jets froids est beaucoup plus restreint que ceux proposés dans la littérature par les études précédentes. J'ai expliqué cette différence en insistant sur le fait que le traitement de l'équilibre vertical du disque doit être rigoureux. En effet, la moindre hypothèse sur ce traitement vient à faire disparaître les contraintes existant sur la production de jets super-alfvéniqes. J'ai en particulier prouvé que deux contraintes existaient sur cette production. La première contrainte porte sur la quantité d'énergie minimale que le jet doit posséder pour franchir la surface alfvénique. La seconde porte sur le fait que le gradient vertical de pression thermique, seule force capable de pousser la matière vers le jet, doit être supérieur à la compression magnétique et gravitationnelle s'exerçant sur le disque. C'est ainsi que certaines configurations magnétiques dans le disque sont exclues (courbure trop forte des surfaces magnétiques  $\mathcal{R}_m > \varepsilon^{-1}$  et/ou trop de  $B_\phi$  généré par le disque avec  $\alpha_m \gg 1$ ). Ces résultats sont des généralisations des contraintes trouvées par Li (1995) et Ferreira (1997). La comparaison des vitesses terminales obtenues dans le cas des jets froids avec les célérités observées dans les jets ont montré que ce type de solutions ne reproduisait pas les jets observés (Garcia *et al.* 2000). Ceci a été une motivation pour entreprendre de passer outre l'hypothèse **(ii)** prévalant sur les études antérieures : l'omission des effets thermiques dans le jet et plus particulièrement dans la couronne.

Inclure une équation d'énergie dans ce type de problème n'est pas chose facile à cause de la multiplicité des phénomènes capables de transporter de l'énergie. J'ai donc choisi d'adopter une démarche qualitative en prescrivant la différence entre les termes de chauffages et de refroidissement au lieu d'essayer de quantifier chacun des termes impliqués dans le bilan énergétique. L'entropie ainsi créée se manifeste sous la forme d'un gradient de pression thermique plus fort que dans les solutions froides et aussi sous la forme d'enthalpie plus forte que dans les solutions précédentes (jets plus chauds). Cette équation d'énergie modifie considérablement la dynamique du disque et celle du jet. En effet, grâce à la création d'entropie, la variété de jets obtenus est bien plus grande. On peut ainsi, en considérant un chauffage coronal intense, obtenir un disque éjectant une partie significative de sa matière en créant un jet dense et lent qui franchit la surface alfvénique grâce à l'enthalpie stockée dans le jet. A l'opposé, des solutions avec très peu de matière éjectée du disque donneront naissance à des jets de très grandes vitesses. Ces deux cas extrêmes illustrent parfaitement l'immense champ d'action accessible à ce genre de structures. Néanmoins, en raffinant le modèle jusqu'au point où il est arrivé, nous nous retrouvons toutefois avec des paramètres restés libres. Ces paramètres sont les trois décrivant la turbulence, l'épaisseur du disque, la forme et l'amplitude de la différence entre chauffage et refroidissement locaux, ainsi que les paramètres physiques de la SMAE (rayons internes et externes, taux d'accrétion au rayon externe ainsi que la masse de l'objet central). Il est important de noter qu'une prise en compte de la vraie équation d'énergie contraindrait l'épaisseur du disque ainsi que la forme et l'amplitude du chauffage (voir annexe C de Casse & Ferreira (2000b) sur l'équilibre vertical du disque). Les paramètres qui resteraient réellement libres dans ce cas de figure ne seraient alors qu'au nombre de trois, un pour chaque coefficient de transport turbulent dont la forme analytique est encore inconnue à ce jour.

## 6.2 Quelques perspectives

Une voie permettant de réduire les degrés de liberté de ce modèle est de le comparer aux observations. Les observations dans les différents contextes astrophysiques donnent une quantité de spectres qui doivent être reproductibles par un modèle afin que ce dernier soit validé. Dans cette optique, il serait intéressant de pouvoir réaliser des spectres synthétiques du disque d'accrétion et du jet ou plus simplement de proposer une modélisation du rayonnement émis en fonction du rayon dans le disque d'accrétion. En prenant une solution de jet, on possède toutes les propriétés du plasma à la fois dans le disque et dans le jet. En évaluant, suivant la nature de l'objet central, le processus d'émission dominant dans le disque d'accrétion, on arriverait, à posteriori, à une estimation du flux d'énergie rayonnée en fonction du rayon, dans le cas où le disque serait optiquement mince. Il faudra toutefois prendre garde au fait que le modèle présenté ici suppose que la pression dominante est la pression gazeuse et qu'il néglige la pression de radiation.

Cette démarche a déjà été accomplie dans le cadre des ADAF (Narayan & Yi 1995b) pour

modéliser le flux d'énergie émis par de tels disques d'accrétion. En particulier, la création d'entropie est un moyen de comprendre le déficit observationnel constaté dans certains systèmes émettant un jet, qu'il s'agisse d'objets tels des variables cataclysmiques (Rutten *et al.* 1992) ou des noyaux actifs de galaxies (Di Matteo *et al.* 2000). En injectant les formes de densité et de température du plasma dans la forme du flux dominant dans la SMAE (synchrotron dominant dans les régions internes des disques d'accrétion autour d'objets compacts), on pourrait ainsi arriver à contraindre les paramètres physiques de la SMAE ( $\dot{M}_{ae}$  en particulier). Notre modèle se prête d'ailleurs de bonne grâce à une telle estimation car nous possédons directement la valeur du champ magnétique, à la fois dans le disque et dans le jet, au contraire des ADAF ou d'autres modèles hydrodynamiques tels les ADIOS (Blandford & Begelman 1999). La réalisation de spectres synthétiques est plus ardue à mettre en œuvre car elle nécessite la connaissance des fonctions de distributions des populations de particules pour modéliser ne serait-ce que l'émission synchrotron du jet. Une approche de ce problème consisterait alors à faire des hypothèses quant à l'équilibre thermodynamique local du milieu. En supposant ces populations dans un tel équilibre, on pourrait reconstruire la fonction de distribution du plasma puisque ayant la densité (intégrale sur les vitesses de cette fonction de distribution) et la vitesse moyenne d'agitation thermique (température du plasma), on peut contraindre une statistique de Maxwell-Boltzmann. Dans le cas des systèmes où le disque d'accrétion est optiquement épais, le problème est plus simple. En effet, le modèle nous fournit toutes les caractéristiques du plasma à chaque rayon du disque et ceci quelle que soit l'altitude. Il est ainsi possible de déterminer la puissance totale rayonnée à chaque rayon et la température effective associée.

Pour contraindre les paramètres de turbulence, seule une connaissance des coefficients de transport macroscopiques du plasma baignant dans un champ magnétique pourrait nous donner une idée précise de leurs valeurs. Cette étude, qui est abordée dans l'autre partie de cette thèse, nécessiterait une modélisation de la turbulence magnétique et une étude cinétique de la diffusion des particules dans cette turbulence. La diffusion la plus importante à étudier serait la diffusion transverse au champ magnétique moyen, étant donné la configuration du champ dans le disque d'accrétion. En effet, la présence d'un jet stationnaire impose au disque une turbulence magnétique telle que la diffusivité magnétique poloïdale est toujours inférieure ou égale à la diffusivité magnétique toroïdale. En étudiant en détails, sur une base cinétique, les diffusions transverses aux composantes du champ magnétique, il serait peut être possible de déterminer si ce type de configurations est réaliste ou non. En particulier, il faudrait comparer l'intensité de la diffusion magnétique d'un fluide ayant une vitesse sub-sonique (diffusivité poloïdale) et un fluide supersonique (diffusivité toroïdale). Une étude cinétique plus poussée que l'approche simpliste de l'équation d'énergie présentée dans le deuxième chapitre serait nécessaire afin, éventuellement, de discriminer le transport d'énergie le plus efficace dans le disque. En extrapolant ces mécanismes de transport microscopiques, on pourrait ainsi contraindre, au moins partiellement, la forme de la différence entre chauffage et refroidissement, ainsi que son amplitude. Le couplage entre les trois domaines de la physique

que sont la physique cinétique des plasmas hors équilibre, la magnétohydrodynamique et l'électrodynamique constituerait le dernier d'un modèle complet, décrivant toute la structure de façon cohérente. Malheureusement, une telle structure théorique n'est pas encore abordable aujourd'hui, à la fois pour des raisons informatiques et théoriques, mais elle pourrait constituer un aboutissement de l'astrophysique dans l'étude des environnements des objets astrophysiques émettant des jets.





Deuxième partie

**Transport des Rayons Cosmiques à  
travers la turbulence MHD**



# Chapitre 7

## La découverte des Rayons Cosmiques et leur problématique

### Sommaire

---

|            |   |            |
|------------|---|------------|
| <b>6.1</b> | <b>Points importants dégagés par la thèse . . . . .</b> | <b>103</b> |
| <b>6.2</b> | <b>Quelques perspectives . . . . .</b>                  | <b>105</b> |

---

La compréhension des phénomènes liés à la physique des rayons cosmiques est encore loin d'être claire. Tout d'abord, que sont les rayons cosmiques ? Ce sont des particules hadroniques (des noyaux nucléaires allant du proton jusqu'à des éléments plus lourds comme le Zinc) se propageant dans l'espace avec des énergies de loin ultra-relativistes (leurs énergies vont du  $GeV$  jusqu'à des particules d'énergie estimée à  $10^{20}eV = 100EeV$ ). Ces particules bombardent la Terre avec un flux isotrope, ou tout du moins très faiblement anisotrope dans la direction du plan galactique. La découverte de leur origine extra-terrestre ne s'est pas faite sans heurts mais une fois admise, la physique décrivant des scénarii d'accélération de ces particules ne s'est jamais arrêté d'évoluer. Il reste néanmoins beaucoup d'interrogations dans ces scénarii, en particulier sur les processus physiques sous-jacents comme le transport de ces rayons cosmiques à travers les champs magnétiques galactiques et extra-galactiques. Je ferai dans la première section de ce chapitre un bref récapitulatif de l'Histoire de la découverte des rayons cosmiques. Je parlerai, dans un deuxième temps, du spectre observé de rayons cosmiques ainsi que des objets astrophysiques susceptibles d'être une source de ce genre de particules. Je conclurai ce chapitre en présentant une contrainte très importante sur l'origine des rayons cosmique : la coupure GZK.

### 7.1 La découverte des rayons cosmiques

Historiquement, la première observation des effets dus aux rayons cosmiques semble remonter au XVIIIème siècle par le physicien français Charles de Coulomb. Dans ces travaux, le physicien note qu'au cours d'une expérience où il a placé une sphère chargée électriquement au bout d'un fil isolant dans l'air libre, la charge de la sphère décroît au cours du temps

sans qu'il puisse expliquer l'origine de ce phénomène. À l'époque, Coulomb ne pouvait pas interpréter ce résultat car il est le produit de l'aptitude de l'air à conduire l'électricité sous l'effet de rayonnement X ou d'origine radioactive à haute énergie.

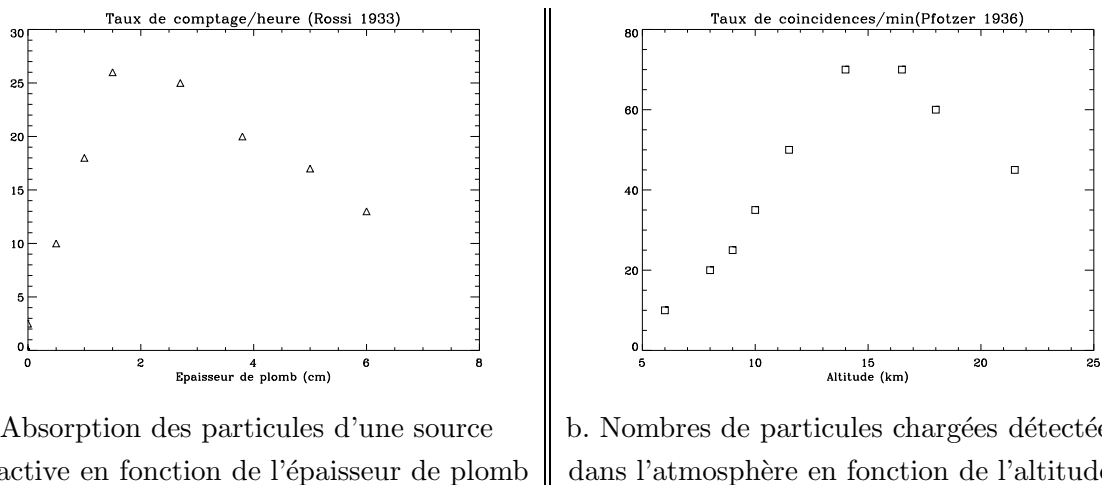
Grâce à un dispositif expérimental plus volu, C. Wilson, suivi par J. Elster et H. Geitel ont repris l'expérience de Coulomb pour démontrer qu'une sphère chargée se déchargeait par conduction atmosphérique de l'électricité. Cette conduction était expliquée par la présence dans l'atmosphère d'un rayonnement ionisant, mais l'origine de ce dernier n'était pas claire. En effet, Rutherford venait de découvrir la radioactivité naturelle et l'origine de ce rayonnement ionisant ne pouvait être tranchée en faveur d'une origine terrestre ou extraterrestre. Néanmoins Rutherford montra que le rayonnement ionisant responsable de la conduction de l'air provenait de l'extérieur de l'appareil car en le plaçant dans des coffrets en plomb d'épaisseurs croissantes, la décharge de la sphère se faisait de moins en moins rapidement. Pour éliminer l'influence de la radioactivité naturelle sur l'expérience, Wulf reproduisit l'expérience au sommet de la tour Eiffel en 1910 et continua à observer le phénomène de décharge. C'est en 1912 que l'origine extraterrestre de ce type de rayonnement fut mise en lumière grâce aux mesures effectuées avec une chambre d'ionisation par V.H. Hess à bord d'un ballon qui monta jusqu'à 5 km d'altitude. Ces mesures montraient qu'à partir de 1 km d'altitude, le courant d'ionisation augmentait significativement avec l'altitude. À l'époque, on décomposait le rayonnement ionisant en deux composantes :

- Une composante “molle” qui était éliminée par des plaques de 10 cm de plomb et qui augmentait avec l'altitude de l'endroit où la mesure avait lieu.
  - Une composante “dure” que l'on arrivait pas à faire disparaître, quelle que soit l'épaisseur de plomb utilisée et même sous plusieurs dizaines de mètres d'eau ou sous un tunnel.
- Cette composante ne variait pas avec l'altitude.

Après les travaux de Hess et différentes mesures effectuées avec des électroscopes, Milikan introduisit alors le terme de “rayons cosmiques” pour désigner cette nouvelle sorte de rayonnement.

Une expérience vint cependant troubler le consensus autour des rayons cosmiques. Une expérience de Regener puis de Pfötzer en 1936 prolongea les résultats de Hess jusqu'à une altitude de 30 km. Leurs résultats montrèrent alors que le taux de comptage de particules mesuré par des compteurs de type Geiger-Müller passait par un maximum vers 15 km d'altitude avant de décroître. La source des rayons cosmiques se situerait-elle dans l'atmosphère ? Il n'en est rien car ces mesures sont cohérentes avec un effet de transition observé pour la première fois par Rossi en 1933 (voir l'explication sur la figure 7.1). Le rôle d'absorbant tenu par l'atmosphère a donné une preuve supplémentaire de l'origine extra-terrestre des rayons cosmiques. Ces résultats ont aussi permis de faire la distinction entre le flux primaire de rayons cosmiques (venant de l'espace) et les particules, résidus de l'interaction entre le flux primaire et l'atmosphère (flux secondaire).

La découverte de ces gerbes de particules a ouvert un nouveau champ d'étude, poursuivi plus tard dans les grands collisionneurs. Ainsi, c'est grâce à des chambres de Wilson que An-



**Fig. 7.1** – Comparaison entre le taux de comptage de particules à travers une épaisseur variable de plomb et le taux de comptage de particules issues des rayons cosmiques en fonction de l’altitude. L’atmosphère joue le rôle d’un absorbant pour les rayons cosmiques. Les compteurs Geiger-Müller ne font pas de distinction entre les types de particules ni entre leurs gammes d’énergie : jusqu’à une épaisseur donnée d’absorbant, le nombre de particules détectées augmente à cause de l’augmentation des cascades de particules (la désintégration d’une particule incidence sur les atomes de l’absorbant produit plusieurs particules produits). Au delà de cette épaisseur, les résidus de désintégration commencent à être eux-mêmes absorbés, expliquant la baisse du nombre de détections.

person identifia une nouvelle particule dont la masse était égale à celle de l’électron mais dote d’une charge positive : le positon. D’autres particules comme le muon furent aussi identifiées. En 1938, Pierre Auger et ses collaborateurs montrèrent, grâce à trois compteurs GM au sol connectés ensemble, que la cohérence de ces gerbes, baptisées depuis gerbes d’Auger, pouvait s’étendre sur plus de 300 m. Il fut aussi le premier à estimer l’énergie de la particule primaire : il donna l’estimation de  $10^{15} eV$  environ pour cette particule.

Dans les mêmes années, d’autres découvertes furent faites telles que celle de Störmer, qui montra que les rayons cosmiques devaient avoir une énergie minimale pour franchir le champ magnétique terrestre ou encore comme la mesure d’une anisotropie entre les rayons cosmiques venant de l’Ouest et ceux venant de l’Est. Cette anisotropie ne pouvait s’interpréter que si les particules primaires avaient une charge électrique positive. Depuis ces années fastes, les investigations sur le spectre des rayons cosmiques se sont poursuivies pour arriver aux résultats actuels que je vais récapituler dans la prochaine section.

## 7.2 Spectre de rayons cosmiques et coupure GZK

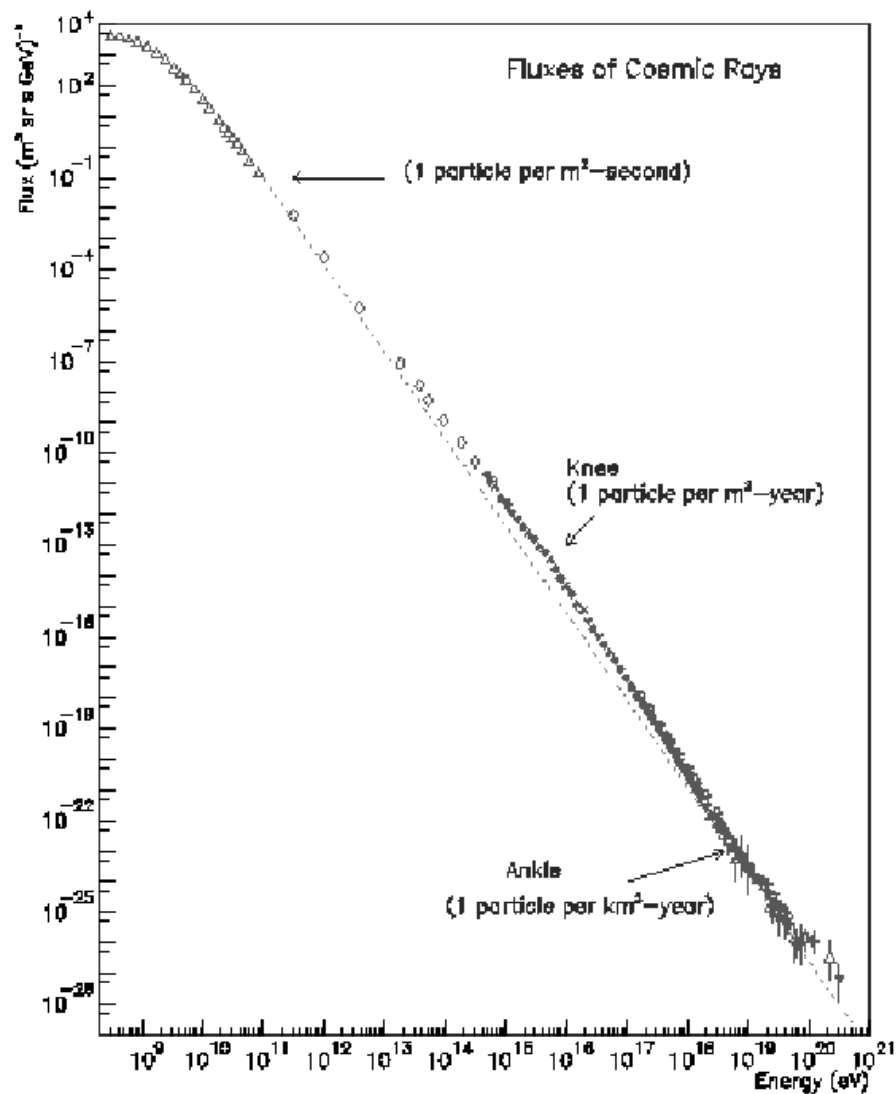
Les méthodes d’observation des rayons cosmiques dépendent de l’énergie de ces derniers. En effet, comme on peut le voir sur la figure (7.2), la largeur de la gamme d’énergie sur laquelle on détecte des rayons cosmiques est énorme : elle s’étend de particules ayant une énergie totale de  $1 GeV$  jusqu’à des particules dont l’énergie atteint  $10^{20} eV$ .

### 7.2.1 Le spectre différentiel en énergie

Le spectre différentiel en énergie est extrêmement régulier (et isotrope) et se décompose en deux régimes principaux :

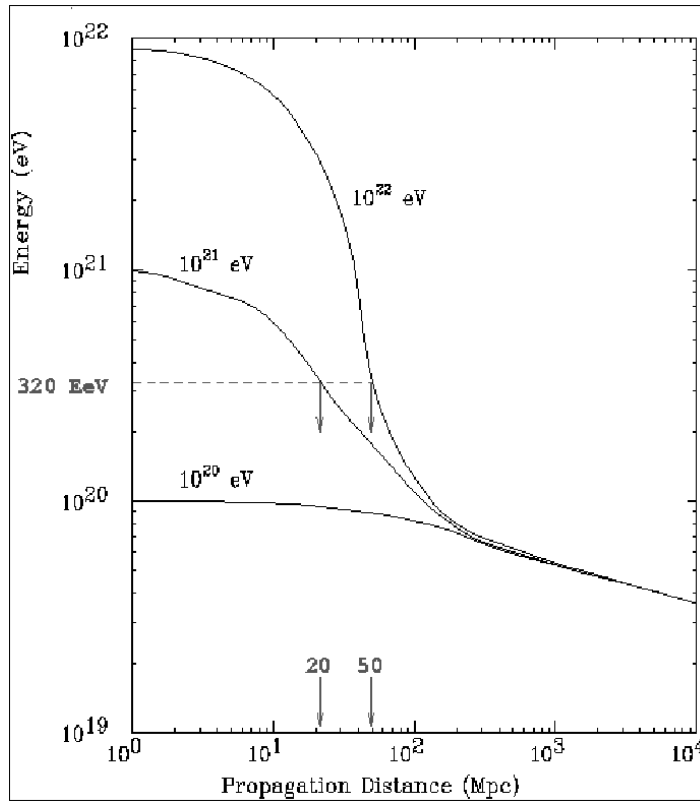
- la gamme  $10\text{GeV}-10^{15}\text{eV}$  où le spectre différentiel suit une loi de puissance d'indice  $-2.7$ . Ces rayons cosmiques sont supposés d'origine galactique car divers scénarii expliquent la loi de puissance obtenue comme étant l'interaction entre des particules de "basse" énergie et les restes d'un Supernovae. Les explosion de supernovae se produisent en nombre suffisant à l'intérieur de notre Galaxie pour expliquer le spectre observé dans cette zone du spectre. Les particules de cette gamme peuvent être détectées par des détecteurs spatiaux (satellites, ballons, ..) grâce leur flux important.
- la gamme  $10^{16}\text{eV} - 10^{19}\text{eV}$  où le spectre différentiel suit aussi une loi de puissance mais d'exposant égal à  $3.1$ . On attribue généralement une origine extra-galactique à cette composante. En effet, en se basant sur des considérations énergétique, il semble qu'aucun objet astrophysique galactique ne puisse être en mesure de produire de telles particules. De plus, un changement dans la composition chimique de la population de ces rayons cosmiques semble confirmer un changement de leur lieu d'accélération (Bhattacharjee & Sigl 2000). La zone reliant les deux parties du spectre (à  $4\text{PeV}$  (Kampert *et al.* 2001)) est appelée "genou". Sa forme et sa localisation sont loin d'être claires. Le flux des particules de la gamme d'énergie située au del du genou n'est pas détectable directement. En effet, en raison du flux trop peu important de ces particules, la zone collectrice nécessaire à la mesure est trop importante pour être embarquée sur un satellite. Seuls les détecteurs terrestres ont des superficies suffisantes. Malheureusement, comme je l'ai évoqué dans la section précédente, l'atmosphère joue le rôle d'un absorbant pour les rayons cosmiques. Ainsi, les gerbes d'Auger sont repérées par des détecteurs en coïncidence au niveau du sol et l'on peut remonter, grâce à la physique de ces gerbes, aux caractéristiques des particules primaires.

Dans la gamme d'énergie inférieure à  $10\text{GeV}$ , les rayons cosmiques proviennent majoritairement du Soleil. En effet, leur spectre est corrélé avec l'activité solaire. La dernière zone du spectre (sans doute celle qui pose le plus d'interrogations) est celle située au del de la "cheville" (la cheville est le nom de la transition se situant à  $10^{19}\text{eV}$ ). Dans cette zone, le nombre d'événements détectés n'est pas encore suffisant pour déterminer un spectre statistique. Des expériences (AGASA Hayashida *et al.* (1998) et Fly's Eye Sokolsky (1998)) ont clairement montré qu'il existait toutefois des particules arrivant sur Terre avec des énergies dépassant  $10^{20}\text{eV}$ . Malheureusement le flux de telles particules est si faible que le nombre de détection est très réduit. Pour remédier à ce manque de données, le projet du grand observatoire de rayons cosmiques Pierre AUGER a été initié. Cet observatoire terrestre se composera de deux sites d'observations : l'un en Argentine et l'autre probablement dans l'Utah aux Etats-Unis. Cet ensemble devrait occuper près de  $3000\text{km}^2$  avec plus d'un millier de détecteurs de type scintillateurs et quelques détecteurs à fluorescence (de type Fly's Eyes). Avec une telle



**Fig. 7.2** – Spectre observé de rayons cosmiques de 100 MeV à  $10^{21}$  eV. Ces données regroupent tous les rayons cosmiques sans distinction de masse. Le spectre se décompose en deux gammes d'énergie : la partie située au dessus du "genou" a un indice spectral de  $-2.7$  ( $\propto E^{-2.7}$ ) alors que la partie entre le genou et la cheville a un indice spectral égal à  $-3.1$ . Les indications sur les flux de particules par unités de surface montrent la nécessité d'avoir des installations de plus en plus grandes pour détecter un nombre constant de particules de plus en plus énergétiques. Ainsi la limite de détection pour les satellites se situe vers  $10^{14}$  eV. Au del de cette énergie, seules les installations au sol peuvent collecter un nombre suffisant d'évènements.

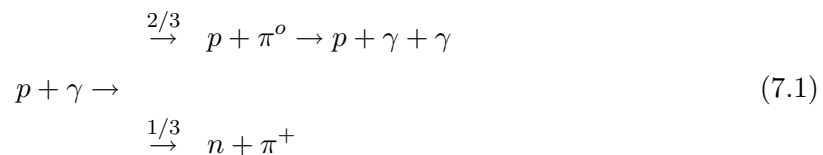
superficie, cet instrument devrait être capable de détecter et d'analyser un grand nombre de particules d'énergie extrême, au del de  $10^{19}$  eV. Pourquoi un tel intrt pour ces particules ? Ceci va faire l'objet du prochain paragraphe.



**Fig. 7.3** – Diagramme montrant la distance maximale où peut se propager un rayon cosmique en fonction de son énergie, étant donné l'effet GZK. L'énergie de seuil de la coupure GZK avec les photons du corps noir cosmologique est d'environ 300  $EeV$ , ce qui interdit aux événements supérieurs à cette énergie de venir de plus loin que typiquement une cinquantaine de mégaparsecs (voir Aharonian & Cronin (1994)).

## 7.2.2 La coupure GZK

La coupure GZK (du nom des auteurs Greisen (1966) et Zatsepin & Kuzmin (1966)) est une limite physique qui majore la distance de propagation d'une particule ayant une énergie supérieure à une énergie seuil. En effet, la physique des particules autorise un proton à se désintégrer sous la forme de pions à travers la réaction



Le seuil énergétique de cette réaction s'obtient en appliquant les lois de conservation de l'énergie totale et de la quantité de mouvement, en supposant que les produits de la réaction sont au repos. On obtient alors facilement que l'énergie seuil de cette réaction soit

$$E_{GZK} = \frac{m_\pi c^2}{4h\nu} (m_\pi c^2 + 2m_p c^2) \tag{7.2}$$



L'univers baignant dans le rayonnement fossile à  $2.7K$ , les rayons cosmiques, en se propageant, rencontreront partout des photons de ce corps noir et pourront provoquer la réaction ci-dessus si leur énergie est supérieure à l'énergie seuil. En appliquant la formule (7.2), on obtient que tous les protons d'énergie supérieure à  $E_{GZK} = 3 \cdot 10^{19} eV$  se désintégreront sur une distance donnée par l'étude de la section efficace de la réaction (figure 7.3). Ainsi tous les protons observés au dessus de l'énergie seuil (vers  $300 EeV$ ) proviennent d'une bulle dont le rayon est au maximum une centaine de  $Mpc$  (Aharonian & Cronin 1994). On est en droit de se demander quels sont les systèmes astrophysiques proches capables d'accélérer les rayons cosmiques à de telles énergies. Le nombre de galaxies contenues dans la bulle n'est pas énorme et il semble donc raisonnable que, suite aux données que nous aurons de l'observatoire AUGER, nous identifions les sources de ces rayons cosmiques (voir section suivante pour les candidats). Pour compléter cette section, je vais donner une rapide vue d'ensemble des environnements astrophysiques en les classant suivant leurs capacités à accélérer des rayons cosmiques.

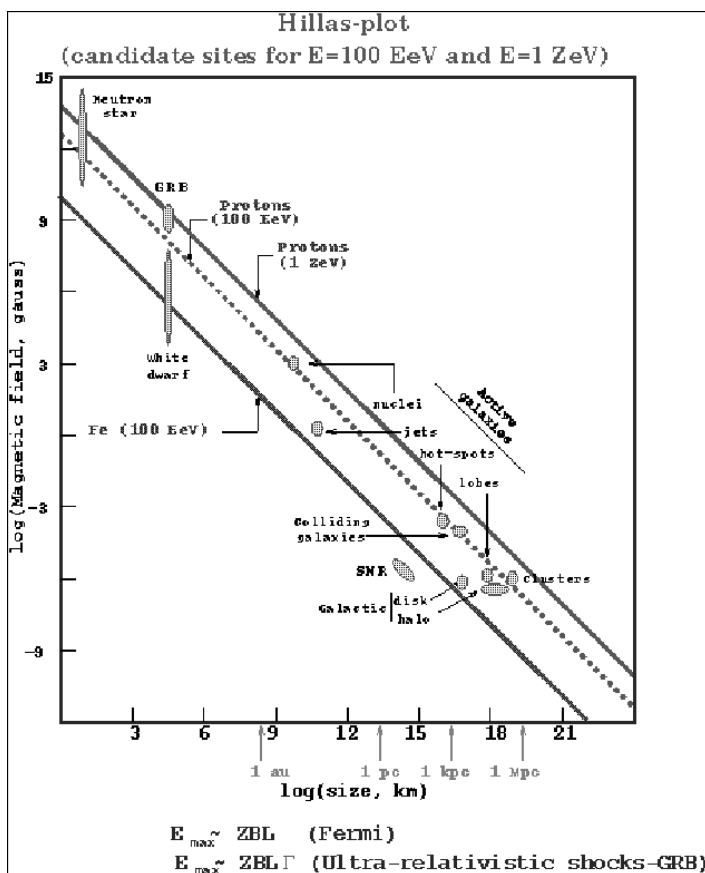
### 7.3 Quelle est l'origine des rayons cosmiques ?

Répondre ici à la question posée par le titre de cette section serait bien évidemment preuve que l'on aurait levé une grande partie du mystère entourant ces particules. En effet, connaître le lieu de production des rayons cosmiques, c'est avoir des indices sur le mécanisme entrant en jeu dans l'accélération de ces particules ainsi sur que le mode de propagation et de diffusion de ces particules chargées à travers le milieu galactique et extra-galactique. Les connaissances actuelles sur ces phénomènes sont encore très restreintes et nécessitent une étude plus approfondie, qui est l'objet de cette partie de ma thèse.

Les rayons cosmiques étant des particules chargées, la façon la plus simple de les accélérer est qu'ils soient en présence d'un champ électrique. Ce champ électrique peut être de deux origines différentes : électrostatique ou électromoteur. Pour accélérer des particules jusqu'à des énergies proches de  $10^{20} eV$ , un champ électrostatique a besoin d'une différence de potentiel énorme qui ne peut se produire dans beaucoup de systèmes astrophysiques (à par peut-être dans les calottes de pulsars,  $< 10^{12} - 10^{13} V$ ). Le champ électromoteur est beaucoup plus intéressant. En effet, le champ magnétique est présent partout dans l'Univers et peut s'établir sur des distances gigantesques (cosmologiques). Dans le cas d'un champ électromoteur d'intensité  $B$  sur une zone de taille  $L$ , l'énergie maximale que pourra atteindre une particule de charge  $Ze$  sera typiquement

$$E_{max} = \Gamma Z e c B L \simeq \Gamma Z \left( \frac{B}{1 \mu G} \right) \left( \frac{L}{1 Mpc} \right) 10^{21} eV \quad (7.3)$$

où  $\Gamma$  représente de facteur de Lorentz d'ensemble du milieu accélérateur. Pour savoir les performances d'un objet astrophysique, il est intéressant d'utiliser le diagramme de Hillas (Pelletier 2000) qui résume bien dans un plan L-B où se situent les performances de chaque objet. L'estimation présentée ici ne tient pas compte des pertes d'énergie que les particules subiront



**Fig. 7.4** – Diagramme de Hillas (version révisée de Pelletier (2000)) : représentation des divers objets astrophysiques magnétisés dans un plan champ magnétique-Taille de l’objet. Il apparait que les sursauts gammas soient les objets pouvant donner les particules d’énergie les plus élevées, avec les étoiles à neutrons.

au cours du mécanisme d’accélération. En effet, étant donné les diverses valeurs de champs magnétiques, les diverses conditions de densité et de température, les pertes énergétiques ne sont pas les mêmes dans tous les systèmes. A titre d’information, je donne dans le tableau (7.1) les valeurs des différentes grandeurs ainsi que la source dominante de pertes énergétiques (les valeurs de ce tableau sont tirées de Pelletier (2000)).

Il existe des scénarii alternatifs aux processus d’accélération des rayons cosmiques par un champ électromagnétique. En effet, des mécanismes “non-accélérateurs” se proposent d’expliquer l’existence des particules de ultra-haute énergie par la désintégration de particules “X” hyper-massives (typiquement  $M_X c^2 \sim 10^{25} eV$ ). La désintégration de ces particules X proviendrait de défauts topologiques brisant des symétries dans des phases de la théorie de grande unification. En effet, pour des énergies très élevées (supérieures au seuil GZK), les forces nucléaire faible et électromagnétique s’unifient en une force électrofaible régie par des interactions entre particules très massives. Ainsi ces particules “X”, en se désintégrant, donneraient naissance à des rayons cosmiques ayant des énergies supérieures à la coupure GZK. A cause de la présence de cette limite GZK, les rayons cosmiques au dessus du seuil GZK n’ont

| Objet             | $B(\mu G)$ | $L(Mpc)$   | $\Gamma$ | $E_{max}(eV)$ | Facteur limitant       |
|-------------------|------------|------------|----------|---------------|------------------------|
| Restes SN         | 1          | $10^{-5}$  | 1        | $10^{16}$     | Limitation temporelle  |
| Cœur AGN          | $10^9$     | $10^{-10}$ | 1        | $10^{20}$     | processus $p - \gamma$ |
| Jets relati. AGN  | $10^6$     | $10^{-3}$  | 10       | $10^{19}$     | processus $p - \gamma$ |
| Points chauds AGN | $10^2$     | $10^{-3}$  | 1        | $10^{20}$     |                        |
| Lobes radio AGN   | 1          | 1          | 1        | $10^{21}$     |                        |
| Sursauts gammas   | $10^9$     | $10^{-11}$ | $10^3$   | $10^{22}$     | processus $p - \gamma$ |
| Vent de pulsar    | 10         | $10^{-9}$  | $10^6$   | $10^{18}$     |                        |

**Tab. 7.1** – Capacité d’accélération des protons de divers objets astrophysiques parmi les plus performants (données tirées de Pelletier (2000)).

pu être produits à des temps cosmologiques, mais relativement récemment à l’échelle de l’âge de l’Univers ( $\sim 300$  millions d’années). Les particules X doivent donc être encore présentes dans l’Univers pour le bon fonctionnement de ces modèles (les particules X pourraient être une réponse à la question de la masse manquante de l’Univers). Néanmoins, ces modèles n’en sont qu’au stade embryonnaire car ils reposent sur une physique impliquant des particules hypothétiques non encore observées.

## 7.4 Motivation de la présente étude

Deux classes de modèles décrivant la production de rayons cosmiques cohabitent dans la littérature (modèle “bottom-up” d’accélération et modèle “Top-down” de désintégration de particules massives). Chaque classe de modèles possède des avantages et des inconvénients. A l’heure actuelle, il n’est pas encore possible de privilégier l’une ou l’autre des familles de modèles. Cette deuxième partie a pour but d’étudier la propagation et l’interaction de particules chargées avec un champ magnétique désorganisé. Les connaissances sur ces processus de transport sont encore très faibles. En effet, les coefficients de diffusion spatiaux (parallèlement  $D_{\parallel}$  et transversalement  $D_{\perp}$  à un champ magnétique moyen) ainsi que la diffusion angulaire ne sont prédits que dans le cadre d’étude très réduit de la faible turbulence. Dans les niveaux supérieurs de turbulence (dont fait parti la turbulence magnétique rencontrée par les rayons cosmiques), le comportement général de ces coefficients est complètement inconnu.

Le but du travail présenté ici est d’étudier ce comportement général en fonction de plusieurs paramètres : le niveau de la turbulence magnétique ainsi que l’énergie des rayons cosmiques cheminant à travers la turbulence magnétique. Le travail que j’ai entrepris est nécessaire pour une bonne connaissance de plusieurs grandeurs fondamentales concernant les rayons cosmiques :

- Le transport des rayons cosmiques à partir des sources émettrices de rayons cosmiques est entièrement régit par les coefficients de diffusion spatiaux  $D_{\parallel}$  et  $D_{\perp}$ . Les données

tirées des projets expérimentaux (tel le futur observatoire AUGER) nécessiteront une prise en compte des résultats d'une telle étude afin d'identifier les sources des rayons cosmiques (en particulier les rayons cosmiques ayant une énergie supérieure à l'énergie seuil du GZK).

- Le temps d'échappement des rayons cosmiques de leurs sources émettrices est lui aussi dépendant des coefficients de diffusion spatiale. C'est le temps pendant lequel les rayons cosmiques peuvent être soumis à un mécanisme d'accélération donné. L'importance des fonctionnalités apparaît dans :

1. L'efficacité des processus de Fermi, mécanismes très en vogue actuellement qui est extrêmement dépendante de la diffusion spatiale des rayons cosmiques. En effet, le temps d'accélération des rayons cosmiques par les processus de Fermi du premier ordre dépend du temps de résidence des particules dans le choc non-relativiste considéré. Pour les processus du second ordre, les diffusions spatiale et angulaire sont ici aussi cruciales pour déterminer leur efficacité ;
2. Le temps d'échappement des rayons cosmiques qui a également une importance déterminante sur la forme du spectre en énergie des rayons cosmiques. En effet, la fuite de particules est engendrée par la diffusion spatiale. Les coefficients de diffusion dépendant eux-mêmes de l'énergie des particules, il est alors impératif de connaître leur comportement en fonction de l'énergie et du niveau de turbulence pour déterminer le spectre en énergie d'une source donnée. Ce spectre  $S(\varepsilon)$  dans le cas général s'écrira

$$S(\varepsilon) = Q_{source}(\varepsilon)\tau_{echap}(\varepsilon) \quad (7.4)$$

où les deux termes du membre de droite dépendent de la diffusion spatiale des particules.

En dehors des applications reliées aux rayons cosmiques, tous les problèmes impliquant le phénomène de diffusion de particules chargées dans un champ magnétique turbulent bénéficieront des résultats que je présente dans cette thèse. Ainsi les disques d'accrétion magnétisés et turbulents tireront des informations sur la diffusion spatiale des renseignements précieux concernant le transport turbulent des particules.

PLAN DE LA DEUXIEME PARTIE

La suite de cette partie s'organise en quatre chapitres dont les sujets portent sur les thèmes suivants :

- Le deuxième chapitre présente les grandes lignes du mécanisme de Fermi, description de l'interaction de particules supra-thermiques interagissant avec la turbulence magnétique conduisant à l'accélération des particules interagissantes.
- Le troisième chapitre récapitule les connaissances théoriques sur le transport des rayons cosmiques dans un champ magnétique très peu turbulent. Il présente ensuite tous les résultats numériques obtenus dans le cas d'une turbulence magnétique de type Kolmogorov ainsi que leurs interprétations théoriques.
- Le dernier chapitre fait le bilan des résultats scientifiques obtenus dans cette partie de ma thèse et présente plusieurs applications directes de ces résultats à divers problèmes astrophysiques.



# Chapitre 8

## Les processus d'accélération de Fermi

### Sommaire

---

|     |   |     |
|-----|---|-----|
| 7.1 | La découverte des rayons cosmiques . . . . .          | 111 |
| 7.2 | Spectre de rayons cosmiques et coupure GZK . . . . .  | 113 |
| 7.3 | Quelle est l'origine des rayons cosmiques ? . . . . . | 117 |
| 7.4 | Motivation de la présente étude . . . . .             | 119 |

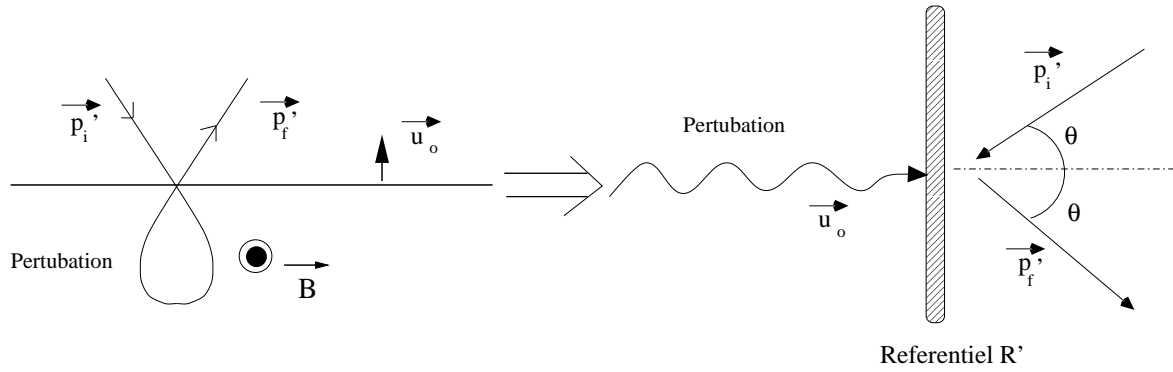
---

Le modèle le plus abouti décrivant l'interaction entre une particule chargée et un champ magnétique est basé sur un scénario proposé par Fermi en 1949. Dans ce scénario, un nuage possédant un champ magnétique grande échelle défléchit une particule chargée en lui communiquant de l'énergie cinétique. L'origine extra-galactique des rayons cosmiques de très haute énergie est maintenant claire. Bien que le principe du mécanisme de Fermi reste valable, il semble que les particules énergétiques n'interagissent pas avec des nuages interstellaires mais plutôt avec des ondes de choc, résultat d'explosion d'astres massifs, ou avec des perturbations localisées du champ magnétique (solitons). Dans ce chapitre, je présenterai le principe de base de l'accélération de Fermi et la distinction entre deux classes de ce genre de phénomènes. J'expliquerai ensuite plus en détails les rouages de chacune des classes.

### 8.1 Base du modèle

Imaginons une telle particule arrivant sur ce nuage (ou une perturbation magnétique) avec un angle d'incidence  $\theta$  par rapport à la vitesse du nuage (voir figure 8.1). Dans le référentiel  $R'$  de la perturbation, la particule est défléchie en conservant la norme de sa quantité de mouvement initiale ( $\vec{p}'_i \cdot \vec{u}_o = -\vec{p}'_f \cdot \vec{u}_o$ ). Dans le référentiel d'un observateur immobile, la transformation de Lorentz nous indique que l'énergie cinétique de la particule incidente avant et après déflexion (dans le cas non-relativiste) est

$$\begin{cases} \varepsilon_i &= \varepsilon'_i + \vec{u}_o \cdot \vec{p}'_i \\ \varepsilon_f &= \varepsilon'_f - \vec{u}_o \cdot \vec{p}'_i \end{cases}$$



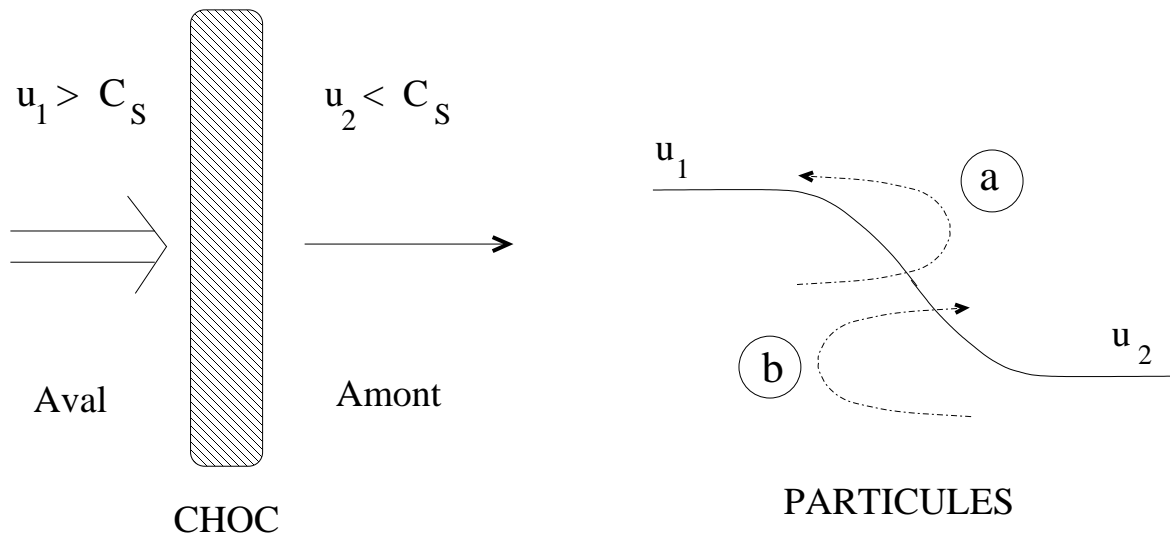
**Fig. 8.1** – Schéma du processus d'accélération de Fermi. Dans le référentiel  $R'$  de la perturbation se déplaçant à la vitesse  $\vec{u}_o$ , la particule est défléchie élastiquement par l'interaction d'un champ magnétique. Dans un référentiel immobile, la particule gagne de l'énergie cinétique par cette diffusion (phénomène similaire à l'accélération d'une balle par une raquette de tennis).

ce qui donne un gain d'énergie  $\Delta\varepsilon = -2\vec{u}_o \cdot \vec{p}_i$ . Ainsi, si la particule arrive avec une vitesse faisant un angle  $\theta$  inférieur  $90$ , la particule sera accélérée. Deux catégories d'accélération de Fermi émergent de cette considération. Dans la réalité, la particule ne subira pas qu'une seule déflexion mais un grand nombre suite sa rencontre avec une distribution de perturbations cibles. Si ces cibles sont distribuées de façon anisotrope comme par exemple dans le cas d'un choc issu de l'explosion d'une supernovae, le gain d'énergie moyen sera non nul ( $\langle \Delta\varepsilon \rangle = -2\vec{p}_i \cdot \langle \vec{u}_o \rangle \neq 0$ ). Ce type de configuration est appelé processus d'accélération de Fermi du premier ordre. Dans le cas où les particules se propagent dans un milieu isotrope, le gain d'énergie moyen sera très petit (on peut le considérer comme nul au premier ordre en  $u_o/c$ ) mais pas son écart quadratique ( $\langle \Delta\varepsilon^2 \rangle = 4p_i^2 u_o^2 \langle \cos^2 \theta \rangle \geq 0$ ). La population de particules conservera son énergie cinétique moyenne mais aura une fonction de distribution en énergie qui s'étalera vers les hautes énergies. Ce type de phénomènes est appelé processus de Fermi du second ordre. Je vais maintenant aborder les processus du premier ordre que représente l'interaction entre des particules supra-thermiques et un choc en expansion.

## 8.2 Les chocs diffusifs non-relativistes

La théorie de ces chocs et des processus de Fermi du premier ordre associés ont été développés dans la fin des années soixante-dix par plusieurs auteurs, à peu près au même moment (Krymskii 1977; Axford *et al.* 1978; Bell 1978a,b; Blandford & Ostriker 1978). Dans ces études, les chocs astrophysiques comme ceux émergeant des restes de SuperNovae (SNR) ou les chocs entre un jet extragalactique et le milieu ambiant, peuvent interagir avec une population de rayons cosmiques pour donner un processus de Fermi du premier ordre. Le plasma ambiant est donc composé de deux milieux distincts : le milieu amont qui se trouve devant l'onde de choc et le milieu aval qui représente le milieu déjà choqué. Le milieu aval possède une vitesse supérieure à la vitesse du son locale alors que le milieu amont est subso-





**Fig. 8.2** – Définition des grandeurs d'un choc diffusif. La vitesse du son du milieu  $C_s$  est d'un ordre de grandeur intercalé entre les milieux amont et aval. Deux type de déflexion peuvent intervenir (cycles a ou b), suivant le milieu d'origine de la particule.

nique. Le choc est supposé adiabatique et composé de part et d'autre d'un gaz parfait, ce qui permet d'appliquer les relations de Rankine-Hugoniot à la transition entre les deux milieux que sont la conservation de la masse

$$\rho_1 u_1 = \rho_2 u_2 \quad (8.1)$$

la conservation de l'impulsion

$$\rho_1 u_1^2 + P_1 = \rho_2 u_2^2 + P_2 \quad (8.2)$$

et enfin le flux d'énergie

$$\rho_1 u_1 \left( \frac{1}{2} u_1^2 + h_1 \right) = \rho_2 u_2 \left( \frac{1}{2} u_2^2 + h_2 \right) \quad (8.3)$$

où  $\rho$  est la densité,  $P$  la pression et  $h$  l'enthalpie d'un des milieux. En définissant le rapport de compression  $r$  comme étant le rapport des vitesses du milieu aval sur le milieu amont ( $r = u_1/u_2$ ), et en écrivant l'enthalpie d'un gaz parfait en fonction du rapport des chaleurs spécifiques  $\gamma = C_p/C_v$ , on obtient la relation ( $\mathcal{M} = u_1/C_s$ )

$$r = \frac{\gamma + 1}{\gamma - 1 + 2/\mathcal{M}^2} \quad (8.4)$$

Dans le cas où le plasma choqué est non-relativiste ( $\gamma = 5/3$ ) et si le choc est fort ( $\mathcal{M} \gg 1$ ), le rapport de compression devient égal à 4, alors que si le milieu aval est relativiste ( $\gamma = 4/3$ ), le rapport monte à 7.

Quel que soit le cycle suivi par une particule (cycle a ou b, voir figure 8.2), le gain en énergie est le même, à savoir

$$\begin{cases} \Delta\varepsilon = 2(\vec{u}_1 - \vec{u}_2) \cdot \vec{p}_i > 0; \text{ cycle a} \\ \Delta\varepsilon = 2(\vec{u}_2 - \vec{u}_1) \cdot \vec{p}_i > 0; \text{ cycle b} \end{cases}$$

En considérant une population de particules isotrope décrite par une fonction de distribution rapidement isotropisée ( $f = \bar{f}(p, \vec{x}) + \delta f(\vec{p}, \mu, \vec{x})$ ), on peut calculer le gain d'énergie moyen sur cette population. On définit  $\mu$  comme étant  $\cos\theta$ , ce qui permet d'écrire que  $\delta\varepsilon = 2(u_1 - u_2)p\mu$ . Le gain moyen d'énergie sur un temps  $\delta t$  s'écrira alors

$$\bar{\delta\varepsilon} = 2(u_1 - u_2) \frac{\int_0^1 p v \mu^2 \delta t S f d\mu}{\int_0^1 v \mu \delta t S f d\mu} = \frac{2}{3}(u_1 - u_2)p \quad (8.5)$$

où  $S$  est la surface du choc. Cette relation peut se traduire en termes de gain moyen en quantité de mouvement

$$\frac{\delta p}{p} = \frac{2}{3} \frac{(u_1 - u_2)}{v} \quad (8.6)$$

qu'il faut multiplier par deux pour obtenir le gain sur un cycle complet tel celui représenté sur la gauche de la figure (8.1).

$$\left. \frac{\Delta p}{p} \right|_{cycle} = \frac{4(u_1 - u_2)}{3v} \quad (8.7)$$

Pour estimer le temps moyen de résidence d'une particule dans le choc diffusif, il faut considérer le coefficient de diffusion spatiale caractérisant le mouvement de la particule. Si le mouvement est de nature Markovienne, alors le coefficient de diffusion spatiale  $D = \langle \Delta x^2 \rangle / 2\Delta t$  est indépendant du temps ( $x$  est une coordonnée définie le long de l'axe de propagation du choc). Ce coefficient de diffusion spatiale représente la diffusion subie par les particules quand elles rencontrent des modifications locales du champ magnétique (ondes d'Alfvén). La particule pourra donc, à tout instant  $t$ , être dans une coquille d'épaisseur  $\sqrt{\langle \Delta x^2 \rangle} = \sqrt{2Dt}$ . Le choc se propage au cours du temps et a une épaisseur  $X$  telle que  $X = u_2 t$  à l'instant  $t$ . La particule s'échappera quand l'épaisseur de sa coquille due à la diffusion sera plus grande que l'épaisseur du choc lui-même, c'est à dire au bout d'un temps de résidence  $t_r$  tel que

$$t_r = \frac{2D}{u_2^2} \quad (8.8)$$

Ainsi plus le coefficient de diffusion spatiale sera fort et plus la particule sera piégée longtemps. Ce coefficient de diffusion provient des multiples déflexions engendrées par les fluctuations du champ magnétique. Suivant la topologie du champ magnétique par rapport au choc (transverse ou parallèle), ce coefficient n'aura pas la même valeur, ce qui influencera directement le temps de résidence moyen d'une particule. Si l'on veut estimer la probabilité d'échappement  $\xi$  d'une particule sur un cycle, il nous faut estimer le rapport entre le flux de particules en aval et le flux de particules traversant du milieu amont vers le milieu aval. Dans un choc non-relativiste, on peut écrire

$$\xi = \frac{\int \int_{-1}^1 u_2 f S 2\pi p^2 dp d\mu}{\int \int_0^1 v \mu f S 2\pi p^2 dp d\mu} = \frac{4u_2}{v} \ll 1 \quad (8.9)$$

Pour qu'une partie significative des particules supra-thermiques puisse s'échapper, il faudra que ces dernières effectuent un grand nombre de cycles.

Ayant cette probabilité, il est possible d'obtenir la forme du spectre en énergie des rayons cosmiques en écrivant tout d'abord la quantité de mouvement atteinte après  $n$  cycles

$$p_o \rightarrow p_n = p_o \prod_{k=1}^n \left( 1 + \frac{4(u_1 - u_2)}{v_k} \right) = p_o \prod_{k=1}^n \left( 1 + \frac{r-1}{3} \xi_k \right) \quad (8.10)$$

Les particules considérées ici sont ultra-relativistes, ce qui permet d'obtenir directement l'énergie après  $n$  cycles ( $\varepsilon_n = p_n c$ ). La probabilité d'avoir au moins  $n$  cycles,  $\Xi_n$  est quant à elle égale à

$$\Xi_n = \prod_{k=1}^n (1 - \xi_k) \quad (8.11)$$

Le spectre en énergie s'obtient en dérivant la probabilité  $\Xi_n$  par rapport à l'énergie qui s'exprime comme

$$\frac{\ln \Xi_n}{\ln(p_n/p_o)} = \frac{\sum_{k=1}^n \ln(1 - \xi_k)}{\sum_{k=1}^n \ln(1 + (r-1)\xi_k/3)} \simeq -\frac{3}{r-1} \quad (8.12)$$

où j'ai fait l'hypothèse que le choc est non-relativiste ( $\xi_k \ll 1$ ). On obtient enfin la forme du spectre en lois de puissance

$$S(\varepsilon) \propto \frac{\partial \Xi_n}{\partial \varepsilon} \propto \varepsilon^{-\frac{r+2}{r-1}} \quad (8.13)$$

Le spectre d'énergie des particules accélérées par un choc non-relativiste donnera donc un exposant égal à  $-2$ . Le spectre observé sur Terre n'est pas directement celui produit par les chocs mais le spectre affecté d'un taux de perte d aux pertes énergétiques des particules ainsi qu'à la diffusion de ces particules à l'intérieur de notre Galaxie. Le modèle de la "Leaky Box" prend en compte ce genre de phénomènes pour expliquer la dépendance du temps d'échappement en fonction de l'énergie (e.g., Berezhinskii *et al.* (1990)). En effet, ce modèle est basé sur la mesure entre le flux de protons de ultra-haute énergie et le flux secondaire composé de noyaux plus lourds de hautes énergies (voir par exemple Webber *et al.* (1992)). Le temps d'échappement résultant montre une dépendance en énergie telle que

$$S(\varepsilon) = S_{Fermi}(\varepsilon) \tau_{echap}(\varepsilon) \propto \varepsilon^{-2-0.6} = \varepsilon^{-2.6} \quad (8.14)$$

ce qui est en accord avec le spectre observé des rayons cosmiques de moins de  $10^{16} eV$ . Néanmoins, la non-détection de l'émission de rayons gammas au TeV associés à ces particules énergétiques est un sérieux problème. En effet, quand des protons d'énergie de l'ordre de  $10^{14}$  à  $10^{15} eV$  rentrent en collision avec d'autres hadrons, il en résulte une production de pions qui en se désintégrant émettent des rayons gammas ( $\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$ , Aharonian (1999)). Cette non-détection peut avoir deux origines complémentaires : la première est que le spectre en énergie des particules n'est pas celui donné par le processus de chocs diffusifs non-relativistes (indice spectrale plus pentu, inférieur à  $-2$ ). La seconde, et non la moindre, est l'énergie maximale accessible dans les chocs engendrés par les restes de supernovae. Cette énergie maximale correspond au rayon de Larmor maximal que la particule peut atteindre par le

processus d'accélération (Lagage & Cesarsky 1983; Kirk & Dendy 2000a)

$$E_{max} \sim 6.10^{13} Z \left( \frac{u_o}{3.10^6 m/s} \right) \left( \frac{t_{age}}{300 ans} \right) \left( \frac{B}{1 \mu G} \right) eV \quad (8.15)$$

où il est supposé que le coefficient de diffusion spatiale  $D$  est égal au coefficient de Bohm,  $D = r_L c$  (où  $r_L$  est le rayon de Larmor et  $c$  la vitesse de la lumière) et que le temps d'accélération est égal à l'âge du choc ( $Z$  est le nombre de nucléons du noyau considéré). Etant donné les conditions régnant dans les restes de supernovae, on voit qu'il est difficile, d'expliquer par ce processus la population de rayons cosmiques de la gamme d'énergie vers  $10^{15}$  eV/nucléon. Cette estimation est bien entendu très dépendante de la valeur du coefficient de diffusion lors de la rencontre avec les irrégularités du champ magnétique. La diffusion des particules dépend de l'orientation du champ magnétique par rapport à ces particules, ce qui nécessite de prendre en compte des effets d'obliquité du champ (voir Pelletier (1999)).

### 8.3 Les chocs relativistes

D'autres chocs en expansion existent dans l'Univers. Ils proviennent des sursauts de rayons gammas et sont relativistes. Etant donné la quantité d'énergie libérée durant ces phénomènes, l'accélération des rayons cosmiques produite par des processus de Fermi peut être le mécanisme l'origine des rayons cosmiques observés au delà de  $10^{19}$  eV. Une difficulté émerge néanmoins dans leur étude : ces chocs étant relativistes, il faut donc reconsidérer la théorie des chocs diffusifs en tenant compte des effets relativistes. Ces effets apparaissent dans l'anisotropie des fonctions de distribution due à la focalisation relativiste le long de l'écoulement (similaire à la focalisation Doppler). De plus, les changements de référentiels doivent prendre en compte les effets de la transformation spéciale de Lorentz.

Considérons une perturbation magnétique se déplaçant à la vitesse  $V_{A*}$  le long d'un axe  $z$  (direction du champ magnétique moyen). Dans le référentiel propre de cette perturbation (référentiel  $R'$ ), définissons l'énergie réduite  $p'_o = E'/c$  et la quantité de mouvement  $\vec{p}'$  d'une particule de haute énergie. Le passage dans le référentiel  $R$  d'un observateur immobile nous donne les relations

$$\begin{cases} p_o &= \gamma_*(p'_o + \beta_* p'_z) \\ p_z &= \gamma_*(p'_z + \beta_* p'_o) \end{cases}$$

où  $\gamma_*$  est le facteur de Lorentz de la perturbation et  $\beta_* = V_{A*}/c$ . Dans le référentiel  $R'$  de la perturbation, la particule n'est soumise qu'à la force exercée par le champ magnétique. L'énergie de cette particule sera donc conservée dans ce référentiel, au contraire de la composante de la quantité de mouvement suivant  $z$ . En termes de variation des grandeurs, cela nous donne

$$\begin{cases} \Delta p_o &= \gamma_*(\Delta p'_o + \beta_* \Delta p'_z) = \gamma_* \beta_* \Delta p'_z \\ \Delta p_z &= \gamma_*(\Delta p'_z + \beta_* \Delta p'_o) = \gamma_* \Delta p'_z \end{cases}$$

Les particules relativistes conservant leur énergie totale dans le référentiel  $R'$ , on peut écrire la composante de la quantité de mouvement selon  $z$  comme  $p'_z = p' \mu'$  où  $\mu' = \cos \alpha'$  ( $\alpha'$  étant

l'angle entre le champ magnétique moyen et la quantité de mouvement  $\vec{p}$ ). Le lien entre le gain en énergie et la quantité de mouvement avant interaction est ( $p$  et  $\mu$  étant des grandeurs initiales avant l'arrivée sur la perturbation)

$$\frac{\Delta p}{p} = \gamma_*^2 \beta_* (1 - \beta_* \mu) \Delta \mu \quad (8.16)$$

Si la diffusion angulaire n'est pas petite (supérieure à  $1/\gamma_*$ ) et si l'angle d'arrivée sur la perturbation est plus grand que  $1/\gamma_*$ , alors le gain en énergie sera d'un facteur  $\gamma_*^2$ . Ce gain est beaucoup plus important que dans les chocs non-relativistes. Il suffirait donc de quelques cycles pour atteindre des énergies observées, même au dessus de la coupure GZK. Malheureusement, Gallant & Achterberg (1999) ont montré que le maintien de tels cycles n'était pas possible à cause de l'effet de focalisation relativiste. En effet, pour qu'une particule passée du milieu amont au milieu aval retourne vers le milieu amont, il faut que son angle d'incidence par rapport au champ magnétique soit inférieur à  $1/\gamma_*$ . Ils montrent ainsi que lors des chocs suivants, le gain ne sera plus que d'un facteur 2. Le gain en énergie des particules sera donc très important lors de la première moitié de cycle puis plus faible lors des suivants. Le seul moyen pour atteindre les plus hautes énergies est d'avoir pour la particule un grand nombre de cycles. Kirk *et al.* (2000b) ont montré que si la particule effectue un grand nombre de ces cycles, le spectre en énergie résultant sera une loi de puissance ayant un indice spectral égal à  $-2.2$ . La probabilité d'échappement d'un choc relativiste par une particule n'est pas connue, donc la validité du résultat précédent n'est pas sûre, la particule pouvant quitter la zone du choc après quelques cycles seulement.

La théorie des chocs non-relativistes ou relativistes (présentée ici rapidement) a besoin de connaître de façon plus détaillée le comportement des coefficients de diffusion spatiale et angulaire pour obtenir des estimations plus sûres des ordres de grandeurs des énergies accessibles par ces processus d'accélération. Je vais présenter dans la suite de cette partie le travail entrepris en collaboration avec G. Pelletier et M. Lemoine pour mesurer numériquement les coefficients de diffusion affectant des particules chargées se propageant dans un milieu soumis à une turbulence magnétique.



## Chapitre 9

# Diffusion des Rayons Cosmiques dans un champ magnétique chaotique

### Sommaire

---

|     |  |     |
|-----|--|-----|
| 8.1 | Base du modèle . . . . .                       | 123 |
| 8.2 | Les chocs diffusifs non-relativistes . . . . . | 124 |
| 8.3 | Les chocs relativistes . . . . .               | 128 |

---

Ce chapitre est dédié à l'étude des coefficients de diffusion angulaire et spatiale d'une population de particules se propageant dans une zone de l'espace où règne un champ magnétique ayant une composante irrégulière. L'étude de l'interaction entre des particules chargées et de tels champs magnétiques n'avait pas encore été réalisée à ce jour. Je vais tout d'abord présenter le type de chaos magnétique employé au sein de cette étude ainsi que sa modélisation numérique. Je présenterai ensuite la notion de résonance nécessaire pour la diffusion. Dans la troisième section, je donnerai les résultats obtenus numériquement sur les divers coefficients de diffusion. Le code numérique utilisé ici a été écrit à l'origine par M. Lemoine et a été adapté par nos soins à l'étude du problème abordé ici. Le contenu de ce chapitre a fait l'objet d'un article en collaboration avec M. Lemoine et G. Pelletier, soumis à *Physical Review D*.

### 9.1 Description et modélisation du champ magnétique

Dans le cas le plus général, ce champ magnétique peut se décomposer en deux composantes distinctes : un champ magnétique à grande échelle, noté  $\vec{B}_o$ , et une composante turbulente notée  $\delta\vec{B}$ . Le champ magnétique à grande échelle peut dépendre du temps et de la position dans l'espace, mais à travers des fonctions bien définies et non aléatoires. La composante irrégulière, supposée statique en seconde approximation (la force électrique  $\vec{E} = -\partial\vec{A}/\partial t$  corrige la force à l'ordre  $V_A/c$ ), dépend des caractéristiques de la turbulence rencontrée dans

cette zone. Pour le début de cette étude, le champ magnétique à grande échelle est choisi statique et homogène. La composante chaotique sera décrite par une distribution aléatoire dont le spectre isotrope est une loi de puissance (indice égal à 5/3), semblable à ce que donnerait une composante magnétique désorganisée engendrée par une turbulence de type Kolmogorov.

L'ordre de grandeur de la composante magnétique chaotique  $\delta\vec{B}$  ne peut être connu que par son écart quadratique moyen. En effet, si une turbulence est isotrope, la densité de probabilité des phases du champ turbulent est uniformément répartie sur l'intervalle  $[0, 2\pi]$ . Ainsi, la valeur moyenne du champ magnétique chaotique est nulle ( $\langle \delta B \rangle = 0$  où les crochets dénotent une moyennisation sur les phases). Par contre, son écart quadratique moyen n'est pas nul,  $\langle \delta B^2 \rangle \neq 0$ . La valeur moyenne de la composante turbulente sera donc  $\sqrt{\langle \delta B^2 \rangle}$ . J'introduis ici le premier paramètre qui mesure l'importance de la turbulence du champ total

$$\eta = \frac{\langle \delta B^2 \rangle}{\langle B^2 \rangle} = \frac{\langle \delta B^2 \rangle}{B_o^2 + \langle \delta B^2 \rangle} \leq 1 \quad (9.1)$$

Ce paramètre varie entre 0 (pas de turbulence) et 1 (pas de champ moyen). Dans ce cadre, on peut définir les grandeurs associées au mouvement de la particule que sont le rayon de Larmor

$$r_L = \frac{p}{Ze\bar{B}} \quad (9.2)$$

et la pulsation de Larmor (reliée à la gyro-fréquence de rotation de la particule)

$$\bar{\omega}_g = \frac{c}{r_L} = \frac{Ze\bar{B}}{p} \quad (9.3)$$

Le nombre  $Z$  est le nombre de protons du noyau considéré dont la quantité de mouvement est désignée par  $p$ . La charge électrique  $e$  est celle d'un proton alors que  $\bar{B}$  est le champ magnétique moyen,  $\bar{B} = B_o + \sqrt{\langle \delta B^2 \rangle}$ . Le champ magnétique n'étant pas complètement ordonné, du fait de la présence de la turbulence, la particule ne suivra pas la trajectoire hélicoïdale habituelle de toute particule baignant dans un champ magnétique ordonné. Néanmoins, le rayon de Larmor a tout de même une signification physique car il est une mesure de l'énergie de la particule ultra-relativiste ( $E = pc$ )

$$E \simeq 925Z \left( \frac{r_L}{1Mpc} \right) \left( \frac{\bar{B}}{1\mu G} \right) EeV \quad (9.4)$$

où un exaélectronvolt ( $EeV$ ) est égal à  $10^{18}eV$ . Le rayon de Larmor peut être réécrit sous la forme d'un paramètre  $\rho$  sans dimension appelé paramètre de rigidité. Ce paramètre est proportionnel à la rigidité de la particule  $p/Z$  et fait intervenir la plus grande taille caractéristique de la turbulence,  $L_M$

$$\rho = \frac{2\pi r_L}{L_M} \propto \frac{p}{Z} \quad (9.5)$$

Comme je le montrerai dans la prochaine section, la particule doit entrer en résonance avec un des modes de la turbulence pour diffuser dans l'espace. Cette condition équivaut pour le rayon



de Larmor de la particule être égal à l'une des tailles caractéristiques de la turbulence. Ainsi quand  $\rho$  est beaucoup plus grand que l'unité, la particule n'interagit pas avec la turbulence et quitte la zone sans avoir été affectée par la turbulence magnétique.

Le spectre de turbulence choisi suit un spectre de Kolmogorov. Un tel spectre suit la loi de puissance  $S(k) \propto k^{-\beta}$  où l'indice spectral de turbulence est égal à 5/3 dans la théorie de Kolmogorov. Le théorème de Wiener-Khitchine relie la valeur moyenne du produit de deux composantes du champ magnétique chaotique à son spectre de via la relation

$$\langle \delta B^2 \rangle = \int_{k_m}^{k_M} S(k) dk = \int_{k_m}^{k_M} S_o k^{-\beta} dk \quad (9.6)$$

où les bornes de l'intégrale représente le domaine inertiel de la turbulence. Ces normes de vecteur d'onde sont les grandeurs conjuguées, au sens de la transformée de Fourier, des longueurs d'ondes  $l$  de la turbulence ( $k = 2\pi/l$ ). La constante  $S_o$  peut être reliée au paramètre  $\eta$  via le carré de la norme du champ magnétique total  $\overline{B}^2$

$$S_o = \eta \frac{\overline{B}^2 (\beta - 1)}{k_m^{1-\beta} - k_M^{1-\beta}} \quad (9.7)$$

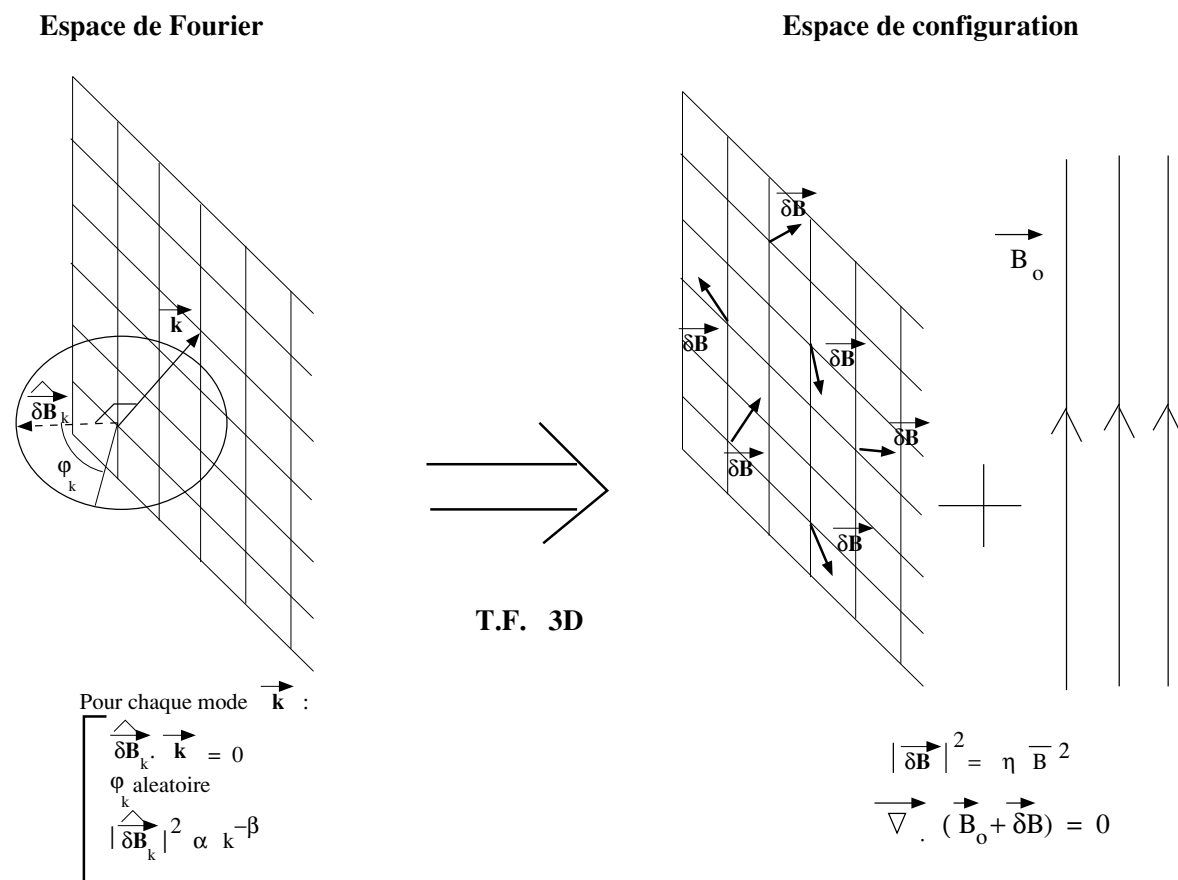
où les vecteur d'ondes sont reliés aux tailles caractéristiques comme  $k_m = 2\pi/L_M$  et  $k_M = 2\pi/l$ . Ces tailles caractéristiques sont celles d'une boîte carrée périodique à 3D discrétisée par un maillage dont l'arête est d'une longueur  $l$ . Le nombre de cellules dans cette bote est  $N^3$ , sachant que l'arête de la bote cubique est  $L_M = Nl$ . Cette grille à trois dimensions représente l'espace réciproque d'une zone cubique dans l'espace de configuration. Ainsi les vecteurs d'ondes  $\vec{k}$  existant dans cet espace discrétisé doivent pouvoir "relier" deux points de la grille. Le nombre de modes de turbulence, c'est à dire le nombre de vecteurs d'ondes  $\vec{k}$ , sera égal au nombre de cellules,  $N^3$ . Il faut respecter deux conditions sur les composantes de Fourier du champ magnétique. En effet, pour respecter la divergence nulle du champ magnétique, il faut que chacune des composantes de Fourier du champ soit perpendiculaire au vecteur d'onde  $\vec{k}$  correspondant.

$$TF(\vec{\nabla} \cdot \delta \vec{B}) = 0 \Leftrightarrow \sum_j \vec{k}_j \cdot \delta \vec{B}_j = 0 \quad (9.8)$$

L'espace de Fourier (ou espace réciproque) tant un espace à trois dimensions, la composante de Fourier du champ doit donc être dans ce plan. L'orientation de la composante de Fourier dans ce plan est tirée, via la phase  $\phi_k$ , aléatoirement en utilisant une méthode Monte-Carlo ayant une probabilité uniformément répartie sur  $[0, 2\pi]$ . Ensuite, il faut affecter chaque composante de Fourier de son poids statistique, donné par le spectre :

$$|\delta \vec{B}_j|^2 \propto k_j^{-\beta} \quad (9.9)$$

La transformée de Fourier du champ turbulent est prête après normalisation au champ statique en utilisant le niveau de turbulence  $\eta$  qui est fixé par l'utilisateur. Il ne reste plus qu'à



**Fig. 9.1** – Diagramme montrant l’algorithme suivi pour modéliser la turbulence magnétique isotrope. Le schéma ne montre qu’une section de la grille 3D utilisée. Pour assurer la divergence nulle du champ magnétique, les composantes de Fourier du champ sont prises perpendiculaires à leur vecteur d’onde dans l’espace de Fourier. La direction dans le plan perpendiculaire est choisie aléatoirement pour simuler les phases aléatoires du champ. Les amplitudes des composantes de Fourier du champ sont affectées de la loi du spectre de puissance en  $k^{-\beta}$ . Une fois ces opérations terminées, il ne reste plus qu’à retourner dans l’espace de configuration en utilisant une transformée de Fourier 3D et à ajouter le champ à grande échelle pour obtenir un champ chaotique avec un champ moyen. Entre les points de la grille, le champ magnétique total est interpolé linéairement.

effectuer une transformation de Fourier inverse à trois dimensions pour obtenir le champ magnétique turbulent. Le champ total est alors obtenu en additionnant la partie turbulente avec la partie statique. Il faut bien voir que pour des raisons numériques évidentes, on est obligé de discrétiser les deux espaces réciproques et de configuration. Le champ total obtenu à la sortie de la transformation de Fourier inverse est donc lui aussi discret car connu seulement sur les points de la grille. Si on prend un nombre suffisamment grand de cellules, une interpolation linéaire entre les points de la grille est suffisante pour décrire de façon continue le champ magnétique. Les trajectoires de particules peuvent alors être intégrées dans la grille en n’importe quel point de l’espace. Les simulations présentées plus loin ont été réalisées en utilisant une grille avec  $N^3 = 256^3 \simeq 1.68 \cdot 10^7$  cellules. L’une des principales difficultés

numériques réside dans la taille mémoire des tableaux représentant les trois composantes du champ magnétique. En effet, chaque point de la grille nécessite trois réels (chaque réel prenant 24 octets de mémoire) pour déterminer le champ magnétique total. L'espace mémoire requis pour un tel calcul sera de  $24 \times 8 \times N^3$  octets. Dans le cas d'une simulation ayant une grille de  $256^3$  cellules, on a besoin un espace mémoire de 1,2 Goctets, alors que pour une grille de  $512^3$ , on atteint 9.66 Goctets. C'est cette raison qui m'a contraint à limiter les simulations à un pavage maximum de 512. Les comparaisons des mesures de coefficients de diffusion avec divers systèmes d'interpolation n'ont montré aucune différence entre les résultats. L'interpolation linéaire du champ parat donc plausible dans ce cas. L'espace total est pavé par une multitude de boîtes qui, grâce à des conditions de continuité du champ magnétique sur les bords de chaque boîte permettent à la particule de continuer à se propager sans rencontrer la moindre discontinuité.

## 9.2 Particules entrant en résonance avec le chaos magnétique

Le concept de résonance d'une particule avec le chaos est fondamental dans l'étude de la diffusion. Je vais illustrer ce concept en présentant ici un exemple très simple de champ magnétique chaotique : un champ magnétique  $\vec{B} = B\vec{e}_z$  statique et homogène parcouru par des ondes d'Alfvén lui étant parallèles. Le système se réduit alors à un modèle à une dimension car les perturbations magnétiques  $\delta\vec{B}$  engendrées par les ondes d'Alfvén seront perpendiculaires au champ magnétique  $\vec{B}$ . Je suppose aussi, dans cet exemple, que le niveau de perturbation engendré par les ondes d'Alfvén est faible par rapport à la valeur du champ magnétique ( $\delta B \ll B$ ). Cette hypothèse permet de négliger les effets de la composante suivant  $z$  du champ chaotique par rapport à  $B_o$ .

Les perturbations peuvent être décomposées en une somme de Fourier de perturbations circulaires droites et gauches ( $\varepsilon_c = 1$  ou  $-1$ )

$$\varepsilon_p \delta\vec{B} = \vec{e}_x \int \hat{B}_k \cos(kz) dk + \vec{e}_y \int \hat{B}_k \sin(kz) dk \quad (9.10)$$

où les vecteurs  $\vec{e}_x$  et  $\vec{e}_y$  sont des vecteurs unitaires transverses au champ et perpendiculaires entre eux. La coordonnée  $z$  d'une particule en tir balistique peut être approximée par  $z = v\mu t$ . L'estimation de  $z$  est justifiée par le faible niveau de turbulence où l'on suppose qu'à l'ordre le plus bas, l'angle  $\alpha$  ( $\mu = \cos \alpha$ ) entre la vitesse et le champ magnétique moyen n'est que très légèrement modifié. La force appliquée le long du champ magnétique à une particule de déplaçant à une vitesse  $\vec{v}$  peut s'écrire

$$\delta F_{\parallel} = Zq(\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \vec{e}_z \quad (9.11)$$

ce qui donne, en négligeant les perturbations magnétiques parallèles au champ moyen, une vitesse dans le plan transverse ( $\varepsilon_q$  est le signe de la charge  $Zq$  de la particule)

$$\vec{v}_{\perp} = v_{\perp} (\vec{e}_x \cos(\bar{\omega}_g t + \psi) + \varepsilon_q \vec{e}_y \sin(\bar{\omega}_g t + \psi)) \quad (9.12)$$

La force s'exerçant sur une particule, le long de  $z$  sera donc (après quelques manipulations algébriques)

$$\delta F_{\parallel} = Zqv_{\perp} \int \hat{B}_k \cos(\Omega_k t + \varepsilon_c \varepsilon_q \psi) dk \quad (9.13)$$

où la pulsation  $\Omega_k$  est définie comme  $kv\mu - \varepsilon_c \varepsilon_q \bar{\omega}_g$ . En utilisant la définition de la force  $\delta F_{\parallel}$  comme étant  $\dot{v}_{\parallel} = v\dot{\mu}$ , la dérivée temporelle de l'angle d'attaque sera

$$v\dot{\mu} = \int \int_0^t Zqv_{\perp} \hat{B}_k \cos(\Omega_k \tau + \varepsilon_c \varepsilon_q \psi) dk d\tau \quad (9.14)$$

Sur la trajectoire de la particule, la présence du cosinus annulera cette intégrale sauf si la condition  $\Omega_k = 0$  est vérifiée. Cette condition, qui peut se récrire

$$kv\mu = \varepsilon_c \varepsilon_q \bar{\omega}_g \quad (9.15)$$

est une résonance de la trajectoire de la particule avec un mode du champ magnétique chaotique. Sur une distribution continue de mode compris entre  $k_{min}$  et  $k_{max}$ , la particule pourra rencontrer de telles résonances à condition que la relation (9.15) soit vérifiée. La pulsation de Larmor est reliée au rayon de Larmor et le vecteur d'onde  $k$  est relié à la longueur d'onde correspondante  $\lambda$  de façon que  $k = 2\pi/\lambda$ . Ainsi la condition ci-dessus se traduit dans les termes suivants

$$\frac{2\pi r_L}{\lambda} = \frac{(1 - \mu^2)^{1/2}}{\mu} \quad (9.16)$$

Si le rayon est tel que la condition (9.16) ne peut être vérifiée, la particule ne sera pas affectée par le champ chaotique, quel que soit son angle d'attaque  $\mu$ . Au contraire, si le rayon de Larmor de la particule est tel qu'il existe des valeurs de l'angle  $\mu$  pour lesquelles la relation (9.16) est vérifiée, la particule subira alors une déflexion qui fera varier son angle d'attaque, entraînant du même coup une déviation de sa trajectoire originelle. Le processus alors engagé amènera la particule à rencontrer d'autres résonances qui entraîneront alors une marche au hasard pour la particule. Cette marche au hasard est la base du processus diffusif qui veut qu'une particule perde rapidement le souvenir de sa trajectoire initiale.

L'exemple présenté ici est évidemment simpliste (la relation 9.16 n'est pas valide quand  $\mu \rightarrow 0$ ). Néanmoins, dans le cas des champs magnétiques chaotiques à trois dimensions, l'idée de résonance reste. Ainsi, il faudra que la particule suive une relation similaire à (9.16) pour qu'elle rencontre des résonances avec le chaos. Si le rayon de Larmor d'une particule est très inférieur (ou supérieur) à la plus petite longueur d'onde du champ chaotique, elle ne subira pas d'effets de diffusion spatiale ou angulaire. Par contre, si son rayon de Larmor appartient au domaine inertiel du chaos ( $\lambda_{min} \leq r_L \leq \lambda_{max}$ ), la particule subira une diffusion angulaire et spatiale, régie par les coefficients  $D_{\parallel} = \langle \Delta z^2 \rangle / 2\Delta t$ ,  $D_{\perp} = \langle \Delta x^2 \rangle / 2\Delta t$  et  $\nu_s = \langle \Delta \mu^2 \rangle / \Delta t$ .

Dans le cas d'une turbulence très faible, l'application de la théorie quasi-linéaire nous permet d'avoir une expression approximative de ces coefficients (voir annexe C)

$$\begin{aligned}
 \frac{\nu_s}{\bar{\omega}_g} &\simeq 2\pi(\beta - 1)\eta|\mu|^{\beta-1}\rho^{\beta-1} \\
 D_{\parallel} &\simeq \frac{4c^2}{15\nu_s} \propto \rho^{2-\beta} \\
 D_{\perp} &\simeq \frac{v^2}{3} \frac{\nu_s}{\nu_s^2 + \bar{\omega}_g^2}
 \end{aligned} \tag{9.17}$$

Il est à noter que l'expression du coefficient de diffusion spatiale parallèle au champ moyen est obtenu en faisant l'hypothèse que le coefficient de diffusion angulaire est indépendant de l'angle initial. Cette expression n'est pas valide dans la théorie quasi-linéaire et l'expression ci-dessus non plus. Néanmoins, la dépendance en  $\rho$  est elle toujours valide. Ces expressions n'ont une validité que pour des champs magnétiques très peu désorganisés. Dans la prochaine section je présenterai les résultats obtenus par l'expérience numérique (décrite en première section de ce chapitre) que j'ai menée.

## 9.3 Diffusion dans un champ magnétique chaotique

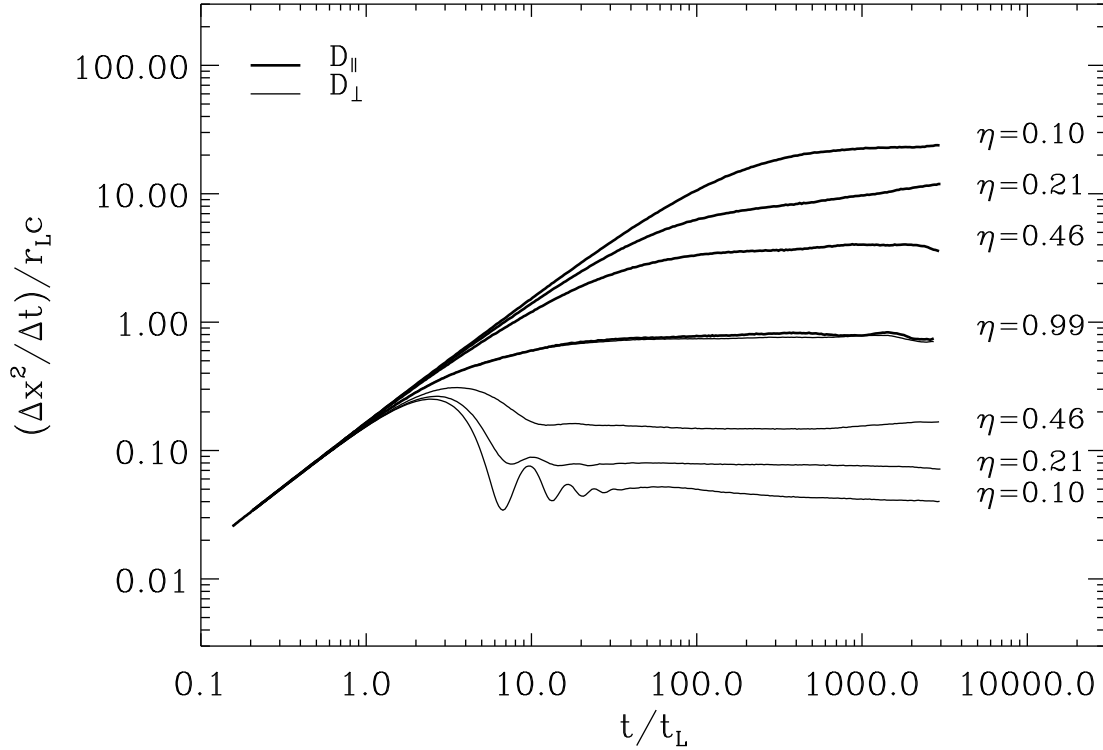
Je vais donner, dans cette section, les résultats de l'expérience numérique menée grâce au code que j'ai décrit dans la première section de ce chapitre. Je vais d'abord décrire la méthode de mesure des coefficients de diffusion ainsi que la fonction de corrélation de l'angle d'attaque. Je donnerai ensuite une description complète des résultats obtenus par cette expérience.

### 9.3.1 Mesure des coefficients de diffusion

Le programme informatique que j'ai utilisé ici intègre la trajectoire d'une particule lancée à une position aléatoirement tirée dans la grille tri-dimensionnelle, en utilisant un schéma d'intégration implicite en temps de type Burlisch-Stoer. L'angle initial est imposé arbitrairement et il est le même pour toutes les particules. Les particules sont des particules tests, indépendantes les unes des autres. Ainsi les paramètres libres que l'on fixe à chaque lanc de particules sont :

- Le niveau de turbulence  $\eta$
- Le rayon de Larmor  $r_L$
- L'angle initial  $\mu_o$
- La dynamique de la turbulence, c'est à dire le nombre de cellules pavant la bote (il est en fait plus ou moins contraint par la puissance informatique).

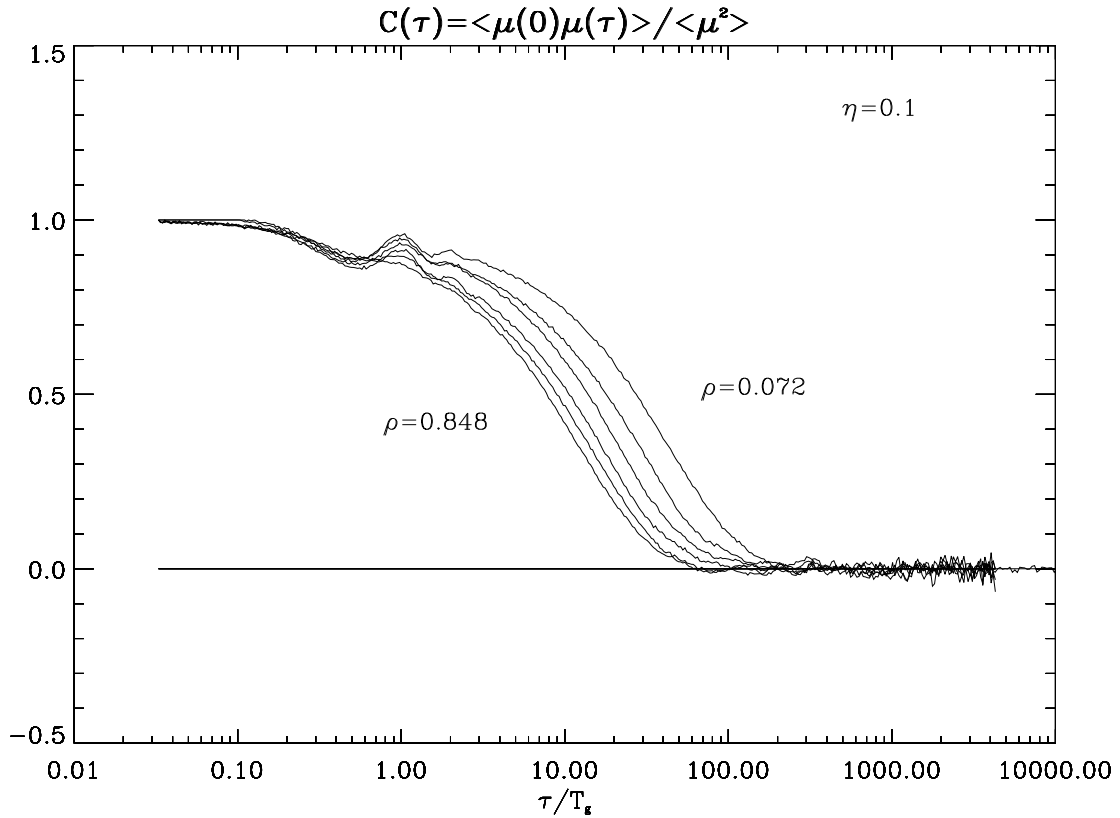
Pour un jeu de valeur des paramètres ci-dessus, on a les trajectoires des diverses particules lancées (30 à chaque rayon de Larmor). Pour pouvoir calculer les coefficients de diffusion spatiale, il faut utiliser la définition de ces derniers. En effet, ces coefficients sont la moyenne des écarts entre deux positions repérées par des temps séparés d'un intervalle  $\Delta t$ . Pour un intervalle donné, le principe consiste donc à additionner un grand nombre de ces intervalles



**Fig. 9.2** – Courbes de coefficients de diffusion en fonction de l’intervalle de temps sur lequel ils sont calculés, pour divers niveaux de turbulence (le temps est normalisé en période de Larmor  $t_L = \overline{\omega}_g^{-1}$ ). La valeur du plateau donne la valeur du coefficient de diffusion car le plateau représente un régime de diffusion où le coefficient associé est indépendant du temps  $\Delta t$  sur lequel il est mesuré.

(chacun calculé à des positions différentes sur la trajectoire) et à les diviser par le nombre d’intervalles. La moyenne étant réalisée, il ne reste plus qu’à diviser cette moyenne par l’intervalle de temps pour obtenir  $D_\perp$  et  $D_\parallel$ . Le régime n’est pas atteint pour des intervalles  $\Delta t$  trop petits (condition d’application de Fokker-Planck). En représentant ces coefficients en fonction de l’intervalle de temps  $\Delta t$ , le régime de diffusion (la valeur “réelle” du coefficient de diffusion) sera obtenu ds que le coefficient sera indépendant du temps  $\Delta t$ .

Sur la figure (9.2), j’ai représenté ces coefficients pour une rigidité donnée pour divers niveaux de turbulence. Le plateau obtenu donne la valeur de ce coefficient dans le régime de diffusion. En regardant cette figure, on remarque tout de suite que la diffusion parallèle au champ est systématiquement plus forte que dans la direction transverse. On voit ici une traduction de l’action du champ magnétique à grande échelle qui s’estompe quand  $\eta$  tend vers l’unité ( $\eta = 1$ , plus de champ  $B_o$ ). Quand  $\eta$  est égal à l’unité (cas non représenté ici), les coefficients de diffusion  $D_\parallel$  et  $D_\perp$  calculés dans mes simulations deviennent égaux. Une autre information nous provient de la figure (9.2) : plus le niveau de chaos est faible, plus le temps nécessaire pour atteindre le plateau de diffusion est long. Le temps de corrélation du



**Fig. 9.3** – Fonctions de corrélation du cosinus de l’angle d’attaque pour diverses rigidités réduites ( $\rho = 0.072, 0.118, 0.193, 0.316, 0.518, 0.848$ ). Le temps est normalisé en période de Larmor  $T_g = 2\pi\bar{\omega}_g$ . Plus la particule a un grand rayon de Larmor et plus le temps de décorrélation  $\tau_s$  est petit.

cosinus de l’angle d’attaque étant plus long quand le niveau de chaos baisse, ceci est logique connaissant le lien reliant  $D_{\parallel}$  et  $\nu_s$ . Une autre contrainte numérique apparaît ici : celle du temps d’intégration pour obtenir les divers coefficients de diffusion du système. En effet, les niveaux de très bas chaos nécessitent des temps d’intégration qu’il ne m’a pas été possible d’obtenir. A titre d’exemple, le temps nécessaire pour obtenir la courbe associée à  $\eta = 0.1$  sur la figure (9.2) et pour un rayon de Larmor est de plusieurs heures.

La mesure de la fréquence angulaire définie comme étant l’inverse du temps de corrélation  $\tau_s$  de l’angle d’attaque, peut s’obtenir de plusieurs façons. La première est tout simplement de considérer la valeur de  $D_{\parallel}$  et en utilisant la relation (C.20) d’obtenir  $\nu_s$ . La deuxième méthode consiste à calculer la fonction de corrélation de l’angle d’attaque puis à l’intégrer de 0 à  $\Delta t$ . En représentant cette intégrale en fonction de  $\Delta t$ , on observe alors un plateau qui nous donne la valeur de  $\tau_s$  et donc  $\nu_s$ . Une troisième méthode est aussi possible mais plus complexe à réaliser. Cette approche consiste à considérer une population concentrée de particules (et dont on connait alors la fonction de distribution) et de les faire évoluer dans la bote. En étudiant l’évolution de cette fonction de distribution et en utilisant la relation (C.13), on peut remonter à la fréquence de diffusion angulaire (voir annexe A de Giacalone

& Jokipii (1999)). J'ai utilisé la deuxième méthode, à la fois parce que c'est la plus simple et la plus stable. Toutefois, pour valider ces calculs, on peut toujours comparer les valeurs de la fréquence obtenus par cette méthode avec les valeurs données par les coefficients de diffusion  $D_{\perp}$ , en supposant que ce dernier varie comme  $v^2/3\nu_s$ .

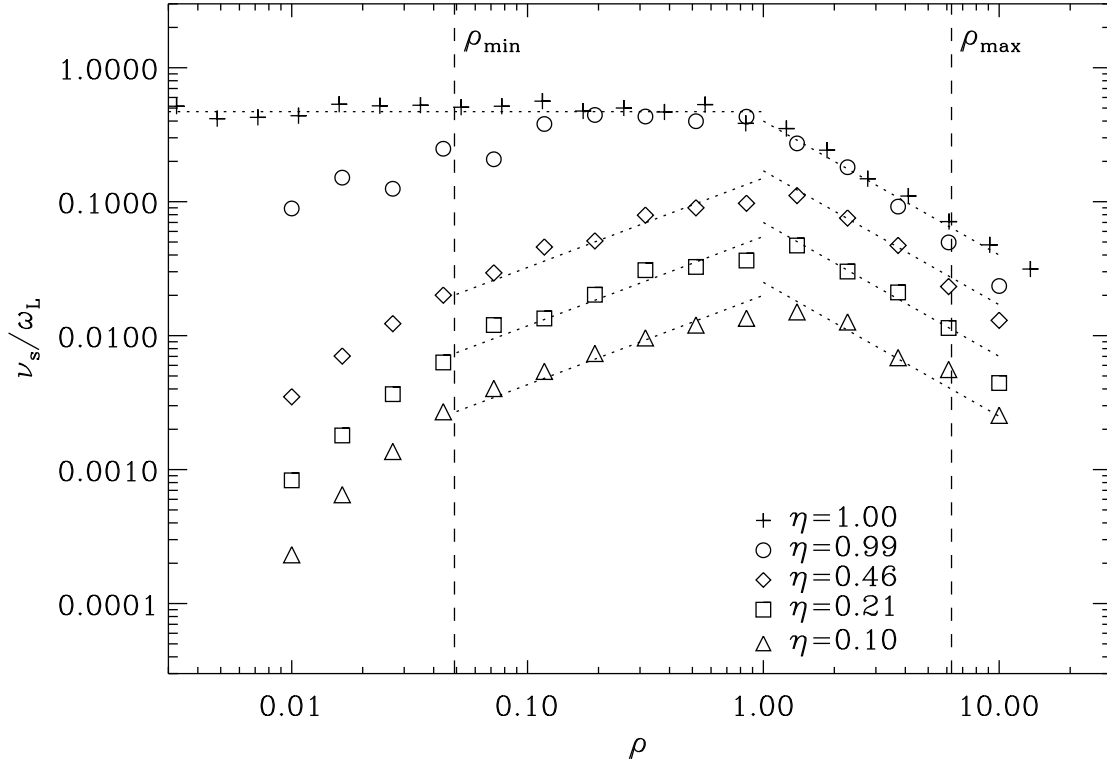
Je conclurai ce paragraphe en disant un mot sur le calcul de la fonction de corrélation du cosinus de l'angle d'attaque de chaque particule. Cet angle est connu le long de la trajectoire de chaque particule, on peut donc appliquer la même méthode de moyennisation que celle de  $D_{\parallel}$  et  $D_{\perp}$  à la différence qu'il faut considérer le produit de l'angle d'attaque pris à un moment  $t$  et ce même angle d'attaque pris à un temps  $t + \tau$ . La moyennisation consiste à prendre un grand nombre de valeurs de  $\mu$  à des temps  $t$  différents et à les multiplier à chaque fois par les valeurs de  $\mu$  pris au temps  $t + \tau$ . La fonction de corrélation de  $\tau$  ne dépendra ainsi que de  $\tau$ . J'ai représenté sur la figure (9.3) des fonctions de corrélation du cosinus de l'angle d'attaque pour différentes rigidités réduites à un niveau de turbulence donné. La figure montre que le temps caractéristique de décorrélation  $\tau_s$  décroît quand la rigidité croît. Ce résultat semble nous indiquer que la diffusion parallèle au champ croît avec la rigidité, d'après sa définition (C.20).

Les incertitudes sur les résultats ne seront reportées sur les figures présentées ici que pour des raisons de lisibilité. L'ordre de grandeur de ces incertitudes varie selon le domaine de rayons de Larmor rencontrés. En effet, pour  $\rho > \rho_{min}$ , les valeurs numériques trouvées le sont assez proprement avec des incertitudes ne dépassant pas 10%. Par contre, pour  $\rho < \rho_{min}$ , le régime de diffusion peine à se mettre en place, à cause d'un manque de résonances. Les grandeurs trouvées sont alors plus difficiles voire impossibles à estimer quand le régime devient subdiffusif. Dans cet intervalle de  $\rho$ , les incertitudes sont différentes entre chaque point et peuvent aller jusqu'à  $\sim 50\%$ .

### 9.3.2 Diffusion angulaire et parallèle au champ moyen

J'ai réalisé des séries de simulations comportant une bote tridimensionnelle pavée de  $256^3$  cellules de même taille où j'ai exploré, pour divers niveaux de turbulence, l'espace des rayons de Larmor (de la rigidité réduite). Sur les figures (9.4) et (9.5) je présente les résultats obtenus par ces simulations pour la fréquence de diffusion angulaire et la diffusion spatiale le long du champ moyen. Les simulations présentées ici ont toutes le même angle d'attaque des particules égal à  $\pi/4$ . En réalisant d'autres simulations avec des angles initiaux allant de 0 à  $\pi/2$ , aucune différence n'a été obtenue dans les diverses courbes tant que le niveau de turbulence reste supérieur à 0.1. Il n'a pas été matériellement possible de réaliser des simulations à très faible turbulence car le temps d'intégration numérique nécessaire pour obtenir le régime de diffusion était beaucoup trop long. Dans les courbes présentées ici, la fréquence de diffusion angulaire est normalisée par la pulsation de Larmor  $\overline{\omega}_g$  et  $D_{\parallel}$  est normalisé par  $D_o = r_L v$ . La première propriété qui merge de ces courbes est la correspondance entre les formes des courbes  $\nu_s/\overline{\omega}_g$  et celles de  $D_{\parallel}$ . Cette correspondance est possible car toutes les particules ont des vitesses très



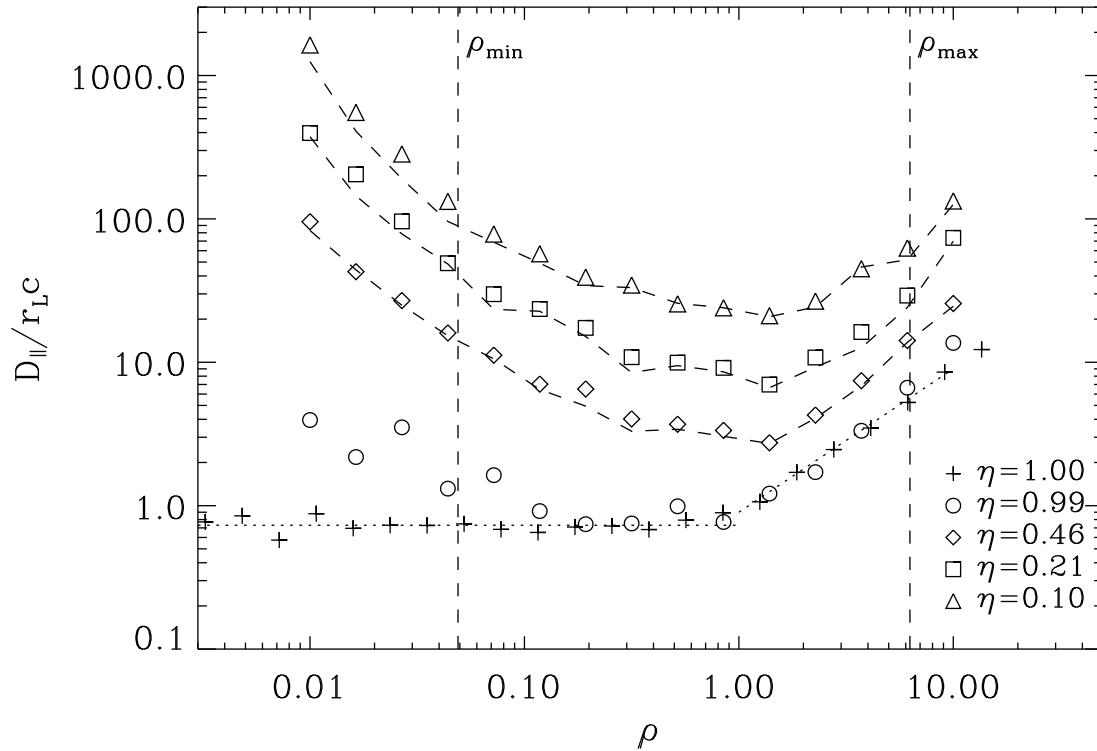


**Fig. 9.4** – Fréquence de diffusion angulaire en fonction de la rigidité réduite pour divers niveaux de turbulence. La fréquence de diffusion angulaire est normalisée par la pulsation de Larmor  $\bar{\omega}_g$ . Les rigidités réduites  $\rho_{min}$  et  $\rho_{max}$  sont les bornes de résonances avec le spectre de turbulence. Entre ces deux bornes, la pente des courbes pour  $\eta < 0.99$  est égale à  $2/3$ , ce qui extrapole les prédictions de la théorie quasi-linéaire (annexe C). Pour  $\rho > 1$ , les courbes décroissent suivant une loi  $1/\rho$ , ce qui est inconsistant avec la théorie quasi-linéaire. Pour des niveaux de turbulence très forts, la fréquence de diffusion angulaire présente un plateau où cette dernière est proportionnelle à la pulsation de Larmor : c'est la présence d'un régime de Bohm.

proches de la vitesse de la lumière. Ainsi, ces courbes, calculées de deux manière différentes, confirment le lien théorique

$$\frac{D_{\parallel}}{D_o} = \frac{D_{\parallel}}{r_L v} \simeq \frac{\bar{\omega}_g}{3\nu_s} \quad (9.18)$$

et valident notre approche numérique. En régimes de faibles et moyennes turbulences ( $\eta < 0.99$  ici), la fréquence de diffusion angulaire suit la même loi d'échelle que celle prédite par la théorie quasi-linéaire dans le domaine dynamique (entre  $\rho_{min}$  et  $\rho_{max}$  qui représente les bornes du domaine de résonance). En dehors du domaine inertiel, la décroissance de  $\nu_s$  ne correspond pas aux prédictions de la théorie quasi-linéaire qui prévoit une chute brutale de la fréquence de diffusion angulaire. Il est intéressant de noter que le profil de la fréquence de diffusion angulaire suit le profil de la fonction de corrélation du champ magnétique turbulent  $\langle \delta\vec{B}(\vec{x} + \vec{r})\delta\vec{B}(\vec{x}) \rangle / \overline{B^2} \propto \eta(1 + (\rho)^{\beta-1})$  dans le domaine de résonance et  $\propto 1/\rho$  pour



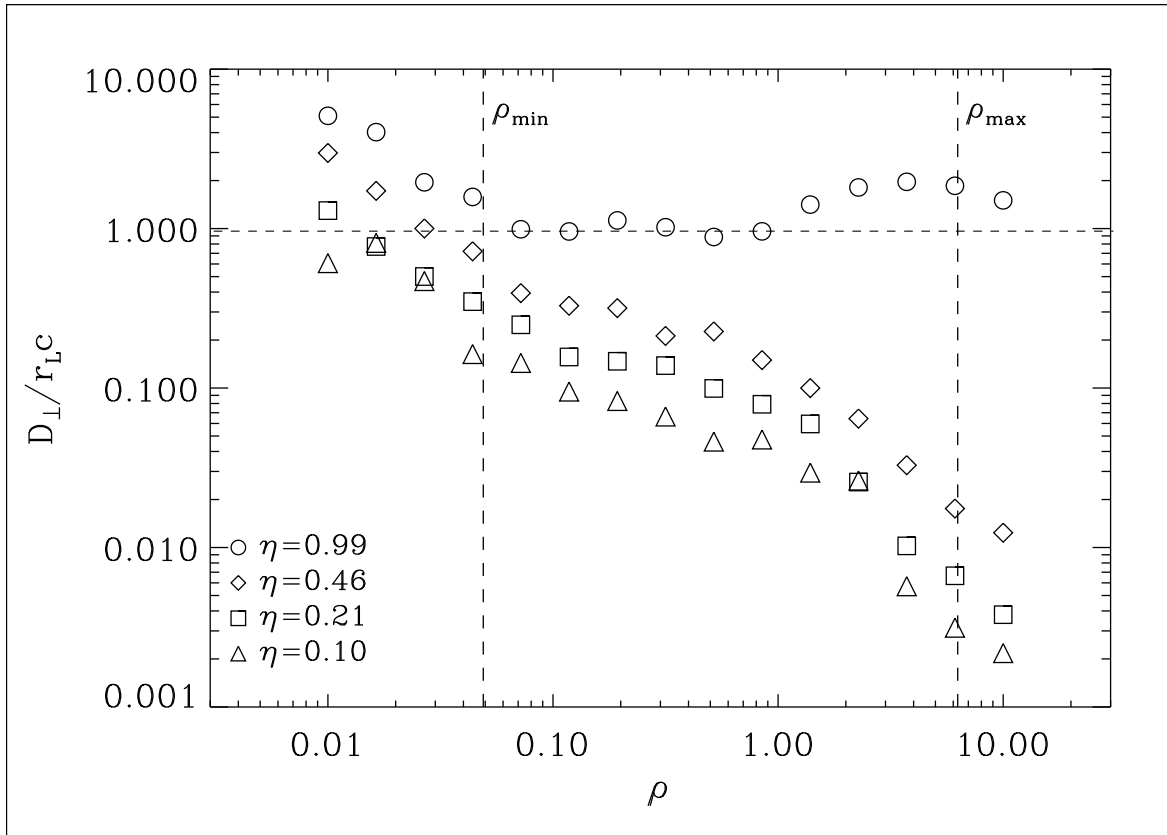
**Fig. 9.5** – Coefficient de diffusion spatiale le long du champ moyen en fonction de la rigidité réduite pour divers niveaux de turbulence. Le coefficient est normalisé par une valeur  $D_o$  définie comme  $r_L v$ . Dans le domaine de résonance, le coefficient de diffusion spatiale le long du champ moyen respecte la prédiction de la théorie quasi-linéaire mais pas en dehors de ce domaine. L'apparition d'un régime de Bohm ( $D_{||} = \alpha_B D_o$ ) se produit pour les niveaux de turbulence très forts ( $0.99 \leq \eta \leq 1$ ). La valeur du coefficient de Bohm est comprise entre  $\alpha_B = 0.7 - 0.9$  dans cette expérience.

$\rho > 1$  si le spectre possède une borne inférieure  $k_{min}$ . La montée de la courbe pour  $\rho < \rho_{min}$  est moins soudaine que celle prévue par la théorie quasi-linéaire. Ceci est peut-être un signe d'élargissement des résonances dû à la turbulence.

En régime de très forte turbulence (sans champ moyen), la courbe  $\nu_s/\bar{\omega}_g$  présente un plateau dans le domaine de résonance. Ce régime de diffusion, appelé régime de Bohm, était supposé exister pour ce genre de régime de turbulence. En effet, si le champ à grande échelle est négligeable devant la turbulence, alors le temps de diffusion angulaire devient typiquement de l'ordre de la pulsation de Larmor. Le coefficient de diffusion spatiale (qui est le même dans toutes les directions si la turbulence est isotrope) s'écrira alors

$$D = \alpha_B \frac{v^2}{\bar{\omega}_g} = \alpha_B v r_L \quad (9.19)$$

où le coefficient de Bohm  $\alpha_B$  tient compte des facteurs numériques constants apparaissant dans cette estimation. En regardant la courbe de  $D_{||}$ , on observe aussi ce régime de Bohm

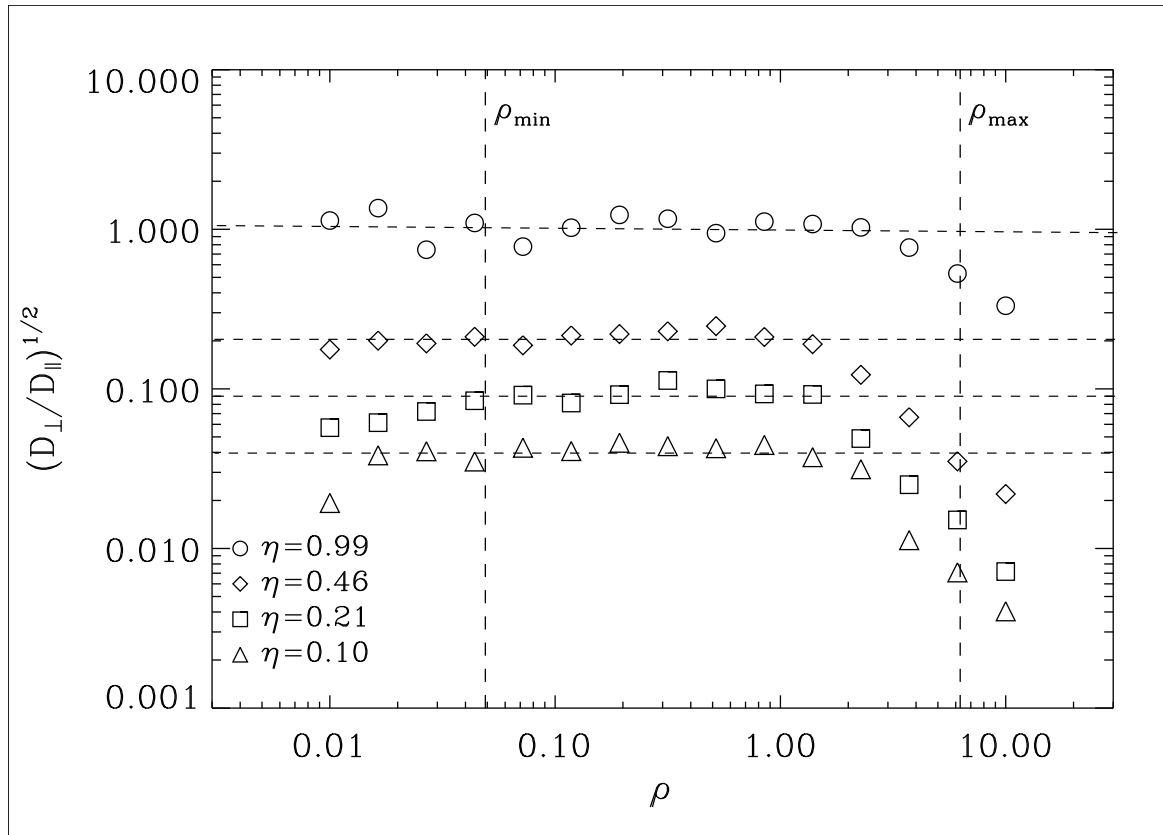


**Fig. 9.6** – Coefficient de diffusion perpendiculaire en fonction de la rigidité réduite pour divers niveaux de turbulence. Le coefficient est normalisé par rapport à  $D_o = r_L v$ . Pour les niveaux de faible et d’assez forte turbulence,  $D_\perp$  suit, dans le domaine dynamique, une loi de puissance ayant un indice égal à  $2/3 = \beta - 1$ , comme  $D_\parallel$ . Le même plateau de Bohm que pour la diffusion parallèle apparait dans les régimes de très forte turbulence ( $\eta \sim 1$ ). La valeur du coefficient de Bohm est estimée à  $\alpha_B = 0.8 - 1$ , proche de celui trouvé pour la diffusion parallèle.

et on peut obtenir une estimation du coefficient de Bohm,  $\alpha_B = 0.7 - 0.9 \simeq 1/6$ . Toutes les remarques faites sur la courbe de  $\nu_s$  peuvent être appliquées à  $D_\parallel$  étant donné leur lien de parenté.

### 9.3.3 Diffusion perpendiculaire au champ moyen et chaos magnétique

Sur la figure (9.6), je présente les résultats sur la diffusion perpendiculaire caractérisée par  $D_\perp$ . Les valeurs trouvées ici par les simulations ne sont pas du tout en accord avec la théorie quasi-linéaire. En effet, la courbe  $D_\perp/D_o$  suit une loi de puissance ayant le même exposant que le coefficient de diffusion parallèle, dans le domaine dynamique. De plus les valeurs trouvées pour  $D_\perp$  sont bien au dessus de leur prédiction quasi-linéaire. Il apparait clairement un nouveau régime de diffusion transverse que je vais détailler plus loin. En dehors du domaine de résonance,  $D_\perp$  ne décroît pas pour  $\rho < \rho_{min}$  et ne chute pas aussi vite que prévu pour  $\rho > \rho_{min}$ . De plus, on peut remarquer qu’en régime de forte turbulence, le plateau de



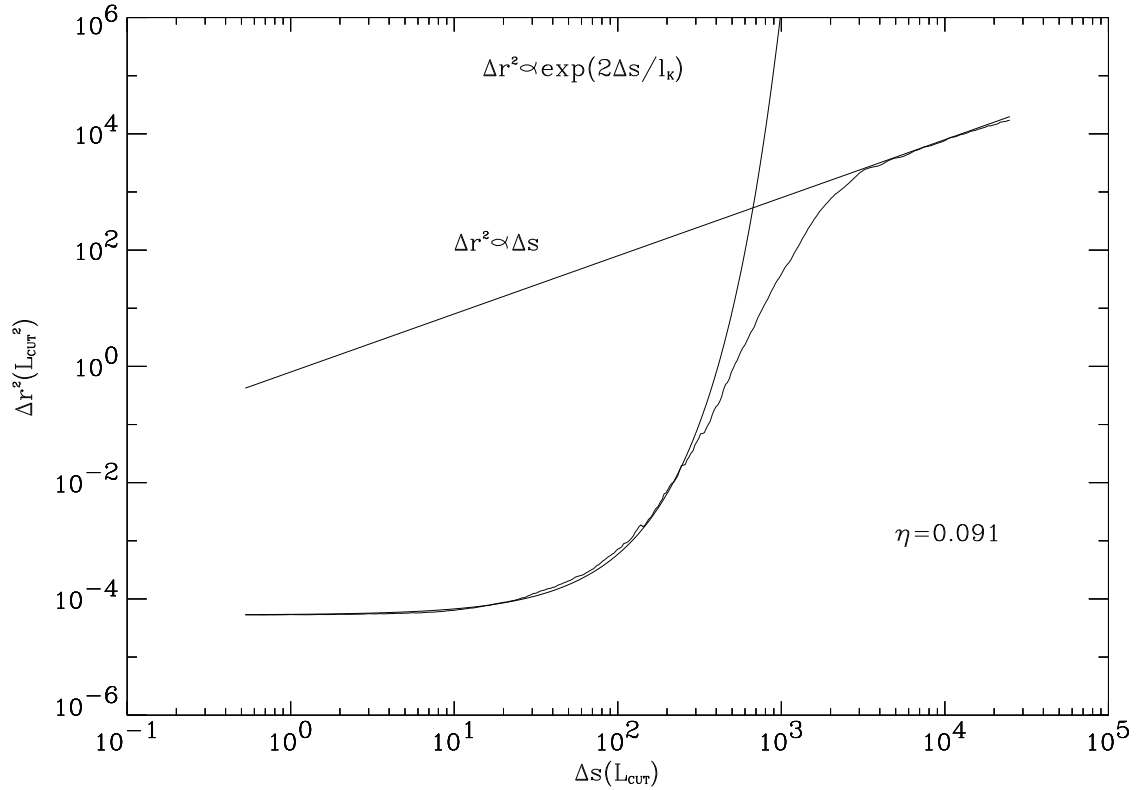
**Fig. 9.7** – Racine carrée du rapport du coefficient de diffusion spatiale perpendiculaire sur le coefficient de diffusion spatiale parallèle au champ moyen en fonction de la rigidité réduite pour plusieurs niveaux de turbulence. Il apparait clairement que la diffusion transverse est proportionnelle à la diffusion parallèle, ce qui est en désaccord complet avec la théorie quasi-linéaire. C’est ici le comportement caractéristique du régime transverse chaotique où le chaos des lignes de champ magnétique augmente la valeur de la diffusion transverse.

Bohm existe aussi pour la diffusion transverse avec un coefficient de Bohm ayant une valeur comprise entre 0.8 et 1 (proche de celle trouvée sur  $D_{\parallel}$ ).

Prendre en compte le chaos magnétique permet de caractériser un nouveau régime de diffusion transverse (Rechester & Rosenbluth 1978; Rax & White 1992). En effet, comme je l’ai montré dans le chapitre traitant de la caractérisation du chaos, l’écartement des lignes de champ magnétique chaotique est mesuré par un exposant de Lyapunov. Dans le cas d’un spectre de turbulence de Kolmogorov, cet exposant est associé à la longueur de Kolmogorov  $l_K$ . Pour une distance supérieure à cette longueur, les lignes de champ diffusent en suivant un coefficient  $D_M = \langle \Delta r^2 \rangle / \Delta s$  ( $r$  représente l’écartement entre deux lignes de champ et  $s$  l’abscisse curviligne le long d’une ligne de champ donnée).

La diffusion parallèle au champ nous donne la valeur la plus probable de l’abscisse curviligne après un temps égal à  $n$  temps de diffusion  $\tau_s$

$$\sqrt{\langle \Delta s_n^2 \rangle} = 2D_{\parallel} \tau_s n \quad (9.20)$$



**Fig. 9.8** – Écartement transverse entre deux lignes ( $\Delta l_{\perp}$ ) de champ en fonction de la distance parcourue le long d'une des lignes de champ magnétique. Le niveau de turbulence est fixé à  $\eta = 0.091$ . On voit très clairement les deux régimes d'écartement : sur une longueur  $l_K$ , les lignes de champ divergent exponentiellement puis atteignent un régime de diffusion caractérisé par le coefficient  $D_M = \langle \Delta l_{\perp}^2 \rangle / \Delta s$ .

alors que l'écartement transverse moyen  $d(n)$  s'écrira

$$d(n) \sim r_L n^{\alpha/2} \quad (9.21)$$

où l'indice  $\alpha$  peut caractériser un régime subdiffusif ( $\alpha < 1$ ), superdiffusif ( $\alpha > 1$ ) ou diffusif ( $\alpha = 1$ ). Si les lignes de champ divergent exponentiellement, la diffusion effective sera alors affectée d'une divergence exponentielle due à la présence de champ magnétique chaotique

$$d_{eff}(n) \sim d(n) \exp(\Delta s/l_K) \sim r_L n^{\alpha/2} \exp(\sqrt{\langle \Delta s^2 \rangle}/l_K) = r_L n^{\alpha/2} \exp(\sqrt{2D_{\parallel}\tau_s n}/l_K) \quad (9.22)$$

Après un nombre  $n_c$  suffisamment grand de diffusions, le régime de diffusion magnétique se met en place et on peut alors écrire le coefficient de diffusion transverse des particules

$$D_{\perp} = \left. \frac{\langle \Delta r \rangle}{2\Delta s} \frac{\Delta s}{\Delta t} \right|_{n_c} = D_M \left. \frac{\Delta s}{\Delta t} \right|_{n_c} \quad (9.23)$$

L'écart  $\Delta s$  est obtenu grâce à la relation (9.20) qui donne que

$$\left. \frac{\Delta s}{\Delta t} \right|_{n_c} = \frac{v}{\sqrt{3n_c/2}} \quad (9.24)$$

Le nombre  $n_c$  de diffusions nécessaires pour atteindre le régime de diffusion magnétique peut être obtenu en posant que l'écartement entre deux lignes de champ atteint la longueur de corrélation transverse du champ magnétique  $l_\perp$  après  $n_c$  temps de diffusion

$$r_L n_c^{\alpha/2} \exp(\sqrt{2D_\parallel \tau_s n_c / l_K}) = l_\perp \quad (9.25)$$

ce qui peut se résoudre itérativement pour donner que

$$\sqrt{n_c} \simeq \frac{3}{2} \frac{l_K}{v\tau_s} \ln\left(\frac{l_\perp}{r_L} \left(\frac{v\tau_s}{l_K}\right)^\alpha\right) \quad (9.26)$$

En réinjectant ce résultat dans l'équation (9.23), on obtient alors

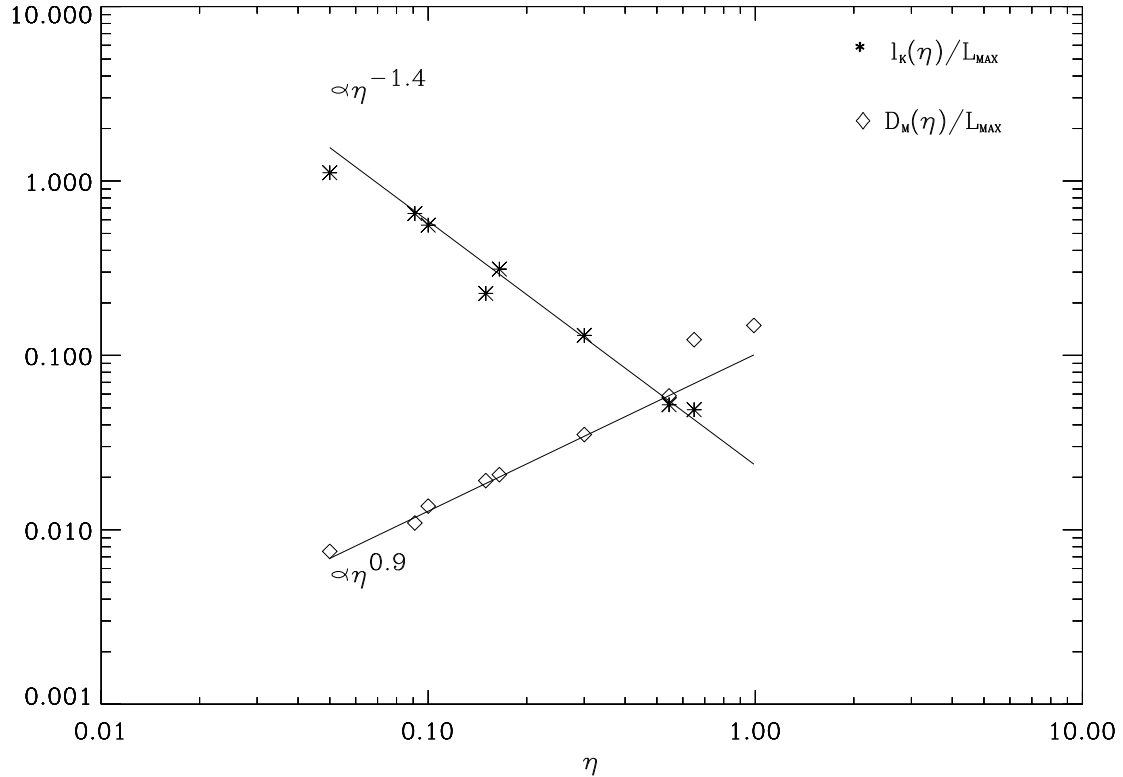
$$D_\perp = \frac{2D_M}{l_K} \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{v^2 \tau_s}{3} \frac{1}{\ln\left(\frac{l_\perp}{r_L} \left(\frac{v\tau_s}{l_K}\right)^\alpha\right)} = \frac{2D_M}{l_K} D_\parallel \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{1}{\ln\left(\frac{l_\perp}{r_L} \left(\frac{v\tau_s}{l_K}\right)^\alpha\right)} \quad (9.27)$$

Ainsi dans un champ magnétique chaotique, le coefficient de diffusion transverse est proportionnel au coefficient de diffusion parallèle. Le facteur de proportionalité ne dépend que très faiblement de la rigidité réduite via un facteur logarithmique du rayon de Larmor. J'ai représenté sur la figure (9.7) la racine carrée du rapport  $D_\perp/D_\parallel$ . Il apparaît de façon incontestable que le régime de diffusion chaotique est établi dans le domaine de résonance. En dehors de ce domaine, les particules n'ayant que très peu (ou pas du tout) d'interaction avec la turbulence, elles sont insensibles au chaos magnétique et donc à la divergence exponentielle due à celui-ci. Sur la figure (9.7), la valeur du rapport  $D_\perp/D_\parallel$  ne semble dépendre que de la valeur du niveau de turbulence. Ce résultat est logique car la dépendance du rapport  $D_\perp/D_\parallel$  est déterminée par des grandeurs caractérisant le chaos magnétique ( $D_M$  et  $l_K$ ) et donc ne dépendant elles-mêmes que de  $\eta$ .

Pour confirmer la présence du chaos magnétique dans cette simulation, j'ai mené des simulations où, au lieu d'intégrer la trajectoire de particules, on intègre les lignes de champ magnétique. En effet, en considérant deux lignes de champ séparées initialement d'une distance  $dr$  très petite et en intégrant chacune de ces lignes de champ, on peut calculer leur écartement au fur et à mesure de l'avancée sur l'une des lignes de champ. L'intégration d'une ligne de champ se fait en résolvant le système

$$\frac{dx}{B_x} = \frac{dy}{B_y} = \frac{dz}{B_z} \quad (9.28)$$

En prenant un grand nombre de paires de lignes de champ, on arrive à calculer la moyenne de l'écartement entre deux lignes de champ. Une telle simulation est représentée sur la figure (9.8) où l'on voit sans ambiguïté l'existence d'un écartement exponentiel pour des abscisses curvilignes  $\Delta s$  inférieures à  $l_\perp$ , puis le régime de diffusion. Les valeurs des grandeurs  $D_M$  et  $l_K$  ne sont données par aucune théorie. A part dans le cas d'une configuration magnétique de style Tokamak en utilisant un "toy-model" (mapping standard de Chirikov-Taylor), il n'est pas possible de prévoir les valeurs de ces longueurs. En réalisant les simulations du type de



**Fig. 9.9** – Variation de la longueur de Kolmogorov et du coefficient de diffusion magnétique en fonction du niveau de turbulence. La longueur de Kolmogorov suit une loi de puissance en  $\eta^{-1.4}$  alors que le comportement du coefficient de diffusion magnétique est plus complexe, avec un saut brutal vers  $\eta = 0.6$  quand  $D_M$  devient supérieur à la plus petite échelle de la turbulence. Néanmoins, sur une partie de la plage où les coefficients ont été mesurés, les valeurs de  $D_M$  suivent une loi proche de  $\eta^{0.9}$ .

celles présentées dans la figure (9.8), on peut numériquement déterminer la dépendance de ces grandeurs envers le niveau de turbulence. Je donne sur la figure (9.9), ces dépendances :

$$l_K \propto \eta^{-1.4} \text{ et } D_M \propto \eta^{0.9} \quad (9.29)$$

où la dépendance de  $D_M$  donnée ici n'est valable que sur l'intervalle  $[0.1, 0.5]$ . En comparant les valeurs des coefficients numériques donnés par la relation (9.27) et ceux calculés avec les écartements des lignes de champ magnétique, on a un accord plutôt acceptable entre les deux, comme montré par le tableau (9.1), à part dans le cas des turbulences très fortes ( $\eta = 0.99$ ). Ainsi on vérifie bien que la diffusion transverse se produisant dans les champs magnétiques moyennement chaotiques est amplifiée par l'écartement exponentiel des lignes de champ engendré par la présence de chaos.

| $\eta$ | $\sqrt{D_{\perp}/D_{\parallel}}$ | $\alpha_o \sqrt{D_M/l_K} = \alpha_o \eta^{1.15}$ |
|--------|----------------------------------|--|
| 0.1    | 0.04                             | 0.04   |
| 0.21   | 0.085                            | 0.09   |
| 0.46   | 0.2                              | 0.23   |
| 0.99   | 1                                | <b>0.56</b>                                      |

**Tab. 9.1** – Comparaison entre loi théorique et résultats numériques de la diffusion transverse chaotique ( $\alpha_o$  est une constante de normalisation entre les valeurs des simulations à  $\eta = 0.1$ ). La plage de validité du comportement en loi de puissance du coefficient de diffusion magnétique est limitée, comme le confirme la figure (9.9). En effet, sur cette figure, le comportement en loi de puissance de  $D_M$  est restreint à une plage de valeurs comprises entre 0.1 et 0.6. Toutefois, la hausse du rapport  $\sqrt{D_{\perp}/D_{\parallel}}$  quand  $\eta = 0.99$  semble cohérente avec la valeur de  $D_M$  trouvée dans les simulations sur l'écartement des lignes de champ magnétique.



# Chapitre 10

## Un Bilan sur la diffusion en champ magnétique chaotique

### Sommaire

---

|     |  |     |
|-----|--|-----|
| 9.1 | Description et modélisation du champ magnétique . . . . .          | 131 |
| 9.2 | Particules entrant en résonance avec le chaos magnétique . . . . . | 135 |
| 9.3 | Diffusion dans un champ magnétique chaotique . . . . .             | 137 |

---

Dans cette deuxième partie de ma thèse, j'ai présenté une étude numérique visant à connaître le comportement de particules chargées soumis à un champ magnétique chaotique. La modélisation du champ magnétique désorganisé a été réalisée en utilisant un spectre de ce champ ayant comme forme une loi de puissance en  $k$ . Cette forme de spectre est celle qui pourrait être engendrée par une turbulence du milieu où règne le champ magnétique. En utilisant des techniques Monte-Carlo, il est ainsi possible de d'obtenir un champ magnétique composé d'une partie cohérente (ici un champ statique et uniforme) et d'une partie chaotique dont on contrôle l'amplitude relative par rapport au champ cohérent. En lançant des particules test dans l'espace occupé par ce champ magnétique et en étudiant leurs trajectoires, j'ai montré l'existence d'un régime de diffusion spatiale pour ces particules.

### 10.1 Résultats apportés par cette partie de la thèse

Je vais rapidement faire l'inventaire des résultats importants que l'étude que j'ai menée a pu mettre en lumière. Dans la prochaine section, je ferai quelques commentaires sur ces résultats. L'expérience numérique a pu montrer les points suivants :

1. En faisant varier les paramètres contrôlant le niveau de la turbulence ainsi que le rayon de Larmor, j'ai pu calculer les coefficients de diffusion spatiale parallèle au champ moyen  $D_{\parallel}$  et transverse au champ moyen  $D_{\perp}$  ainsi que la fréquence de diffusion angulaire  $\nu_s$  en fonction du niveau de turbulence  $\eta$  et de la rigidité réduite  $\rho$ . Le calcul de ces coefficients a été fait sur des intervalles et des valeurs de  $\eta$  non explorés jusqu'à présent.

Les domaines explorés ici sont en dehors du domaine de validité de la théorie quasi-linéaire.

2. Pour les régimes où le champ cohérent a encore une importance relative ( $\eta < 0.9$ ), les résultats trouvés sur  $D_{\parallel}$  et  $\nu_s$  extrapolent les prédictions de la théorie quasi-linéaire dans le domaine de résonance ( $\rho < 1$ ).
3. La diffusion spatiale transverse suit un comportement non prédit par la théorie quasi-linéaire. En effet, le comportement trouvé donne  $D_{\perp}$  comme proportionnel au coefficient de diffusion parallèle. Le facteur de proportionnalité est très peu dépendant de la rigidité réduite mais très sensible au niveau de chaos présent dans le champ magnétique. Le comportement trouvé suit une loi que se rapproche de  $D_{\perp} \propto \eta^{2.3} D_{\parallel}$ .
4. Dans le cas où le champ magnétique chaotique possède une amplitude très supérieure au champ cohérent (typiquement le champ cohérent contribue pour moins de 1% de l'énergie magnétique totale), les coefficients de diffusion spatiale suivent un régime de diffusion de Bohm. Dans ce régime les coefficients de diffusion spatiale sont proportionnels à un coefficient  $D_o$  tel que  $D_o = r_L v$  où  $v$  est la vitesse des particules. Le facteur de proportionnalité entre  $D_{\parallel}$ ,  $D_{\perp}$  et  $D_o$  est proche de l'unité (valeur comprise entre 0.7 et 1, aux incertitudes près, le plateau obtenu n'étant pas tout à fait régulier). Il est important de noter que ce régime ne s'établit que dans le domaine inertiel où les particules peuvent entrer en résonance avec le chaos magnétique. L'augmentation du domaine inertiel  $[\rho_{min}, \rho_{max}]$  dans l'étude numérique (grâce à une augmentation du nombre de cellules pavant la grille, au nombre de 512<sup>3</sup>) a été accompagnée d'un élargissement du plateau de Bohm. L'étendue du régime de Bohm trouvé est donc proportionnelle à l'étendue du domaine de résonance.
5. Pour les particules caractérisées par une rigidité réduite telle que  $1 < \rho < 10$ , la décroissance de la fréquence de diffusion angulaire est proportionnelle à  $1/\rho^2$ . Le coefficient de diffusion spatiale parallèle suit une croissance dans ce même domaine en  $\rho^2$ .

Dans la prochaine section, je vais approfondir les résultats énoncés en faisant un petit résumé de tous les liens regroupant les diverses grandeurs de système.

## 10.2 Quelques commentaires sur les résultats

Les commentaires contenus dans cette section seront répartis suivant deux catégories : la première concerne les diffusions parallèle et angulaire (intimement liées) et la seconde sera dévolue à la diffusion transverse.

### 10.2.1 Diffusion parallèle au champ moyen et angulaire

Le premier point concerne le comportement de la diffusion parallèle. Le régime de diffusion parallèle suit une loi identique à tout niveau de turbulence où le champ moyen possède

encore une incidence quantifiable sur le système (typiquement  $\eta < 0.9$ ). Cette loi est une extrapolation de la loi obtenue dans le cadre quasi-linéaire, à des niveaux de turbulence plus élevés (comportement de  $D_{\parallel} \propto \rho^{2-\beta}$  où  $\beta$  est l'indice spectral du champ magnétique chaotique). En dehors du domaine inertiel de la turbulence ( $l \leq r_L \leq L_M$ ), le comportement de ce coefficient n'est pas celui prévu par la théorie quasi-linéaire. En effet, quand le rayon de Larmor est plus grand (ou plus petit) que la plus grande (petite) longueur d'onde de la turbulence, la décroissance de ce coefficient est moins grande que prévue. En particulier, les simulations présentées ici montrent une décroissance proportionnelle à  $D_{\parallel} \propto \rho^2$ . J'ai aussi montré dans les différentes simulations, que la fréquence de diffusion angulaire et le coefficient de diffusion parallèle étaient intimement liés par la relation  $D_{\parallel} = v^2/3\nu_s$  où  $\nu_s$  est défini comme

$$\frac{\langle \Delta\mu^2 \rangle}{\Delta t} \equiv \nu_s = \left( \int_0^{\Delta t} \langle \mu(0)\mu(\tau) \rangle d\tau \right)^{-1} \quad (10.1)$$

Toutes les remarques faites sur le comportement de  $D_{\parallel}$  sont valables pour le comportement de la fréquence de diffusion angulaire. Il est intéressant de noter que le comportement de la fréquence de diffusion angulaire  $\nu_s$ , semblable à la théorie quasi-linéaire dans le domaine inertiel ( $l \leq r_L \leq L_M$ ) mais différent en dehors de ce domaine (en particulier quand  $r_L > L_M$  où l'on observe une décroissance en  $\rho^{-1}$ ), correspond au comportement de la fonction de corrélation du champ magnétique turbulent  $\langle \delta B(\vec{x}) \cdot \delta B(\vec{x} + \vec{r}) \rangle$  qui s'écrit

$$\langle \delta B(\vec{x}) \cdot \delta B(\vec{x} + \vec{r}) \rangle = \int_{k_{min}}^{k_{max}} S_o k^{-\beta} \cos(kr) dk = S_o r^{\beta-1} \int_{k_{min}r}^{k_{max}r} u^{-\beta} \cos(u) du \quad (10.2)$$

Suivant la valeur de  $r$ , la dépendance de cette fonction envers la rigidité n'est pas la même. Quand  $r > 2\pi/k_{min} = L_M$ , l'intégrale se réduit simplement à la valeur de l'intégrand pris sur la première période du cosinus, ce qui donne

$$\langle \delta B(\vec{x}) \cdot \delta B(\vec{x} + \vec{r}) \rangle \sim \langle \delta B^2 \rangle \rho^{-1} \text{ si } r > 2\pi/k_{min} \quad (10.3)$$

Dans le domaine inertiel, le calcul plus poussé de l'intégrale amène à un résultat tel que  $\langle \delta B(\vec{x}) \cdot \delta B(\vec{x} + \vec{r}) \rangle \sim \langle \delta B^2 \rangle \rho^{\beta-1}$ . Une différence se produit toutefois quand  $r$  est inférieur à la plus petite longueur d'onde de la turbulence ( $r < 2\pi/k_{max}$ ), où l'exponentielle peut être réduite à l'unité dans l'intégrale, ce qui a pour effet de donner une fonction de corrélation du champ magnétique turbulent indépendante de  $r$ . C'est dans ce domaine que la fréquence de diffusion angulaire diffère de la fonction de corrélation du champ turbulent. Cette similitude entre les deux grandeurs n'est explicitée dans aucune théorie s'efforçant de décrire la turbulence magnétique mais pourrait amener des développements théoriques ultérieurs très intéressants. Le résultat concernant la chute moins rapide que celle attendue de  $\nu_s$ , a une grande importance dans le problème de l'accélération des rayons cosmiques. En effet, ce résultat indique que l'efficacité des accélérateurs de type diffusifs (accélération de Fermi) est plus grande que prévue. Une particule ayant un rayon de Larmor plus grand que la taille de l'accélérateur continuera malgré tout à interagir avec la turbulence magnétique contenue au sein de l'accélérateur pour un gain d'énergie non négligeable.

La décroissance en  $\rho^{-1}$  se produit à tous les niveaux de turbulence, même quand il n'y a plus de champ statique  $B_o$ , contrairement au comportement de  $D_{\parallel}$  et  $\nu_s$  dans le domaine inertiel. Quand le rayon de Larmor des particules est dans le domaine de résonance avec la turbulence et que l'influence du champ moyen  $B_o$  est très petite ( $\eta \geq 0.99$ ), un régime de diffusion de Bohm s'établit ( $D_{\parallel} = \alpha_B r_L v$ ). Il a été possible de mesurer la valeur du coefficient de Bohm  $\alpha_B = 0.7 - 1$ . Ce régime est souvent employé dans les études des chocs diffusifs et la valeur de  $\alpha_B$  donnée de façon ad-hoc où le niveau de turbulence est assez mal connu. Les résultats obtenus dans cette thèse nous indique que ce régime existe, mais pour des niveaux de turbulence très forts. Les études qui à l'avenir considèreront de tels systèmes auront une vue plus dégagée des conditions d'application de ce régime. Toutefois, il faut garder à l'esprit que la turbulence modélisée ici est isotrope. Cette isotropie n'est sans doute pas vérifiée dans le cas de milieux se propageant à des vitesses relativistes où une collimation dans la direction de propagation peut se produire. Un des développements de l'étude entreprise ici sera de prendre en compte une telle anisotropie en augmentant, dans la direction du front de choc, le nombre de modes propres de la turbulence. Il suffit, pour réaliser une telle simulation, de remplacer la grille cubique 3D par une grille rectangulaire à 3D (le maillage sera ainsi différent dans une direction).

### 10.2.2 Diffusion transverse au champ moyen

La thèse a permis de clarifier les questions sur la diffusion transverse. Cette diffusion a toujours été celle qui pose des problèmes, qu'ils soient théoriques ou pratiques (défaut de confinement dans les Tokamaks). Les résultats que j'ai obtenus sont sans ambiguïté quant au régime de diffusion transverse rencontré. En effet, comme le montre la figure (9.7), un régime de diffusion transverse chaotique se produit. Ce régime, explicité par la relation (9.27), donne un coefficient de diffusion transverse proportionnel au coefficient de diffusion parallèle. Le facteur de proportionnalité dépend principalement de la valeur du niveau de turbulence  $\eta$ . Ainsi la diffusion transverse numériquement mesurée ici est plus forte que l'estimation faite dans le cadre de la théorie quasi-linéaire (relation C.24), surtout pour les particules dont la rigidité réduite  $\rho$  est très inférieure à l'unité.

L'amplification de cette diffusion est le résultat du chaos magnétique. En effet, le chaos écarte les lignes de champ magnétique exponentiellement sur une longueur de Lyapunov dépendante du niveau de turbulence, puis laisse les lignes de champ s'écarter suivant un régime de diffusion. J'ai mesuré, en reproduisant les mêmes mesures sur les lignes de champ au lieu des particules, les grandeurs caractéristiques du chaos magnétique. Le premier résultat de ce travail est la preuve numérique de l'existence d'un régime de diffusion magnétique ainsi que la présence d'un écartement exponentiel des lignes de champ magnétique (voir figure 9.8). Ces deux régimes cohabitent sur des échelles de distances qui varient suivant le niveau de turbulence. Les variations du coefficient de diffusion magnétique  $D_M$  et de la longueur de Kolmogorov  $l_K$  ont été trouvées dans le cadre de l'étude numérique présentée ici (figure 9.9). Ces dépendances ne sont pas universelles car dépendantes des hypothèses faites sur la

nature de la turbulence. Néanmoins, elles sont cohérentes avec l'intuition physique que l'on peut en avoir. La longueur de Kolmogorov décroît quand le niveau de turbulence s'élève : ceci est cohérent avec le fait que plus le champ magnétique est turbulent et moins grande est la longueur de cohérence ( $l_K$ ) de ce dernier. A l'opposé, la diffusion magnétique croît avec le niveau de turbulence, ce qui confirme que plus le brassage des lignes de champ est grand, plus la diffusion résultante est grande.

Il est intéressant de remarquer que le régime de diffusion chaotique se produit sur une plage de niveaux de turbulence assez vaste. Je n'ai pas conduit de simulations avec  $\eta$  inférieur à 0.05 pour des raisons informatiques. Néanmoins, pour les niveaux compris entre cette valeur et l'unité, j'ai toujours observé ce type de diffusion transverse. Il semble donc que ce régime soit assez général dans les contextes astrophysiques mais peut-être pas dans le cas des Tokamaks où l'on cherche à obtenir  $\eta \rightarrow 0$ . Une poursuite du travail pourra être une recherche de la frontière entre cette diffusion transverse anormale et celle postulée dans la théorie quasi-linéaire. Cette frontière pourrait apparaître quand le niveau de turbulence  $\eta$  est très petit.

Le coefficient de diffusion spatiale transverse entre lui-aussi dans un régime de Bohm quand la contribution du champ magnétique cohérent à l'énergie magnétique devient faible. Le facteur de proportionnalité  $\alpha_B$  trouvé dans ce cas est similaire à celui trouvé pour la diffusion spatiale parallèle. Ce fait est en accord avec l'hypothèse de départ, voulant que le spectre du champ magnétique chaotique soit isotrope.

### 10.3 Application et Perspectives

La connaissance des coefficients de diffusion spatiale est très importante et intervient dans beaucoup de problèmes astrophysiques. Je vais présenter ici une très simple application en rapport avec la première partie de cette thèse et faire un rapide inventaire des applications possibles des résultats obtenus dans cette partie.

#### 10.3.1 Une application : le temps de confinement des hadrons dans un jet astrophysique

Le confinement des particules (protons et électrons) d'un jet astrophysique est sujet aux mêmes phénomènes de pertes que les réacteurs à fusion contrôlée utilisant un confinement magnétique. Ainsi dans un jet cylindrique magnétisé de rayon  $R_j$ , le temps d'échappement caractéristique d'un proton est

$$\tau_{ech} = \frac{R_j^2}{2D_{\perp}} \quad (10.4)$$

où le comportement du coefficient de diffusion transverse aux surfaces magnétiques  $D_{\perp}$  a un comportement qui peut être décrit par la relation, dans le cadre d'une turbulence isotrope de type Kolmogorov

$$D_{\perp} = 0.3\eta^{1.3} \frac{v^2}{3\omega_g \rho^{\beta-1}} \quad (10.5)$$

La rigidité réduite  $\rho$  fait intervenir la plus grande longueur d'onde de la turbulence  $l_c$  présente dans le jet,  $\rho = r_L/\lambda_t$ . En développant les deux relations ci-dessus, on obtient ainsi l'expression du temps caractéristique d'échappement

$$\tau_{ech} = 1.67 \frac{R_j^2 \omega_g^{2-\beta}}{\eta^{1.3} v^{3-\beta} \lambda_t^{\beta-1}} \quad (10.6)$$

En utilisant le modèle présenté dans la première partie, il est possible d'estimer quantitativement ce temps. Une grandeur cruciale que peuvent nous fournir les structures magnétisées d'accrétion-éjection (SMAE), est le champ magnétique dans le jet. En effet, si l'on applique la conservation du flux magnétique dans le jet, le champ magnétique poloïdal  $B$  dans le jet est alors égal à  $B_o R_o^2 / R_j^2$ , où l'indice  $o$  dénote des grandeurs estimées sur le plan du disque d'accrétion. L'estimation du champ magnétique toroïdal est plus difficile à effectuer. Je ne considérerai ici que la composante poloïdale du champ magnétique en gardant aussi à l'esprit que l'estimation présentée ici est une minoration du temps d'échappement. La valeur de  $B_o$  nous est donnée à travers la prescription de la masse de l'objet central, du taux d'accrétion au rayon externe de la SMAE ainsi que de la valeur de ce rayon externe. On obtient alors que le temps d'échappement s'écrit

$$\tau_{ech} = \frac{5.6 \cdot 10^7}{m_s^{1/6} \eta^{1.3} \Gamma^{1/3}} \left( \frac{R_j}{\lambda_t} \right)^{2/3} \left( \frac{R_j}{1pc} \right)^{2/3} \left( \frac{M_*}{M_\odot} \right)^{1/3} \left( \frac{\dot{M}_{ae}}{M_\odot/an} \right)^{1/3} \left( \frac{R_o}{R_S} \right)^{1/3} s \quad (10.7)$$

où  $\Gamma$  est le facteur de Lorentz des particules considérées,  $R_S$  le rayon de Schwarzschild du trou noir central ( $2GM_*/c^2$ ) et  $m_s$  le nombre de Mach sonique de la matière en accrétion dans le disque d'accrétion (voir la première partie). Ce temps d'échappement dépend principalement de la taille du jet et du niveau de la turbulence magnétique dans le jet. Plus le jet supporte une turbulence forte et plus le temps de confinement sera court. De même, plus le jet est large et plus le temps de confinement sera grand. L'évaluation du temps d'échappement est calculé ici pour des protons et non des électrons. Bien que les résultats obtenus sur la diffusion s'appliquent à tous les hadrons électriquement chargés, les électrons rayonnent leur énergie sous forme synchrotron en présence d'un champ magnétique. L'évaluation ci-dessus ne tenant pas compte des pertes radiatives des particules, elle sera fautive sur le temps de parcours d'un électron dans le jet (qui est plus long que le temps caractéristique d'émission synchrotron).

La distance de parcours dans le jet est simplement donnée par  $l_{ech} = c\tau_{ech}$  et peut être comparée aux longueurs des jets extragalactiques observés. Prenons un noyau actif de galaxie dont le trou noir central fait  $10^8 M_\odot$  avec un taux d'accrétion de  $0.1 M_\odot/an$  et imaginons un jet MHD issu du disque d'accrétion jusqu'à un rayon externe  $R_o = 100 R_S$ , la longueur typique parcourue par un proton avant de s'échapper du jet sera de

$$\begin{cases} \delta B \sim 0.1 \bar{B} & \Rightarrow l_{ech} = 0.59 Mpc / \Gamma^{1/3} \\ \delta B \sim 0.71 \bar{B} & \Rightarrow l_{ech} = 3.7 kpc / \Gamma^{1/3} \end{cases}$$

où j'ai posé que la plus grande longueur d'onde de la turbulence était égale au rayon du jet et où j'ai pris comme rayon du jet  $R_j = 1pc$ , ce qui semble être une taille caractéristique

dans ce type d’environnement (Camenzind 1997). On peut voir que le niveau de turbulence rendra le jet soit très perméable aux protons, soit très “confinant”, au sens où il ne laissera partir ses protons que sur de très longues distances. Ces distances peuvent être plus grandes que la longueur du jet elle-même : l’essentiel des protons émis pourra alors se retrouver dans le choc terminal. A l’opposé, si les protons s’échappent sur une distance de quelques *kpc*, le jet s’étiolerait par perte de matière au fur et à mesure de sa progression dans le milieu intergalactique (je rappelle que les tailles des jets à grande échelle sont comprises entre quelques *kpc* et quelques *Mpc*, Renaud (1999)).

On connaît, à partir de cette évaluation, la dépendance du temps d’échappement des hadrons d’un jet envers l’énergie  $\varepsilon$  des particules, contrôlée par  $\Gamma$ . Le spectre de rayons cosmiques observé sur Terre  $S(\varepsilon)$  s’écrira

$$S(\varepsilon) \propto Q(\varepsilon)\tau_{echap}(\varepsilon) \propto \varepsilon^{-q-1/3} \quad (10.8)$$

où  $q$  est l’indice spectral du mécanisme d’accélération des rayons cosmiques par le jet. Une étude plus détaillée de ce mécanisme d’accélération pourrait permettre de déterminer si les jets extragalactiques sont responsables du spectre des rayons cosmiques en dessous du genou (spectre en  $S(\varepsilon) \propto \varepsilon^{-3.1}$ ). Il est intéressant de noter que la même étude peut être entreprise dans les chocs terminaux des jets extragalactiques pour évaluer l’échappement et donc le spectre de rayons cosmiques de ultra-haute énergie émis depuis ces objets.

### 10.3.2 Perspectives

Les applications des résultats trouvés dans cette partie de ma thèse sont nombreuses. Je ne vais citer que les applications qui sont directement déductibles des informations présentées ici (et qui feront très prochainement l’objet d’un article). Tous les processus impliquant une turbulence magnétique isotrope et des hadrons chargés vont pouvoir bénéficier du travail effectué. En particulier, les chocs diffusifs possèdent maintenant un diagnostic clair des phénomènes de diffusion par le chaos magnétique. Ainsi l’existence du régime de Bohm pour des régimes de turbulence très forts est une donnée de taille. En effet, les études de ces structures utilisent souvent cette forme de coefficient de diffusion. Les résultats issus de ces études ne seront donc valides que si le niveau de turbulence est suffisamment élevé (quand  $B_o$  contribue pour moins de 1% à l’énergie magnétique totale).

Je mènerai aussi une étude complémentaire sur ce genre de chocs. En considérant un choc plan avançant à vitesse constante (relativiste ou non), il est possible de calculer la probabilité d’échappement d’une particule se déplaçant dans un des milieux de chaque côté du choc (amont et aval). Comment faire cela ? Simplement en lançant les uns après les autres un grand nombre de particules et en comptant le nombre de fois que chaque particule rejoint le choc. Il n’est pas question ici de faire une étude de la traversée du choc mais simplement une statistique du retour des particules sur le front de choc. La traversée du choc pourrait être approximée par la réinjection de la particule de l’autre côté du front de choc avec un supplément d’énergie. Les grandeurs physiques ainsi calculées sont la probabilité d’échappement ainsi que

le temps moyen de résidence d'une particule dans ce choc. Ceci est très intéressant dans le cadre des chocs relativistes car l'expression de la probabilité d'échappement est actuellement inconnue. Les résultats devraient néanmoins souffrir d'une hypothèse : la forme de la turbulence. En effet, il se peut que dans un choc, l'isotropie de la turbulence ne soit plus valide. Il sera alors nécessaire de prendre en compte une anisotropie dans le spectre de turbulence. Ceci peut être fait en prenant en compte non plus une boîte carrée à trois dimensions pour l'espace réciproque de la turbulence mais une boîte rectangulaire où dans l'une des directions, la densité de modes propres de la turbulence serait plus importante. De manière plus générale, tous les bilans faits dans les chocs diffusifs dans des restes de Super Novae peuvent être reconsidérés afin de connaître les limites de ces accélérateurs. En particulier, l'utilisation des résultats présentés ici pourront permettre de savoir si le "genou" du spectre de rayons cosmiques correspond à la limite d'accélération des rayons cosmiques par les restes de Super Novae.

Dans le futur, le projet AUGER bénéficiera aussi des résultats sur la diffusion des ces rayons en permettant un meilleur diagnostic des sources émettrices de rayons cosmiques. En effet, il sera possible de construire des modèles statistiques permettant de modéliser le flux des rayons cosmiques situés au dessus de la coupure GZK en fonction du niveau de turbulence rencontrée par ces particules. Une première application a déjà été effectuée à ce jour par Isola *et al.* (2001) en utilisant les résultats de cette étude. Dans ce travail, les auteurs montrent que la radio-galaxie Centaurus A ne peut être la source d'évènements observés au dessus de la limite GZK par l'expérience Fly's Eye.

La forme du champ magnétique cohérent à grande échelle a été supposé comme statique et uniforme dans mon travail. La poursuite de l'étude entreprise ici peut être intéressante en prenant en compte des géométries différentes du champ magnétique à grande échelle. En effet, en prenant comme forme du champ magnétique à grande échelle celle trouvée par les structures magnétisées d'accrétion-éjection, il serait possible d'étudier la diffusion spatiale et angulaire des protons du disque d'accrétion. En implémentant en plus un champ électrique (de type  $\partial\vec{A}/\partial t$ ) dans ce type de configuration, il serait intéressant d'étudier la diffusion en énergie, en particulier vers la surface du disque. Il faut bien prendre garde que les simulations qui seraient faites alors négligeraient les collisions entre particules. Néanmoins, on bénéficierait d'indices forts portant sur les phénomènes de diffusion magnétiques dans les disques d'accrétion magnétisés turbulents. Le but serait alors, en ayant les coefficients de diffusion microscopiques, de pouvoir remonter jusqu'aux coefficients de transport MHD. Ces coefficients MHD seraient alors beaucoup mieux contraints qu'ils ne le sont actuellement.



# Liste de publications

## PUBLICATIONS DANS DES REVUES DE RANG A

“Magnetized Accretion-Ejection Structure : IV. Magnetically-driven jets from resistive, viscous, Keplerian discs”, **Casse F.**, Ferreira J., 2000, *Astron. & Astrophys.* 353, 1115

“Magnetized Accretion-Ejection Structure : V. Effects of entropy generation inside the disc.”, **Casse F.**, Ferreira J., 2000, *Astron. & Astrophys.* 361, 1178

“Transport of Cosmic Rays in chaotic magnetic field”, **Casse F.**, Lemoine M., Pelletier G., 2002, *Physical Review D* Vol. 65, 023002

“Waves and Instabilities in accretion disks : Magnetohydrodynamic spectroscopic analysis”, Keppens, R., **Casse F.**, Goedbloed J.P., 2002, *Astrophysical Journal* 569, L121

“Magnetized Accretion-Ejection Structures : 2.5D MHD simulations of continuous ideal jet launching from resistive accretion disks”, **Casse F.**, Keppens R., 2002, *Astrophysical Journal*, Vol. 581, 988

“Relativistic particles transport in extragalactic jets : I. Coupling MHD and kinetic theory”, **Casse F.** & Marcowith A., 2003, *Astron. & Astrophys.* 404, 405

“Radiatively inefficient Accretion-ejection structures”, **Casse F.** & Keppens R., 2004, *Astrophysical Journal*, 601, 90

“Predicted rotation signatures in MHD winds and comparison to DG Tau observations”, Pesenti N., Dougados, C., Cabrit S., Ferreira J., **Casse F.**, Garcia P., O’Brien D., 2004, *Astron. & Astrophys.* 416, L9

“Stationary accretion disks launching super-fastmagnetosonic MHD jets”, Ferreira J. & **Casse F.**, 2004, *Astrophysical Journal*, 601, L139

## ACTES DE CONFERENCES AVEC COMITÉ DE LECTURE

“MHD jets around galactic objects”, **Casse F.**, Ferreira J., Third Microquasars Workshop proceedings, Astrophysics and Space science 276 p.263, 2001, ed. Kluwer.

“Self-collimated stationary disk winds”, Ferreira J. & **Casse F.**, Magnetic field and star formation : Theory versus Observations, Astrophysics and Space Science (in press), 2004 ed. Kluwer.

“Radiatively inefficient Accretion disk launching jets”, **Casse F.**, Virtual Jets 2003, Astrophysics and Space Science (in press) 2004, eds. S.Massaglia, G. Bodo & P. Rossi.

## ECOLEES

“Modélisation multi-échelle du transport et de l’accélération du rayonnement cosmique”, 2004 **Casse F.**, Proceeding de l’école de Goutelas *Physique et Astrophysique du Rayonnement Cosmique 2003*, ed. SF2A

## ACTES DE CONFERENCES

“Jet formation : Magnetic field and accretion discs”, **Casse F.**, Ferreira J., *Particles and Fields in Radio Galaxies* Conference, ASP Conference Proceedings Vol. 250. Edited by Robert A. Laing and Katherine M. Blundell., San Francisco : Astronomical Society of the Pacific, 2001., p.27

“Magnetically-driven jets from Keplerian discs”, Ferreira J., **Casse F.**, *Similarities and Universality in Relativistic Flows* Conference, edited by M.Georganopoulos et al., 2001 Logos Verlag Berlin, p. 1

“Atomic T Tauri Disk Winds Heated by Ambipolar Diffusion”, Garcia, P.; Cabrit, S.; Ferreira, J.; Binette, L.; **Casse, F.** 2002, Rev. Mex. de Astronomia y Astrofisica Vol. 13, 21

“Cosmic rays propagation through magnetic turbulence” **F.Casse**, proceeding of SF2A meeting, Lyon, 2001, eds. EdP-Sciences

“From Disc Wind Models to Observations of Ttauri Microjets” Ferreira, J.; **Casse F.**, Garcia, P., D. O’Brien, S. Cabrit, C. Dougados; Pesenti N., Binette, L., IAU Star Formation at High Angular Resolution, International Astronomical Union. Symposium no. 221.

“The Chemistry and Thermal Evolution of T-Tauri Micro-Jets” O’Brien D.; Lim, A.; Garcia P.; Ferreira J.; Casse F.; Cabrit S., IAU Star Formation at High Angular Resolution, International Astronomical Union. Symposium no. 221.

# Références Bibliographiques



# Bibliographie

- Aharonian, F. A. 1999, Galactic TeV gamma-ray sources, *Astroparticle Physics* **11**, 225.
- Aharonian, F. A. et Cronin, J. W. 1994, Influence of the universal microwave background radiation on the extragalactic cosmic-ray spectrum, *Phys. Rev. D* **50**, 1892.
- André, P. 1997, The Evolution of Flows and Protostars, dans *IAU Symp. 182 : Herbig-Haro Flows and the Birth of Stars*, vol. 182, pp. 483–494.
- André, P., Ward-Thompson, D. et Barsony, M. 1993, Submillimeter continuum observations of Rho Ophiuchi A - The candidate protostar VLA 1623 and prestellar clumps, *ApJ* **406**, 122.
- Antonucci, R. 1993, Unified models for active galactic nuclei and quasars, *ARAA* **31**, 473.
- Appenzeller, I., Oestreicher, R. et Jankovics, I. 1984, Forbidden-line profiles of T Tauri stars, *A&A* **141**, 108.
- Axford, W. I., Leer, E. et Skadron, G. 1978, The acceleration of cosmic rays by shock waves, dans *International Cosmic Ray Conference, 15th, Plovdiv, Bulgaria, August 13-26, 1977, Conference Papers. Volume 11. (A79-44583 19-93) Sofia, B'lgarska Akademiia na Naukite, 1978, p. 132-137.*, vol. 11, pp. 132–137.
- Bachiller, R. 1996, Bipolar Molecular Outflows from Young Stars and Protostars, *ARAA* **34**, 111.
- Bachiller, R., Martin-Pintado, J., Tafalla, M., Cernicharo, J. *et al.* 1990, High-velocity molecular bullets in a fast bipolar outflow near L1448/IRS3, *Astronomy & Astrophysics* **231**, 174.
- Balbus, S. et Hawley, J. 1991, A powerful local shear instability in weakly magnetized disks. I - Linear analysis. II - Nonlinear evolution, *ApJ* **376**, 214.
- Begelman, M., Blandford, R. et Rees, M. 1984, Theory of extragalactic radio sources, *Rev. Mod. Phys.* **56**, 255.
- Bell, A. R. 1978a, The acceleration of cosmic rays in shock fronts. I, *MNRAS* **182**, 147.

- Bell, A. R. 1978b, The acceleration of cosmic rays in shock fronts. II, *MNRAS* **182**, 443.
- Berezinskii, V. S., Bulanov, S. V., Dogiel, V. A. et Ptuskin, V. S. 1990, *Astrophysics of cosmic rays*, Amsterdam : North-Holland, 1990, edited by Ginzburg, V.L.
- Bhattacharjee, P. et Sigl, G. 2000, Origin and propagation of extremely high-energy cosmic rays., *Phys.Rep.* **327**, 109.
- Blandford, R. D. 1976, Accretion disc electrodynamics - A model for double radio sources, *MNRAS* **176**, 465.
- Blandford, R. D. et Begelman, M. C. 1999, On the fate of gas accreting at a low rate on to a black hole, *MNRAS* **303**, L1.
- Blandford, R. D. et Ostriker, J. P. 1978, Particle acceleration by astrophysical shocks, *ApJL* **221**, L29.
- Blandford, R. D. et Payne, D. G. 1982, Hydromagnetic flows from accretion discs and the production of radio jets, *MNRAS* **199**, 883.
- Blandford, R. D. et Znajek, R. L. 1977, Electromagnetic extraction of energy from Kerr black holes, *MNRAS* **179**, 433.
- Bontemps, S., André, P., Terreby, S. et Cabrit, S. 1996, Evolution of outflow activity around low-mass embedded young stellar objects, *Astronomy & Astrophysics* **311**, 858.
- Burrows, C. J., Stapelfeldt, K. R., Watson, A. M., Krist, J. E. *et al.* 1996, Hubble Space Telescope Observations of the Disk and Jet of HH 30, *ApJ* **473**, 437+.
- Cabrit, S. et André, P. 1991, An observational connection between circumstellar disk mass and molecular outflows, *ApJL* **379**, L25.
- Cabrit, S., Edwards, S., Strom, S. E. et Strom, K. M. 1990, Forbidden-line emission and infrared excesses in T Tauri stars - Evidence for accretion-driven mass loss?, *ApJ* **354**, 687.
- Cabrit, S., Ferreira, J. et Raga, A. 1999, Forbidden lines from T Tauri disk winds. I. High magnetic torque models, *Astronomy & Astrophysics* **343**, L61.
- Camenzind, M. 1997, *Les noyaux actifs de galaxies*, Galaxies de Seyfert, QSO, quasars, lacer-tides et radiogalaxies, XVIII, 218 pp.. Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York. Also Lecture Notes in Physics, volume 46.
- Casse, F. et Ferreira, J. 2000a, Magnetized Accretion-Ejection Structures IV. Magnetically-driven jets from resistive, viscous, Keplerian discs, *Astronomy & Astrophysics* **353**, 1115.
- Casse, F. et Ferreira, J. 2000b, Magnetized Accretion-Ejection Structures V. Effects of entropy generation inside the disc, *Astronomy & Astrophysics* **361**, 1178.

- Caunt, S. E. et Tagger, M. 2001, Numerical simulations of the accretion-ejection instability in magnetised accretion disks, *A&A* **367**, 1095.
- Chan, K. et Henriksen, R. 1980, On the supersonic dynamics of magnetized jets of thermal gas in radio galaxies, *ApJ* **241**, 889.
- Cordier, B., Paul, J., Ballet, J., Goldwurm, A. *et al.* 1993, The Soft Gamma-Ray Source 1E 1740.7-2942 Revisited - Sigma Observation of a New Transient Activity Beyond 200-KEV, *Astronomy & Astrophysics* **275**, L1.
- Cowley, A. P., Schmidtke, P. C., Crampton, D. et Hutchings, J. B. 1998, Six Supersoft X-Ray Binaries : System Parameters and Twin-Jet Outflows, *ApJ* **504**, 854.
- Cudworth, K. et Herbig, G. 1979, Two large-proper-motion Herbig-Haro objects, *AJ* **84**, 548.
- Delcroix, J. et Bers, A. 1994, *Physique des plasmas*, Interédicions/CNRS éditions, Paris.
- Di Matteo, T., Quataert, E., Allen, S. W., Narayan, R. *et al.* 2000, Low-radiative-efficiency accretion in the nuclei of elliptical galaxies, *MNRAS* **311**, 507.
- Eikenberry, S. S., Matthews, K., Morgan, E. H., Remillard, R. A. *et al.* 1998, Evidence for a Disk-Jet Interaction in the Microquasar GRS 1915+105, *ApJL* **494**, L61.
- Fanaroff, B. L. et Riley, J. M. 1974, The morphology of extragalactic radio sources of high and low luminosity, *MNRAS* **167**, 31P.
- Fender, R., Corbel, S. ., Tzioumis, T., McIntyre, V. *et al.* 1999b, Quenching of the Radio Jet during the X-Ray High State of GX 339-4, *ApJL* **519**, L165.
- Fender, R. P., Garrington, S. T., McKay, D. J., Muxlow, T. W. B. *et al.* 1999a, MERLIN observations of relativistic ejections from GRS 1915+105, *MNRAS* **304**, 865.
- Ferreira, J. 1994, *Structures magnétisées d'accrétion-éjection*, Thèse de doctorat, Université Paris VII.
- Ferreira, J. 1997, Magnetically-driven jets from Keplerian discs, *Astronomy & Astrophysics* **319**, 340.
- Ferreira, J. et Pelletier, G. 1993, Magnetized accretion-ejection structures. 1. General statements, *Astronomy & Astrophysics* **276**, 625.
- Ferreira, J. et Pelletier, G. 1995, Magnetized accretion-ejection structures. III. Stellar and extragalactic jets as weakly dissipative disk outflows, *Astronomy & Astrophysics* **295**, 807.
- Frank, J., King, A. et Raine, R. 1985, *Accretion Power in Astrophysics*, Cambridge Univ. Press.

- Galeev, A., Rosner, R. et Vaiana, G. 1979, Structured coronae of accretion disks, *ApJ* **229**, 318.
- Gallant, Y. A. et Achterberg, A. 1999, Ultra-high-energy cosmic ray acceleration by relativistic blast waves, *MNRAS* **305**, L6.
- Garcia, P., Ferreira, J., Cabrit, S., Binette, L. *et al.* 2000, Forbidden line emission from MHD disk winds and time-variable jets : comparison with T Tauri microjets, dans *Emission Lines from Jet Flows. Isla Mujeres November 13- 17, 2000*, p. E8.
- Giacalone, J. et Jokipii, J. R. 1999, The Transport of Cosmic Rays across a Turbulent Magnetic Field, *ApJ* **520**, 204.
- Greisen, K. 1966, End to the Cosmic-Ray Spectrum ?, *Phys.Rev.Lett.* **16**, 748.
- Gueth, F. et Guilleaume, S. 1999, The jet-driven molecular outflow of HH 211, *Astronomy & Astrophysics* **343**, 571.
- Hartigan, P., Edwards, S. et Ghandour, L. 1995, Disk Accretion and Mass Loss from Young Stars, *ApJ* **452**, 736+.
- Hasselmann, K. et Wibberenz, G. 1970, A Note on the Parallel Diffusion Coefficient, *ApJ* **162**, 1049.
- Hayashida, N., Honda, K., Inoue, N., Kadota, K. *et al.* 1998, Recent results from the AGASA experiment, dans *Abstracts of the 19th Texas Symposium on Relativistic Astrophysics and Cosmology, held in Paris, France, Dec. 14-18, 1998. Eds. : J. Paul, T. Montmerle, and E. Aubourg (CEA Saclay)..*
- Henri, G. et Pelletier, G. 1991, Relativistic electron-positron beam formation in the framework of the two-flow model for active galactic nuclei, *ApJ* **383**, 7.
- Herbig, G. H. et Jones, B. F. 1981, Large proper motions of the Herbig-Haro objects HH 1 and HH 2, *AJ* **86**, 1232.
- Heyvaerts, J. et Norman, C. 1989, The collimation of magnetized winds, *ApJ* **347**, 1055.
- Heyvaerts, J. et Priest, E. 1989, A model for a non-Keplerian magnetic accretion disk with a magnetically heated corona, *Astronomy & Astrophysics* **216**, 230.
- Hirth, G. A., Mundt, R. et Solf, J. 1997, Spatial and kinematic properties of the forbidden emission line region of T Tauri stars, *A&As* **126**, 437.
- Hjellming, R. M. et Rupen, M. P. 1995, Episodic Ejection of Relativistic Jets by the X-Ray Transient GRO :J1655-40, *Nature* **375**, 464.
- Isola, C., Lemoine, M. et Sigl, G. 2001, Centaurus A as the source of ultra-high energy cosmic-ray, *astro-ph/0104289* .



- Jokipii, J. R. 1966, Cosmic-Ray Propagation. I. Charged Particles in a Random Magnetic Field, *ApJ* **146**, 480.
- Jokipii, J. R. 1968, Addendum and Erratum to Cosmic-Ray Propagation. I, *ApJ* **152**, 671.
- Junor, W., Biretta, J. et Livio, M. 1999, Formation of the radio jet in M87 at 100 Schwarzschild radii from the central black hole, *Nature* **401**, 891.
- Kahabka, P. et van den Heuvel, E. P. J. 1997, Luminous Supersoft X-Ray Sources, *ARAA* **35**, 69.
- Kampert, K., bla, h., fgdfg, g. et fgfgfdg, h. 2001, Cosmic rays in the energy range of the knee - Recent results from Cascade, *soumis à World Scientific astro-ph/0102266*.
- Kirk, J. et Dendy, R. 2000a, Shock acceleration of Cosmic Rays - a critical review, dans *Proceedings of the 17th ECRS, Lodz, July 2000 (astro-ph/0101175)*.
- Kirk, J. G., Guthmann, A. W., Gallant, Y. A. et Achterberg, A. 2000b, Particle Acceleration at Ultrarelativistic Shocks : An Eigenfunction Method, *ApJ* **542**, 235.
- Konigl, A. 1989, Self-similar models of magnetized accretion disks, *ApJ* **342**, 208.
- Konigl, A. et Pudritz, R. E. 2000, Disk Winds and the Accretion-Outflow Connection, dans *Protostars and Planets IV (Book - Tucson : University of Arizona Press ; eds Mannings, V., Boss, A.P., Russell, S. S.), p. 759, p. 759*.
- Krasnopolsky, R., Li, Z. et Blandford, R. 1999, Magnetocentrifugal Launching of Jets from Accretion Disks. I. Cold Axisymmetric Flows, *ApJ* **526**, 631.
- Krymskii, G. 1977, A regular mechanism for the acceleration of charged particles on the front of a shock wave, *Akademiia Nauk SSSR Doklady* **234**, 1306.
- Kwan, J. 1997, Warm Disk Coronae in Classical T Tauri Stars, *ApJ* **489**, 284+.
- Kwan, J. et Tadamaru, E. 1988, Jets from T Tauri stars - Spectroscopic evidence and collimation mechanism, *ApJL* **332**, L41.
- Kwan, J. et Tadamaru, E. 1995, Disk Winds from T Tauri Stars, *ApJ* **454**, 382+.
- Lagage, P. O. et Cesarsky, C. J. 1983, Cosmic-ray shock acceleration in the presence of self-excited waves, *A&A* **118**, 223.
- Landau, L. et Lifchitz, E. 1954, Mécanique des fluides, dans *Physique théorique*, vol. 6, Editions MIR, Moscou.
- Landau, L. et Lifchitz, E. 1979, Cinétique physique, dans *Physique théorique*, vol. 10, Editions MIR, Moscou.

- Lavalley, C. 2000, *Étude de la morphologie et de la cinématique de l'émission des raies interdites autour des étoiles T Tauri*, Thèse de doctorat, Université J. Fourier Grenoble I.
- Lery, T., Henriksen, R. N. et Fiege, J. D. 1999, Magnetised protostellar bipolar outflows. I. Self-similar model with Poynting flux, *A&A* **350**, 254.
- Lery, T., Heyvaerts, J., Appl, S. et Norman, C. 1998, Outflows from magnetic rotators I. Inner structure, *Astronomy & Astrophysics* **337**, 603.
- Li, Z. 1995, Magnetohydrodynamic disk-wind connection : Self-similar solutions, *ApJ* **444**, 848.
- Li, Z. 1996, Magnetohydrodynamic Disk-Wind Connection : Magnetocentrifugal Winds from Ambipolar Diffusion-dominated Accretion Disks, *ApJ* **465**, 855.
- Li, Z., Chiueh, T. et Begelman, M. 1992, Electromagnetically driven relativistic jets - A class of self-similar solutions, *ApJ* **394**, 459.
- Lovelace, R. V. E. 1976, Dynamo model of double radio sources, *Nature* **262**, 649.
- Lovelace, R. V. E., Ustyugova, G. et Koldoba, A. 1999, Magnetohydrodynamic Origin of Jets from Accretion Disks, dans *IAU Symp. 194 : Activity in Galaxies and Related Phenomena*, vol. 194, p. 208.
- Lynden-Bell, D. 1969, Galactic Nuclei as Collapsed Old Quasars, *Nature* **223**, 690.
- Malbet, F. et Bertout, C. 1991, The vertical structure of T Tauri accretion disks. I - Heating by the central star, *ApJ* **383**, 814.
- Margon, B., Stone, R. P. S., Klemola, A., Ford, H. C. *et al.* 1979, The bizarre spectrum of SS 433, *ApJL* **230**, L41.
- Michel, F. 1969, Relativistic stellar-wind torques, *ApJ* **158**, 727.
- Miller, K. et Stone, J. 2000, The Formation and Structure of a Strongly Magnetized Corona above a Weakly Magnetized Accretion Disk, *ApJ* **534**, 398.
- Mirabel, I. F., Dhawan, V., Chaty, S., Rodriguez, L. F. *et al.* 1998, Accretion instabilities and jet formation in GRS 1915+105, *A&A* **330**, L9.
- Mirabel, I. F. et Rodríguez, L. F. 1994, A Superluminal Source in the Galaxy, *Nature* **371**, 46.
- Mirabel, I. F. et Rodríguez, L. F. 1999, Sources of Relativistic Jets in the Galaxy, *ARAA* **37**, 409.
- Motch, C. 1998, The transient jet of the galactic supersoft X-ray source RX J0925.7-4758, *Astronomy & Astrophysics* **338**, L13.

- Mouschovias, T. C. 1976, Nonhomologous contraction and equilibria of self-gravitating, magnetic interstellar clouds embedded in an intercloud medium : Star formation. I Formulation of the problem and method of solution, *ApJ* **206**, 753.
- Najita, J. et Shu, F. 1994, Magnetocentrifugally driven flows from Young Stars and Disks. III. Numerical solution of the sub-Alfvénic region, *ApJ* **429**, 808.
- Narayan, R. et Yi, I. 1995, Advection-dominated accretion : Self-similarity and bipolar outflows, *ApJ* **444**, 231.
- Narayan, R. et Yi, I. 1995b, Advection-dominated Accretion : Underfed Black Holes and Neutron Stars, *ApJ* **452**, 710.
- Ouyed, R. et Pudritz, R. E. 1997, Numerical Simulations of Astrophysical Jets from Keplerian Disks. I. Stationary Models, *ApJ* **482**, 712.
- Pearson, T. J. et Zensus, J. A. 1987, Superluminal radio sources - Introduction, dans *Superluminal Radio Sources*, pp. 1–11.
- Pelletier, G. 1999, Cosmic ray acceleration and nonlinear relativistic wavefronts, *A&A* **350**, 705.
- Pelletier, G. 2000, Fermi acceleration of the Astroparticles, dans *Proceedings de l'école internationale tenue à Meudon "Physics and Astrophysics of Ultra High Energy Cosmic Rays"*, eds. G. Sigl, M. Lemoine, M. Boratav.
- Pelletier, G. et Pudritz, R. 1992, Hydromagnetic disk winds in young stellar objects and active galactic nuclei, *ApJ* **394**, 117.
- Pouquet, A., Frisch, U. et Leorat, J. 1976, Strong MHD helical turbulence and the nonlinear dynamo effect, *J. Fluid. Mech.* **77**, 321.
- Rax, J. et White, R. 1992, Effective Diffusion and Nonlocal Heat transport in a Stochastic Magnetic Field, *Phys.Rev.Lett.* **68**, 1523.
- Rechester, A. B. et Rosenbluth, M. N. 1978, Electron heat transport in a Tokamak with destroyed magnetic surfaces, *Phys.Rev.Lett.* **40**, 38.
- Rees, M. 1966, Appearance of relativistically expanding radio sources, *Nature* **211**, 468.
- Rees, M. J. 1984, Black Hole Models for Active Galactic Nuclei, *ARAA* **22**, 471.
- Rekowski, M. v., Rüdiger, G. et Elstner, D. 2000, Structure and magnetic configurations of accretion disk-dynamo models, *Astronomy & Astrophysics* **353**, 813.
- Renaud, N. 1999, *Modélisation des jets relativistes et de l'émission haute énergie des Blazars et des microquasars galactiques*, Thèse de doctorat, Université J. Fourier, Grenoble I.

- Richer, J. S., Shepherd, D. S., Cabrit, S., Bachiller, R. *et al.* 2000, Molecular Outflows from Young Stellar Objects, dans *Protostars and Planets IV (Book - Tucson : University of Arizona Press ; eds Mannings, V., Boss, A.P., Russell, S. S.)*, p. 867, pp. 867+.
- Rutten, R. G. M., van Paradijs, J. et Tinbergen, J. 1992, Reconstruction of the accretion disk in six cataclysmic variable stars, *Astronomy & Astrophysics* **260**, 213.
- Sakurai, T. 1987, Magnetically collimated winds from accretion disks, *PASJ* **39**, 821.
- Sauty, C. et Tsinganos, K. 1994, Nonradial and nonpolytropic astrophysical outflows III. A criterion for the transition from jets to winds, *Astronomy & Astrophysics* **287**, 893.
- Serjeant, S., Rawlings, S., Lacy, M., Maddox, S. J. *et al.* 1998, The radio-optical correlation in steep-spectrum quasars, *MNRAS* **294**, 494.
- Shakura, N., Sunyaev, R. et Zilitinkevich, S. 1978, On the turbulent energy transport in accretion discs, *Astronomy & Astrophysics* **62**, 179.
- Shakura, N. I. et Sunyaev, R. A. 1973, Black holes in binary systems. Observational appearance, *Astronomy & Astrophysics* **24**, 337.
- Shu, F., Najita, J., Ostriker, E., Wilkin, F. *et al.* 1994, Magnetocentrifugally driven flows from Young Stars and Disks. I. A generalized model, *ApJ* **429**, 781.
- Sokolsky, P. 1998, Fly's eye and HIRES Results, dans *Abstracts of the 19th Texas Symposium on Relativistic Astrophysics and Cosmology, held in Paris, France, Dec. 14-18, 1998. Eds. : J. Paul, T. Montmerle, and E. Aubourg (CEA Saclay)*..
- Sol, H., Pelletier, G. et Asséo, E. 1989, Two-flow model for extragalactic radio jets, *MNRAS* **237**, 411.
- Solf, J. et Boehm, K. H. 1993, High-resolution long-slit spectral imaging of the mass outflows in the immediate vicinity of DG Tauri, *ApJL* **410**, L31.
- Spitzer, L. 1962, *Physics of fully ionized gases*, Intersciences , New York.
- Stone, J. M., Hawley, J. F., Gammie, C. F. et Balbus, S. A. 1996, Three-dimensional Magnetohydrodynamical Simulations of Vertically Stratified Accretion Disks, *ApJ* **463**, 656.
- Tagger, M. et Pellat, R. 1999, An accretion-ejection instability in magnetized disks, *A&A* **349**, 1003.
- Tanaka, Y. et Lewin, W. 1995, dans *X-rays binaries*, pp. 74–126.
- Urry, C. M. et Padovani, P. 1995, Unified Schemes for Radio-Loud Active Galactic Nuclei, *PASP* **107**, 803.

- Ustyugova, G. V., Koldoba, A. V., Romanova, M. M., Chechetkin, V. M. *et al.* 1999, Magneto-centrifugally Driven Winds : Comparison of MHD Simulations with Theory, *ApJ* **516**, 221.
- Ustyugova, G. V., Lovelace, R. V. E., Romanova, M. M., Li, H. *et al.* 2000, Poynting Jets from Accretion Disks : Magnetohydrodynamic Simulations, *ApJL* **541**, L21.
- Vermeulen, R. C. et Cohen, M. H. 1994, Superluminal motion statistics and cosmology, *ApJ* **430**, 467.
- Wardle, M. et Königl, A. 1993, The structure of protostellar accretion disks and the origin of bipolar flows, *ApJ* **410**, 218.
- Webber, W. R., Lee, M. A. et Gupta, M. 1992, Propagation of cosmic-ray nuclei in a diffusing galaxy with convective halo and thin matter disk, *ApJ* **390**, 96.
- Wu, Y., Huang, M. et He, J. 1996, A catalogue of high velocity molecular outflows., *A&As* **115**, 283+.
- Xu, C., Baum, S. A., O'Dea, C. P., Wrobel, J. M. *et al.* 2000, VLBA Observations of a Sample of Nearby FR I Radio Galaxies, *AJ* **120**, 2950.
- Zatsepin, G. et Kuzmin, V. 1966, Pis'ma Zh., *Eksp. Teor. Fiz.* **4**, 114.



## Annexe A

# Ondes d'Alfvén dans les milieux très dilués

Les équations de Maxwell généralisées ne font plus appel directement aux champs électrique et magnétique mais aux vecteurs induction  $\vec{H} = \vec{B}/\mu_o$  et déplacement  $\vec{D}$ , de telle façon que

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J}_{ext} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (\text{A.1})$$

où  $\vec{J}_{ext}$  est le courant imposé par une action extérieure. Le vecteur déplacement est relié au champ électrique par la relation

$$\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \varepsilon_o \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \vec{J} \quad (\text{A.2})$$

ce qui permet, en passant dans l'espace réciproque, d'écrire

$$\hat{D}_i = \varepsilon_o \varepsilon_{ij} \hat{E}_j \quad (\text{A.3})$$

$$\Rightarrow \varepsilon_{ij} = \delta_{ij} + i \frac{\sigma_{ij}}{\varepsilon_o \omega} \quad (\text{A.4})$$

où  $\sigma_{ij}$  est la matrice de conductivité ( $\hat{J} = \sigma_{ij} \hat{E}$  et  $\varepsilon_{ij}$  est le tenseur diélectrique). En combinant les autres équations de Maxwell dans l'espace réciproque, on a l'équation de propagation du champ électrique

$$\Lambda_{ij} \hat{E}_j = \left( \varepsilon_{ij} - \eta^2 \left[ \delta_{ij} - \frac{k_i k_j}{k^2} \right] \right) \hat{E}_j = \frac{\hat{J}_{ext,i}}{i \varepsilon_o \omega} \quad (\text{A.5})$$

où  $\eta^2 = k^2 c^2 / \omega^2$  est l'indice de réfraction du milieu. Le déterminant du tenseur  $\Lambda_{ij}$ , quand il s'annule, donne ainsi les modes propres du système. Cette équation est la version généralisée de la loi d'Ohm. Considérons donc un milieu homogène plongé dans un champ magnétique. En linéarisant les équations du mouvement de la population  $\alpha$  et en négligeant la perturbation de pression (plasma froid), on obtient alors les relations

$$\begin{aligned} \vec{J}_{\parallel} &= \varepsilon_o \sum_{\alpha} \frac{\omega_{p,\alpha}}{\omega} \vec{E}_{\parallel} \\ \vec{J}_{\perp} &= \sum_{\alpha} \frac{n_{\alpha} q_{\alpha}^2}{m_{\alpha} (\omega_{c,\alpha}^2 - \omega^2)} (\vec{E}_{\perp} \times \vec{\omega}_{c,\alpha} - i\omega \vec{E}_{\perp}) \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

où  $\omega_c = qB/m$  est la pulsation cyclotron et  $\omega_p = nq^2/\varepsilon_0 m$  la pulsation plasma. Le tenseur diélectrique s'écrit alors simplement

$$\varepsilon_{ij} = \begin{bmatrix} \varepsilon' & -i\varepsilon'' & 0 \\ i\varepsilon'' & \varepsilon' & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{\parallel} \end{bmatrix}$$

où les composantes de ce tenseur sont données par les relations

$$\begin{cases} \varepsilon' = 1 + \sum_{\alpha} \frac{\omega_{p,\alpha}^2}{\omega_{c,\alpha}^2 - \omega^2} \\ \varepsilon'' = \sum_{\alpha} \frac{\omega_{p,\alpha}^2}{\omega^2 - \omega_{c,\alpha}^2} \frac{\omega_{c,\alpha}}{\omega} \frac{q_{\alpha}}{|q_{\alpha}|} \\ \varepsilon_{\parallel} = 1 + \sum_{\alpha} \frac{\omega_{p,\alpha}^2}{\omega^2} \end{cases}$$

Il ne reste plus qu'à écrire le tenseur  $\Lambda_{ij}$  pour avoir l'expression de la vitesse de phase de l'onde. Le choix de l'orientation du vecteur d'onde a une importance primordiale sur le type d'onde que cette relation va nous donner. Par exemple, si on choisit un vecteur d'onde tel que  $\vec{k} = k\vec{B}/B$ , l'annulation du déterminant de  $\Lambda_{ij}$  donnera alors la relation

$$\det[\Lambda_{ij}] = \varepsilon_{\parallel} ((\varepsilon' - \eta^2)^2 - (\varepsilon'')^2) = 0. \quad (\text{A.7})$$

La solution (non-nulle) de cette équation est donc

$$\eta = \varepsilon' \pm \varepsilon'' \quad (\text{A.8})$$

où l'on voit que le milieu, par la présence du champ magnétique, est biréfringent. Ce phénomène est la source de la rotation Faraday. Dans le cadre MHD, la pulsation  $\omega$  de l'onde est très inférieure aux autres pulsations et la relation se simplifie jusqu'à donner la vitesse de phase de l'onde MHD se propageant le long du champ magnétique ( $\vec{k} \parallel \vec{B}$ ) : c'est l'onde d'Alfvén. Sa vitesse de phase est

$$V_A = \frac{\omega}{k} = \frac{1}{\sqrt{1 + \sum_{\alpha} \omega_{p,\alpha}^2 / \omega_{c,\alpha}^2}} = \frac{c}{\sqrt{1 + \sum_{\alpha} \frac{n_{\alpha} m_{\alpha} c^2 \mu_0}{B^2}}} \quad (\text{A.9})$$

où  $c$  est la vitesse de la lumière. Cette forme relativiste de la vitesse d'Alfvén n'inclut pas les effets thermiques. En effet, si le plasma n'avait pas été supposé froid, il aurait fallu tenir compte de termes de correction dus aux effets de gradient de pression du plasma. Pour finir, on peut voir que pour un milieu non-relativiste, on a  $nmc^2 \gg B^2/\mu_0$ , ce qui permet d'écrire  $V_A = B/\sqrt{\mu_0 \sum_{\alpha} n_{\alpha} m_{\alpha}}$ .



# Annexe B

## Eléments de théorie cinétique et description du chaos

### Sommaire

---

Le but de cette annexe est de présenter le cadre de description de l'interaction entre la turbulence magnétique et des particules chargées se propageant à l'intérieur de celle-ci.

### B.1 Fonction de distribution

#### B.1.1 Fonction de distribution et grandeurs macroscopiques

La base de la théorie cinétique repose sur la connaissance de la fonction de distribution des particules d'un système en tout point de l'espace des phases. Cet espace des phases est l'espace à six dimensions regroupant l'espace de configuration (espace à 3 dimensions correspondant à l'espace des positions des particules) et l'espace des impulsions (espace des quantités de mouvement à 3 dimensions). La fonction de distribution  $f_\alpha$  d'une population de particules  $\alpha$  est définie comme étant la densité dans l'espace des phases de ces particules. L'intégration de cette grandeur sur l'un ou l'autre des espaces de configuration ou d'impulsions donnent

$$\int f_\alpha d^3p = n_\alpha(\vec{q}, t) \quad (\text{B.1})$$

où  $n(\vec{q}, t)$  est la densité des particules de l'espèce  $\alpha$  et

$$\int f_\alpha d^3q = F_\alpha(\vec{p}, t) \quad (\text{B.2})$$

où  $F_\alpha(\vec{p}, t)$  est la fonction de répartition des vitesses des particules de l'espèce  $\alpha$ . Les variables  $\vec{q}$  et l'impulsion  $\vec{p}$  sont des variables conjuguées telles que leurs composantes satisfont

$$\dot{q}_i = \frac{\partial H}{\partial p_i} \text{ et } \dot{p}_i = -\frac{\partial H}{\partial q_i} \quad (\text{B.3})$$

où  $H$  est le hamiltonien du système. Les variables habituellement utilisées dans la littérature sont la position  $\vec{x}$  et la vitesse des particules  $\vec{v}$ . Avec ces variables, la définition des grandeurs macroscopiques du plasma est particulièrement simple. En effet, la vitesse moyenne de l'espèce  $\alpha$ ,  $\vec{U}_\alpha$ , est donnée par

$$n_\alpha(\vec{x}, t)\vec{U}_\alpha(\vec{x}, t) = \int \vec{v} f_\alpha d^3v \quad (\text{B.4})$$

La densité d'énergie du fluide est

$$n_\alpha(\vec{x}, t)W(\vec{x}, t) = \int \frac{m_\alpha v^2}{2} f_\alpha d^3v \quad (\text{B.5})$$

où  $m_\alpha$  est la masse des particules d'espèce  $\alpha$ . On peut ainsi utiliser les autres puissances de la vitesse pour obtenir les différentes grandeurs macroscopiques du plasma que sont le tenseur de pression, le flux de chaleur, etc. Déterminer l'évolution temporelle de la fonction de distribution est ce qui permet de connaître les propriétés du plasma à tout instant.

### B.1.2 La fonction de distribution des systèmes hamiltoniens

Les plasmas rencontrés dans l'Univers sont de nature très diverse, tant dans leur composition que dans leurs températures et densités. Les forces, qu'elles soient extérieures ou internes, peuvent être de différentes natures. Elles peuvent être électromagnétiques, gravitationnelles, collisionnelles ou encore aléatoires. Le cas des systèmes hamiltoniens (systèmes conservant leurs hamiltoniens constants au cours de leur évolution temporelle) est un cas particulièrement simple. En effet, grâce aux théorèmes de Liouville et de Poincaré, on peut arriver à décrire complètement le système à tout instant en ne s'intéressant qu'au cas d'une seule particule. Chaque particule ayant une conservation de son propre hamiltonien, le système regroupant toutes les particules conservera alors aussi le sien. On montre ainsi que le système possède plusieurs invariants le long des trajectoires dans l'espace de phases comme le volume de l'espace des phases (théorème de Liouville) et la valeur de la fonction de distribution. L'équation d'évolution de cette fonction sera alors

$$\frac{df_\alpha}{dt} = \frac{\partial f_\alpha}{\partial t} + \dot{\vec{q}} \cdot \frac{\partial f_\alpha}{\partial \vec{q}} + \dot{\vec{p}} \cdot \frac{\partial f_\alpha}{\partial \vec{p}} = 0 \quad (\text{B.6})$$

ce qui, en vertu des propriétés hamiltoniennes du système, donne l'équation de Liouville à une particule

$$\frac{\partial f_\alpha}{\partial t} + \frac{\partial H}{\partial \vec{p}} \cdot \frac{\partial f_\alpha}{\partial \vec{q}} + \frac{\partial H}{\partial \vec{q}} \cdot \frac{\partial f_\alpha}{\partial \vec{p}} = 0 \quad (\text{B.7})$$

Malheureusement, dans un plasma, les interactions entre particules de différentes espèces sont toujours présentes. Cette interaction doit être prise en compte dans l'évolution de la fonction de distribution d'une espèce donnée. Ce faisant on arrive alors à l'équation généralisée de Boltzmann pour l'espèce  $\alpha$

$$\frac{\partial f_\alpha}{\partial t} + \dot{\vec{q}} \cdot \frac{\partial f_\alpha}{\partial \vec{q}} + \dot{\vec{p}} \cdot \frac{\partial f_\alpha}{\partial \vec{p}} = \sum_\beta C_{\alpha\beta}(f_\alpha, f_\beta) \quad (\text{B.8})$$

où  $\mathcal{C}_{\alpha\beta}(f_\alpha, f_\beta)$  est l'opérateur d'interaction entre l'espèce  $\alpha$  et l'espèce  $\beta$ . Selon la nature des interactions, le système reste ou non hamiltonien. Dans le cas des plasmas non relativistes, l'équation ci-dessus peut être réécrite en utilisant les coordonnées conjuguées  $\vec{x}$  et  $\vec{p}$  ( $\vec{x}$  vecteur position et  $\vec{p}$  vecteur quantité de mouvement)

$$\frac{\partial f_\alpha}{\partial t} + \vec{v} \cdot \frac{\partial f_\alpha}{\partial \vec{x}} + \frac{\vec{F}}{m_\alpha} \cdot \frac{\partial f_\alpha}{\partial \vec{p}} = \sum_{\beta} \mathcal{C}_{\alpha\beta}(f_\alpha, f_\beta) \quad (\text{B.9})$$

où  $\vec{F}$  est la somme des forces extérieures appliquées sur le plasma. Pour écrire cette relation, j'ai utilisé le théorème du centre d'inertie reliant  $\vec{p}$  à  $\vec{F}$ . Cette utilisation n'est valide que si les forces extérieures appliquées au plasma ne sont pas aléatoires (ou découlant d'une approche probaliste). Pour étudier l'évolution de la fonction de distribution en présence de forces aléatoires (comme la présence d'une turbulence), il faut se tourner vers une approche plus générale du problème.

## B.2 Évolution de la fonction de distribution

Je vais présenter dans cette partie une approche complètement générale de l'équation régissant l'évolution temporelle de la fonction de distribution d'un ensemble de particules, quelle que soit leur nature. Pour commencer, considérons la densité de probabilité de transition par unité de temps, pour qu'une particule passe d'un état  $\vec{y}$  à un état  $\vec{y}'$  tel que  $\vec{y} = \vec{y}' + \Delta\vec{y}$ . Les vecteurs évoqués précédemment sont des vecteurs à 6 dimensions de l'espace des phases écrits comme  $\vec{y} = (\vec{x}, \vec{p})$  où  $\vec{x}$  est le vecteur position d'une particule et  $\vec{v}$  le vecteur vitesse de cette même particule. J'appellerai cette densité de probabilité de transition  $K_{\Delta t}(\vec{y}' | \Delta\vec{y})$ . Cette densité de probabilité est conditionnelle, c'est à dire qu'elle dépend de la position finale à atteindre ainsi que de la largeur du saut à accomplir. En faisant le bilan des particules quittant un état  $\vec{y}$  à un instant  $t$  et les particules atteignant cet état au même moment, on peut écrire de manière tout à fait générale

$$\frac{\partial f(\vec{y}, t)}{\partial t} = \int [K_{\Delta t}(\vec{y} | \Delta\vec{y}) f(\vec{y}', t) - K_{\Delta t}(\vec{y}' | \Delta\vec{y}) f(\vec{y}, t)] d^6\vec{y}' \quad (\text{B.10})$$

où toute la physique du problème réside dans ces fonctions  $K$ . Cette équation d'évolution de la fonction de distribution doit être similaire à l'équation de Liouville, dans le cas des systèmes hamiltoniens, et à l'équation de Boltzmann dans le cas des systèmes collisionnels. Cette version de l'équation d'évolution de la fonction (équation B.10) de distribution est particulièrement complexe car elle est basée sur une équation intégral-différentielle impliquant des densités de probabilités conditionnelles.

Une façon de passer outre ces difficultés est de se placer dans le cas où l'intervalle de temps  $\Delta t$ , caractérisant l'intervalle de temps d'estimation des probabilités de transitions, est très petit devant le temps d'évolution de la fonction de distribution. Dans ce cas, les changements d'état du système sont petits et nous permettent de faire un développement au deuxième

ordre de l'équation (B.10). Donc en supposant  $|\Delta\vec{y}|$  très petit par rapport à  $|\vec{y}|$ , on peut écrire ce développement autour de  $\vec{y}$  sous la forme suivante

$$\begin{aligned} K_{\Delta t}(\vec{y}|\Delta\vec{y})f(\vec{y}', t) &\simeq K_{\Delta t}(\vec{y}'|\Delta\vec{y})f(\vec{y}, t) - \Delta\vec{y} \cdot \frac{\partial}{\partial\vec{y}} (K_{\Delta t}(\vec{y}'|\Delta\vec{y})f(\vec{y}, t)) \\ &+ \frac{\Delta y_\alpha \Delta y_\beta}{2} \frac{\partial^2}{\partial y_\alpha \partial y_\beta} (K_{\Delta t}(\vec{y}'|\Delta\vec{y})f(\vec{y}, t)) \end{aligned} \quad (\text{B.11})$$

où il faut garder à l'esprit que  $\Delta t \ll t$ . En injectant cette relation dans l'équation (B.10), on obtient alors

$$\begin{aligned} \frac{\partial f(\vec{y}, t)}{\partial t} &= \int \left[ \frac{\Delta y_\alpha \Delta y_\beta}{2} \frac{\partial^2}{\partial y_\alpha \partial y_\beta} (K_{\Delta t}(\vec{y}'|\Delta\vec{y})f(\vec{y}, t)) \right. \\ &\left. - \Delta\vec{y} \cdot \frac{\partial}{\partial\vec{y}} (K_{\Delta t}(\vec{y}'|\Delta\vec{y})f(\vec{y}, t)) \right] d\vec{y}' \end{aligned} \quad (\text{B.12})$$

En inversant l'intégrale avec les dérivées (qui ne portent pas sur les mêmes variables), on obtient alors l'équation d'évolution de la fonction de distribution

$$\begin{aligned} \frac{\partial f(\vec{y}, t)}{\partial t} &= -\frac{\partial}{\partial\vec{y}} \left[ \left( \int \Delta\vec{y} K_{\Delta t}(\vec{y}'|\Delta\vec{y}) d\vec{y}' \right) f(\vec{y}, t) \right] \\ &+ \frac{\partial^2}{\partial y_\alpha \partial y_\beta} \left[ \left( \int \frac{\Delta y_\alpha \Delta y_\beta}{2} K_{\Delta t}(\vec{y}'|\Delta\vec{y}) d\vec{y}' \right) f(\vec{y}, t) \right] \end{aligned} \quad (\text{B.13})$$

Pour faciliter l'écriture de cette relation, il est d'usage de définir les coefficients suivants

$$\frac{\langle \Delta\vec{y} \rangle}{\Delta t} = \int \Delta\vec{y} K_{\Delta t}(\vec{y}'|\Delta\vec{y}) d\vec{y}' \quad (\text{B.14})$$

$$\frac{\langle \Delta y_\alpha \Delta y_\beta \rangle}{2\Delta t} = \int \frac{\Delta y_\alpha \Delta y_\beta}{2} K_{\Delta t}(\vec{y}'|\Delta\vec{y}) d\vec{y}' \quad (\text{B.15})$$

ce qui donne l'équation de Fokker-Planck générale dans l'espace des phases

$$\frac{\partial f(\vec{y}, t)}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial\vec{y}} \cdot \left( \frac{\langle \Delta\vec{y} \rangle}{\Delta t} f(\vec{y}, t) \right) + \frac{\partial^2}{\partial y_\alpha \partial y_\beta} \left( \frac{\langle \Delta y_\alpha \Delta y_\beta \rangle}{2\Delta t} f(\vec{y}, t) \right) \quad (\text{B.16})$$

Dans l'espace des phases habituel  $(\vec{x}, \vec{p})$ , les divers coefficients intervenant dans cette équation n'ont pas tous le même poids. En effet, on peut écrire ces coefficients en fonction de la vitesse et de la force qui peut être décomposée, dans le cas général, comme une supersposition d'une force cohérente et d'une autre aléatoire ( $\vec{F} = \vec{F}_{coh} + \vec{F}_{ale}$ )

$$\langle \Delta\vec{x} \rangle = \vec{v}\Delta t + \frac{\Delta t}{m} \int_{t_0}^{t_0+\Delta t} \int_{t'_0}^t \langle \vec{F}_{ale}(t') \rangle dt' dt \quad (\text{B.17})$$

$$\langle \Delta\vec{x}\Delta\vec{x} \rangle = \frac{2\Delta t}{m^2} \int_0^{\Delta t} \left\langle \int_{t_0}^t \vec{F}(t') dt' \int_{t_1}^{t-\tau} \vec{F}(t'') dt'' \right\rangle d\tau \quad (\text{B.18})$$

$$\langle \Delta\vec{p} \rangle = \vec{F}_{coh}\Delta t + \int_{t_0}^{t_0+\Delta t} \langle \vec{F}_{ale}(\tau) \rangle d\tau \quad (\text{B.19})$$

$$\langle \Delta\vec{p}\Delta\vec{p} \rangle = 2\Delta t \int_0^{\Delta t} \langle \vec{F}(t)\vec{F}(t-\tau) \rangle d\tau \quad (\text{B.20})$$

Le développement en série de Taylor en puissance de  $\Delta t$  permet de négliger les contributions en  $\Delta t^2$  des termes ci-dessus. Ainsi, l'équation de Fokker-Planck devient

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \vec{v} \cdot \frac{\partial f}{\partial \vec{x}} + \vec{F}_{coh} \cdot \frac{\partial f}{\partial \vec{p}} = - \frac{\partial}{\partial \vec{p}} \cdot \left( \frac{\langle \Delta \vec{p} \rangle_{ale}}{\Delta t} f \right) + \frac{\partial^2}{\partial p_\alpha \partial p_\beta} \left( \frac{\langle \Delta p_\alpha \Delta p_\beta \rangle_{ale}}{2\Delta t} f \right) \quad (\text{B.21})$$

Dans l'hypothèse où un équilibre entre les pertes et les gains d'énergie provoqués par la force aléatoire est réalisé, on peut évaluer les probabilités de transition (la probabilité de passer entre un état 1 à un état 2 est la même que l'on parte de 1 ou de 2)

$$K_{\Delta t}(\vec{p} - \Delta \vec{p} | \Delta \vec{p}) = K_{\Delta t}(\vec{p} | -\Delta \vec{p}) \quad (\text{B.22})$$

ce qui donne, en développant cette relation en série de Taylor

$$\frac{\langle \Delta p \rangle_{ale}}{\Delta t} = \frac{\partial}{2\partial \vec{p}} \frac{\langle \Delta \vec{p} \Delta \vec{p} \rangle_{ale}}{\Delta t} = \frac{\partial}{\partial \vec{p}} \Gamma_{pp} \quad (\text{B.23})$$

On arrive à la forme la plus courante de l'équation de Fokker-Planck, où le terme  $\vec{A}_p$  représente les pertes ou gains énergétiques du système par des processus autres que les forces aléatoires ou cohérentes (essentiellement des pertes radiatives)

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \vec{v} \cdot \frac{\partial f}{\partial \vec{x}} + \vec{F}_{coh} \cdot \frac{\partial f}{\partial \vec{p}} = \frac{\partial}{\partial \vec{p}} \cdot (\vec{A}_p f) + \frac{\partial}{\partial \vec{p}} \Gamma_{pp} \frac{\partial f}{\partial \vec{p}} \quad (\text{B.24})$$

Jusqu'ici, les seules hypothèses faites sont que le temps sur lequel on évalue les coefficients de l'équation est très petit par rapport au temps d'évolution de la fonction de distribution. Pour qu'un régime diffusif soit atteint, il faut que le coefficient  $\langle \Delta \vec{p} \Delta \vec{p} \rangle$  soit proportionnel au temps  $\Delta t$ , afin que l'équation ne dépende pas du choix de  $\Delta t$ . En regardant la relation (B.20), cette contrainte impose que le temps de corrélation de la force aléatoire  $\tau_c$  soit inférieur à  $\Delta t$ . Cette condition est la signature d'un processus Markovien, où la particule perd très rapidement (en moins de  $\Delta t$ ) la mémoire de son passé. Cette perte de mémoire ou décorrélation est la base même des processus diffusifs. La validité de l'équation de Fokker-Planck sera donc validée par le respect de  $\tau_c < \Delta t \ll t_f$ . Des régimes non-diffusifs peuvent apparaître si la densité de probabilité de transition est une fonction qui n'est pas assez "centrée" par rapport à l'état initial. En effet, les équations de Fokker-Planck ne sont valides que dans le cas des petits sauts. Si la probabilité qu'une particule accomplisse un très grand saut sur un temps court est significative on peut alors rencontrer des régimes dits anormaux. Deux types de diffusion "anormale" peuvent ainsi apparaître :

- les régimes subdiffusifs tels que  $\langle \Delta p \Delta p \rangle \propto (\Delta t)^\alpha$  avec  $\alpha < 1$
- les régimes superdiffusifs tels que  $\langle \Delta p \Delta t p \rangle \propto (\Delta t)^\alpha$  avec  $\alpha > 1$

On peut noter qu'en l'absence de forces aléatoires, on retrouve l'équation de Boltzmann où il peut y avoir éventuellement l'apparition d'un terme de collision, traduit par le terme  $\vec{A}_p$  ainsi que par un coefficient de diffusion collisionnel.

## B.3 Caractérisation du chaos

L'étude des systèmes turbulents nécessite la prise en compte du chaos dans la dynamique de ces systèmes. De part sa nature même, le chaos n'est pas quelque chose de descriptible de façon continue et analytique comme par exemple les ensembles peu complexes, avec un système d'équations différentielles. Néanmoins, certaines grandeurs ou applications mathématiques peuvent nous aider à y voir plus clair. Dans cette section, je présenterai deux des outils les plus usités que sont les exposants de Lyapunov et le "mapping" (terme d'origine anglo-saxonne désignant une application mathématiques itérative). J'utiliserai ensuite ces outils dans un exemple utile pour les systèmes physiques hamiltoniens.

### B.3.1 Le "mapping"

Les objets chaotiques les plus simples peuvent apparaître sur une feuille de papier. Ces objets sont des applications mathématiques qui au delà d'un certain nombre d'itérations ont des coordonnées qui divergent exponentiellement. Pour ce faire, il faut que l'application n'ait pas souvenir de son passé au cours de son évolution, sinon deux trajectoires très similaires à l'origine ne se décorrèleront jamais vraiment. Ces itérations doivent donc avoir un caractère markovien. L'écriture générale d'une telle application sera donc

$$y_{n+1} = f(y_n) \tag{B.25}$$

Dans des processus chaotiques à plusieurs dimensions, l'utilisation de la section de Poincaré peut être d'une aide précieuse pour identifier des cycles limites. Cette section est effectuée en relevant, au cours de l'évolution d'un système, les divers points d'intersection de la trajectoire du système avec un plan disposé selon une direction donnée. Les points ainsi obtenus sont numérotés. Cette suite de points est semblable à celle que l'on obtient avec une application comme celle présentée plus haut. Si le système possède une certaine périodicité, des cycles limites apparaîtront sur la section. De plus, des îlots de stabilité peuvent aussi être identifiés en répétant un grand nombre de fois l'expérience. En effet, dans certaines zones correspondant à des paramètres initiaux donnés, des cycles limites apparaîtront alors que pour d'autres paramètres, des trajectoires divergeantes seront obtenues, symptôme de chaos. Une mesure de ce caractère chaotique peut nous être donnée par l'exposant de Lyapunov.

### B.3.2 L'exposant de Lyapunov

Si l'on considère une application  $f$  satisfaisant les conditions énoncées dans le paragraphe précédent, on peut la caractériser par son exposant de Lyapunov. Imaginons une trajectoire caractérisée par le vecteur  $\vec{X}_{n+1}$  au temps  $t_n = nt_o$ . Si le processus régissant son évolution est Markovien, on peut alors écrire que

$$\vec{X}_{n+1} = \vec{f}(\vec{X}_n) \tag{B.26}$$

ce qui peut aussi s'écrire pour une trajectoire très proche de cette dernière

$$\vec{X}_{n+1} + \delta\vec{X}_{n+1} = \vec{f}(\vec{X}_n + \delta\vec{X}_n) \quad (\text{B.27})$$

En faisant un développement en série de Taylor au premier ordre, on obtient

$$\vec{X}_{n+1} + \delta\vec{X}_{n+1} = \vec{f}(\vec{X}_n) + [J_n]\delta\vec{X}_n = \left( \prod_{m=0}^n [J_m] \right) \delta\vec{X}_o \quad (\text{B.28})$$

où les matrices carrées  $[J_m]$  sont les matrices jacobiennes de l'application  $\vec{f}$ . En prenant l'évaluation de l'écart entre la position du système à l'instant initial et celle à l'instant  $t_{n+1}$ , on arrive à

$$|\delta\vec{X}_{n+1}|^2 = \delta\vec{X}_o^t \cdot ([J_o]^t [J_1]^t \dots [J_n]^t [J_n] \dots [J_1] [J_o]) \cdot \vec{X}_o \quad (\text{B.29})$$

Dans ce genre de processus, on peut chercher à obtenir le facteur d'écartement des trajectoires (une évolution géométrique de raison  $\gamma$ ) défini tel que

$$\gamma = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[2n]{\left| \frac{\delta X_{n+1}}{\delta X_o} \right|} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[2n]{\frac{\delta\vec{X}_o^t \cdot ([J_o]^t [J_1]^t \dots [J_n]^t [J_n] \dots [J_1] [J_o]) \cdot \delta\vec{X}_o}{\delta\vec{X}_o^t \cdot \delta\vec{X}_o}} \quad (\text{B.30})$$

Après tous ces calculs, on arrive à l'exposant de Lyapunov  $\lambda$  en posant  $\lambda = \log \gamma$ . Dans la pratique, cette limite est atteinte pour un nombre  $n_c$  suffisamment grand et on obtient pour tout  $n > n_c$

$$\delta X_n = \delta X_o \exp(\lambda n) \quad (\text{B.31})$$

Il y a dilatation dans les directions sous-tendues par  $\lambda > 0$  et contraction dans les directions sous-tendues par  $\lambda < 0$ . Pour illustrer ce phénomène, je vais présenter un exemple très simple de mapping.

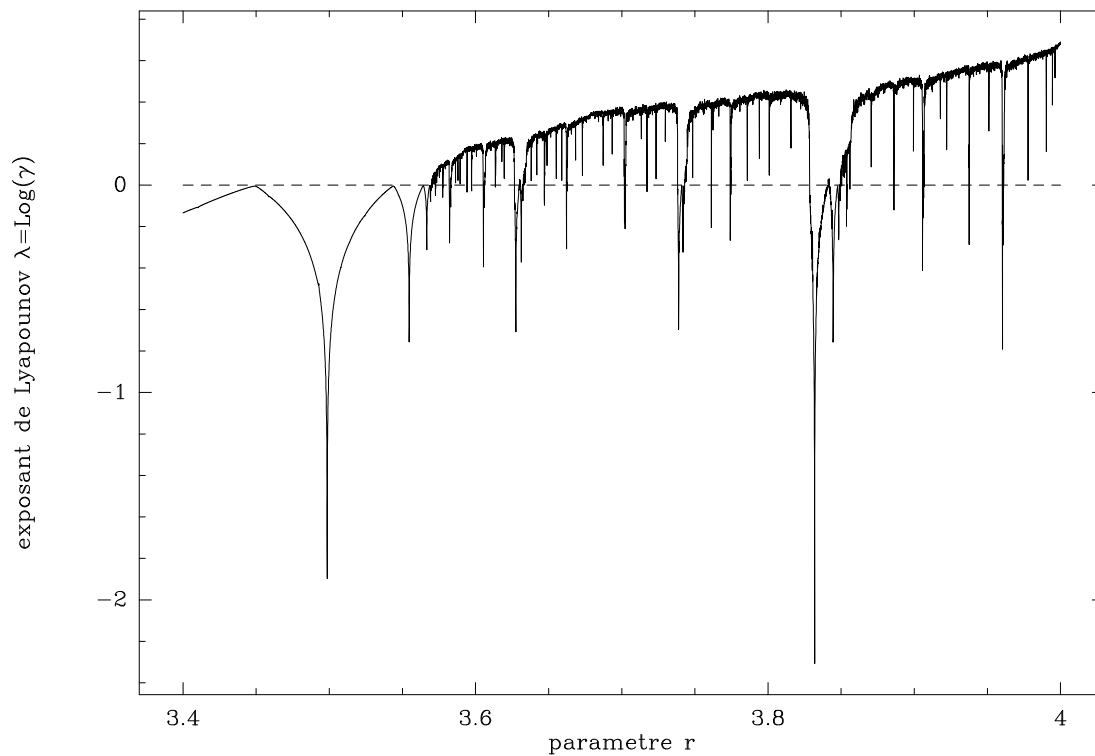
### B.3.3 Un cas d'école : l'application logistique

L'application logistique est une application qui, sous certaines conditions, peut devenir chaotique. Son expression est

$$y_{n+1} = r y_n (1 - y_n) \quad (\text{B.32})$$

Pour calculer son exposant de Lyapunov, il nous faut calculer son jacobien qui se réduit à un scalaire dans notre cas (c'est simplement la dérivée de l'application). On obtient très facilement que  $[J_n] \equiv f'_n = r(1 - y_n)$ .

En écrivant un petit programme qui calcule la limite définie par la relation (B.30) en faisant varier le paramètre  $r$ , on obtient les différentes valeurs de l'exposant de Lyapunov en fonction de  $r$  (figure B.1).



**Fig. B.1** – Valeur de l'exposant de Lyapunov de l'application logistique obtenu pour  $n = 10^4$  et avec un écart initial  $y_0 = 0.1$ . Pour des valeurs  $r > 3.52$ , l'exposant de Lyapunov est positif, ce qui indique des trajectoires divergentes exponentielles.



# Annexe C

## Diffusion dans une faible turbulence magnétique

### Sommaire

---

|            |   |            |
|------------|---|------------|
| <b>B.1</b> | <b>Fonction de distribution . . . . .</b>                 | <b>173</b> |
| <b>B.2</b> | <b>Évolution de la fonction de distribution . . . . .</b> | <b>175</b> |
| <b>B.3</b> | <b>Caractérisation du chaos . . . . .</b>                 | <b>178</b> |

---

Dans cette annexe, je vais présenter la seule théorie qui jusque là était capable de donner une estimation des coefficients de transports spatial et angulaire. Cette application a été initiée par Jokipii (1966, 1968); Hasselmann & Wibberenz (1970) au cours des années soixante dans le cadre de la théorie quasi-linéaire . Dans ce cadre d'étude, deux hypothèses fondamentales sont faites :

- La turbulence est faible ( $\eta \ll 1$ ), on peut donc approximer à l'ordre le plus bas que la trajectoire, dans le plan perpendiculaire au champ moyen, est un cercle de rayon  $r_L$ . Le temps de corrélation de la force est supposé très court par rapport au temps de diffusion ;
- La seconde hypothèse porte sur l'amplitude des sauts angulaires provoqués par la diffusion. Ces sauts sont supposés très faibles. Cette hypothèse permet d'appliquer une équation de Fokker-Planck au problème.

Pour plus de simplicité dans les calculs présentés ici, supposons un champ magnétique statique et homogène (mais le principe reste valide pour un champ magnétique variable), parallèle à une direction  $z$  et sujet à des perturbations d'Alfvén dont on pose le vecteur d'onde comme parallèle au champ. L'hypothèse de très faible turbulence permet de négliger les effets de la composante suivant  $z$  du champ turbulent par rapport à  $B_o$ . Le modèle ainsi considéré sera unidimensionnel. Dans ce cadre, la diffusion spatiale parallèlement au champ à grande échelle est engendrée par les composantes transverses au champ moyen du champ turbulent.

Ces perturbations peuvent être décomposées en une somme de Fourier de perturbations circulaires droites et gauches ( $\varepsilon_c = 1$  ou  $-1$ ) affectées de phases initiales aléatoires et ne dépendant que de la position  $z$ , car on ne considère que les composantes transverses du

champ turbulent mais pas de propagation oblique).

$$\varepsilon_p \delta \vec{B} = \vec{e}_x \int \hat{B}_k \cos(kz + \varphi_k) \frac{dk}{2\pi} + \vec{e}_y \int \hat{B}_k \sin(kz + \varphi_k) \frac{dk}{2\pi} \quad (\text{C.1})$$

où les vecteurs  $\vec{e}_x$  et  $\vec{e}_y$  sont des vecteurs unitaires transverses au champ et perpendiculaires entre eux. La coordonnée  $z$  d'une particule en tir balistique peut être approximée par  $z = v\mu t$ . L'estimation de  $z$  est justifiée par le faible niveau de turbulence où l'on suppose qu'à l'ordre le plus bas, l'angle  $\alpha$  ( $\mu = \cos \alpha$ ) entre la vitesse et le champ magnétique moyen n'est que très légèrement modifié. En définissant la fréquence de diffusion comme  $\nu_\alpha = \langle \Delta\alpha^2 \rangle / \Delta t$ , on peut écrire, dans cette hypothèse

$$\frac{\langle \Delta\mu^2 \rangle}{\Delta t} \simeq (1 - \mu^2) \nu_\alpha \quad (\text{C.2})$$

où la relation  $\Delta\mu \ll \mu$  est imposée par les hypothèses de la théorie quasi-linéaire.

## C.1 Diffusion angulaire

La force appliquée le long du champ magnétique à une particule se déplaçant à une vitesse  $\vec{v}$  peut s'écrire

$$\delta F_{\parallel} = Zq(\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \vec{e}_z \quad (\text{C.3})$$

ce qui donne, en négligeant les perturbations magnétiques parallèles au champ moyen, une vitesse dans le plan transverse ( $\varepsilon_q$  est le signe de la charge  $Zq$  de la particule)

$$\vec{v}_{\perp} = v_{\perp} (\vec{e}_x \cos(\bar{\omega}_g t + \psi) + \varepsilon_q \vec{e}_y \sin(\bar{\omega}_g t + \psi)) \quad (\text{C.4})$$

La force s'exerçant sur une particule le long de  $z$  sera donc (après quelques manipulations algébriques)

$$\delta F_{\parallel} = Zqv_{\perp} \int \hat{B}_k \cos(\Omega_k t + \varphi_k - \varepsilon_c \varepsilon_q \psi) \frac{dk}{2\pi} \quad (\text{C.5})$$

où la pulsation  $\Omega_k = kv\mu - \varepsilon_c \varepsilon_q \bar{\omega}_g$ . Si on fait une moyenne temporelle de cette force, la présence du cosinus annulera automatiquement la valeur moyenne de la force, même si la force rencontre des résonances gyro-synchrotron (définies par  $\Omega_k = 0$ ), car les phases du champ magnétique sont réparties uniformément sur un intervalle de  $2\pi$ . On peut donc automatiquement en déduire que  $\langle \Delta p_z \rangle \propto \int \delta F_{\parallel} dt = 0$  à cet ordre. A l'opposé, le coefficient de diffusion de la quantité de mouvement selon  $z$  ne sera pas nul. Pour voir cela, écrivons sa définition

$$\Gamma_{\parallel} = \frac{\langle \Delta p_z^2 \rangle}{2\Delta t} = \frac{1}{2\Delta t} \left\langle \int_{t_0}^{t_0+\Delta t} \delta F_{\parallel}(t') dt' \int_{t_0}^{t_0+\Delta t} \delta F_{\parallel}(t'') dt'' \right\rangle \quad (\text{C.6})$$

ce qui par un changement de variable peut aussi s'écrire

$$\Gamma_{\parallel} = \int_0^{\Delta t} \langle \delta F_{\parallel}(0) \delta F_{\parallel}(\tau) \rangle d\tau \quad (\text{C.7})$$

En utilisant la relation (C.5) (qui est la transformée de Fourier de la force parallèle par rapport à la pulsation  $\Omega_k$ ) et les propriétés du produit de convolution par rapport à la transformée de Fourier, on obtient alors simplement que

$$\Gamma_{\parallel} = \frac{Z^2 e^2 v_{\perp}^2}{2} \int_{-\Delta t}^{\Delta t} \int | \hat{B}_k |^2 \cos(\Omega_k \tau) \frac{dk}{2\pi} d\tau \quad (\text{C.8})$$

Le temps  $\Delta t$  étant très grand par rapport au temps de corrélation de la force, on peut étendre les bornes de l'intégrale temporelle jusqu'à l'infini, sachant que

$$\frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \cos(\Omega_k \tau) d\tau = \pi \delta(\Omega_k) \quad (\text{C.9})$$

on obtient l'expression de  $\Gamma_{\parallel}$

$$\Gamma_{\parallel} = Z^2 e^2 v_{\perp}^2 \int S(k) \pi \delta(\Omega_k) \frac{dk}{2\pi} = Z^2 e^2 v^2 (1 - \mu^2) \int S(k) \pi \delta(\Omega_k) \frac{dk}{2\pi} \quad (\text{C.10})$$

La valeur de ce coefficient de diffusion peut être obtenue beaucoup plus rapidement dans le contexte de la théorie quasi-linéaire. En sachant que l'énergie de la particule est conservée, on a  $\Delta(p_z)^2 = p^2 (\Delta\mu)^2 \simeq p^2 (1 - \mu^2) \Delta\alpha^2$ . Ce coefficient de diffusion s'écrira alors

$$\Gamma_{\parallel} \simeq p^2 (1 - \mu^2) \frac{\nu_{\alpha}}{2} \quad (\text{C.11})$$

ce qui permet d'avoir une expression de la fréquence de diffusion angulaire  $\nu_{\alpha}$  dans le cadre d'une turbulence de Kolmogorov

$$\frac{\nu_{\alpha}}{\bar{\omega}_g} \simeq 2\pi(\beta - 1)\eta|\mu|^{\beta-1}\rho^{\beta-1} \ll 1 \quad (\text{C.12})$$

où j'ai posé la vitesse des particules comme étant celle de la lumière dans le cas des rayons cosmiques et o j'ai aussi négligé la contribution de  $k_M$  dans l'expression de  $S_o$  (équation 9.7). L'hypothèse de très faible turbulence permet à la particule de conserver la mémoire de l'angle  $\mu$  initial. Il parat évident que, outre les hypothses faites sur le niveau de turbulence et l'amplitude des sauts angulaires  $\Delta\mu$ , une autre hypothèse est nécessaire pour la validité des résultats présentés précédemment : l'angle initial de la particule doit différer suffisamment de  $\pi/2$ . Il est important de noter que la relation (C.12) n'est valable que si la rigidité réduite  $\rho$  de la particule est comprise entre deux valeurs correspondant aux bornes du domaine inertiel de la turbulence. En effet, le spectre de la turbulence dans notre cadre d'étude est tel que

$$\begin{cases} S(k) = S_o k^{-\beta} & \text{pour } 2\pi/L_M < k < 2\pi/l \\ S(k) = 0 & \text{pour } k < 2\pi/L_M \text{ ou } k > 2\pi/l \end{cases}$$

Appliquée à la relation (C.10), cette contrainte nous indique que la fréquence angulaire est nulle en dehors du domaine de résonance. Ceci peut aussi se traduire en termes de rayons de Larmor de la particule comme  $l \leq r_L \leq L_M$ .

## C.2 Diffusion parallèle au champ moyen

Pour obtenir l'expression du coefficient de diffusion spatiale parallèlement au champ moyen, on peut utiliser une équation de Fokker-Planck. L'équation régissant la diffusion angulaire peut s'écrire (Jokipii 1968)

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v\mu \frac{\partial f}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial \mu} \left( \frac{\nu_s}{2} \frac{\partial f}{\partial \mu} \right) \quad (\text{C.13})$$

où  $\nu_s = \langle \Delta\mu^2 \rangle / \Delta t$ . En effet, les seules forces présentes sont des forces magnétiques qui conservent la norme de la quantité de mouvement. Ainsi, au lieu de décrire la quantité de mouvement comme  $(p_x, p_y, p_z)$ , on peut utiliser les variables  $(p, \mu)$ . La diffusion en énergie étant nulle, la seule composante de diffusion significative est la diffusion angulaire. La turbulence est faible, la fonction de distribution des particules n'est donc que faiblement anisotrope. On peut décomposer cette fonction de distribution en une somme de deux fonctions telles que  $f(z, \mu, t) = f_o(z, t) + f_1(z, \mu, t)$  où la partie anisotrope sera très petite par rapport à la partie isotrope,  $f_o \gg f_1$ . La partie isotrope possède des variations spatiales et temporelles qui, dans le cadre d'application de la théorie de Fokker-Planck, sont très lentes par rapport à celles de la partie anisotrope.

En décomposant la fonction de distribution comme précédemment dans l'équation (C.13), on obtient la relation suivante

$$\frac{\partial f_o}{\partial t} + \frac{\partial f_1}{\partial t} + v\mu \left( \frac{\partial f_o}{\partial z} + \frac{\partial f_1}{\partial z} \right) - \frac{\partial}{\partial \mu} \left( \frac{\nu_s}{2} \frac{\partial f_1}{\partial \mu} \right) = 0 \quad (\text{C.14})$$

Il est intéressant de retrancher la moyenne de cette équation sur  $\mu$  à elle même car alors il apparaît que

$$\frac{\partial f_1}{\partial t} + v\mu \frac{\partial f_1}{\partial z} - \frac{v}{2} \int_{-1}^1 \mu \frac{\partial f_1}{\partial z} d\mu - \frac{\partial}{\partial \mu} \left( \frac{\nu_s}{2} \frac{\partial f_1}{\partial \mu} \right) = -v\mu \frac{\partial f_o}{\partial z} \quad (\text{C.15})$$

Dans cette relation, on peut regrouper les termes suivant leur ordre de grandeur. En effet, à cause de la condition  $f_o \gg f_1$  et de la rapidité de la diffusion angulaire, seul le membre de droite est capable de compenser le dernier terme du membre de gauche. On obtient alors en réinjectant la solution de la relation (C.15) dans l'équation (C.13)

$$\frac{\partial f_o}{\partial t} \simeq \frac{\partial}{\partial z} \left( D_{\parallel} \frac{\partial f_o}{\partial z} \right) \quad (\text{C.16})$$

où le coefficient de diffusion spatiale le long du champ magnétique s'écrit (Hasselmann & Wibberenz 1970)

$$D_{\parallel} \simeq \frac{V^2}{2} \int_{-1}^1 \left[ \int_o^{\mu'} \frac{1 - \mu^2}{\nu_s} d\mu \right] \mu' d\mu' \quad (\text{C.17})$$

Cette expression peut être différente de celle donnée par Jokipii (1968) dans le cas d'une turbulence de Kolmogorov (Hasselmann & Wibberenz 1970). Néanmoins, en avançant les

résultats obtenus numériquement qui montrent que  $\nu_s$  est indépendant de  $\mu$  pour les niveaux de turbulence étudiés, on montre que l'expression (C.17) se réduit à

$$D_{\parallel} \simeq \frac{4v^2}{15\nu_s} \propto \rho^{2-\beta} \quad (\text{C.18})$$

En dehors de toute hypothèse sur le niveau de turbulence, on peut considérer ce coefficient de diffusion en employant la fonction de corrélation de l'angle d'attaque  $\alpha = \cos \mu$

$$D_{\parallel} = v^2 \int_0^{\Delta t} \langle \mu(0)\mu(\tau) \rangle d\tau = \frac{v^2}{3} \int_0^{\Delta t} C(\tau) d\tau \quad (\text{C.19})$$

où la fonction d'autocorrélation  $C$  est définie comme  $C(\tau) = \langle \mu(\tau)\mu(0) \rangle / \langle \mu^2 \rangle$ . Si on appelle le temps caractéristique de décorrélation de l'angle d'attaque  $\tau_s$  alors il doit vérifier la relation suivante, quel que soit le temps  $\Delta t \gg \tau_s$

$$D_{\parallel} = \frac{v^2}{3} \int_0^{\Delta t} C(\tau) d\tau = \frac{v^2 \tau_s}{3}, \quad \forall \Delta t \gg \tau_s \quad (\text{C.20})$$

La fonction de corrélation est une fonction très rapidement décroissante sur un temps caractéristique  $\tau_s$ . C'est typiquement une fonction à décroissance exponentielle. Si on identifie les équations (C.20) et (C.16), on remarque que  $\tau_s \sim \nu_s^{-1}$  : une particule a un angle d'attaque qui se retourne sur un temps de décorrélation.

### C.3 Diffusion spatiale transverse

Ce coefficient de diffusion spatiale est beaucoup plus flou à estimer. En effet, il décrit des variations spatiales qui se composent de deux mouvements ayant des échelles très différentes : les variations engendrées par le champ homogène  $B_o$  et celles exercées par la composante suivant  $z$  du champ turbulent  $\delta B_z$ . Dans le cadre de la théorie quasi-linéaire, on peut malgré tout faire une estimation en utilisant l'expression de la vitesse perpendiculaire (C.4)

$$D_{\perp} = \frac{\langle \Delta x^2 \rangle}{2\Delta t} = \frac{\langle \Delta y^2 \rangle}{2\Delta t} = \int_0^{\Delta t} \langle \vec{v}_{\perp}(0) \cdot \vec{v}_{\perp}(\tau) \rangle d\tau = \frac{v^2}{3} \int_0^{\Delta t} C(\tau) \cos(\bar{\omega}_g \tau) d\tau \quad (\text{C.21})$$

L'écriture de la relation précédente s'obtient en sachant que pour deux variables aléatoires  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$

$$\langle \cos(\alpha_1 + \alpha_2) \rangle = 0 = \langle \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 \rangle - \langle \sin \alpha_1 \sin \alpha_2 \rangle \quad (\text{C.22})$$

ce qui permet de remplacer la fonction de corrélation du sinus de l'angle d'attaque par la fonction  $C(\tau)$ . Si l'on suppose que la fonction d'autocorrélation  $C$  de l'angle d'attaque est une fonction décroissance exponentielle sur un temps caractéristique  $\tau_s$  défini précédemment, on obtient alors une estimation du coefficient de diffusion perpendiculaire au champ

$$D_{\perp} = \frac{v^2}{3} \frac{\tau_s}{1 + (\bar{\omega}_g \tau_s)^2} \quad (\text{C.23})$$

La diffusion transverse est inférieure à la diffusion parallèle car en réécrivant  $\tau_s$  comme l'inverse de la fréquence de diffusion angulaire, on a

$$\frac{D_{\perp}}{D_{\parallel}} = \frac{1}{1 + \bar{\omega}_g^2/\nu_{\alpha}^2} \simeq \left(\frac{\nu_{\alpha}}{\bar{\omega}_g}\right)^2 \propto \eta^2 |\mu|^{2\beta-2} \rho^{2\beta-2} \ll 1 \quad (\text{C.24})$$

Les coefficients de diffusion spatiale doivent évidemment respecter la même contrainte que la fréquence de diffusion angulaire sur la plage de rayons de Larmor des particules entrant en résonance avec la turbulence (voir la fin du paragraphe sur la diffusion angulaire). Les particules ayant des rayons de Larmor plus petits que la plus petite des échelles de la turbulence ne seront pas affectées par la turbulence, ce qui aura pour effet d'annuler le coefficient de diffusion transverse. Dans la réalité, cette échelle minimale peut être très petite, ce qui donne un seuil en énergie, pour entrer en résonance, assez bas pour la particule. Par contre, toutes les particules ayant des rayons de Larmor plus grands que la taille de l'objet astrophysique portant la turbulence ne subiront pas les effets de la turbulence, mais simplement l'influence du champ magnétique à grande échelle.